UNIVERSITY OF TORONTO
3 1761 01353970 5

UNIVERSITY
OF
TORONTO
LIBRARY

GESCHICHTE

DER

BAHNBESTIMMUNG

VON

PLANETEN UND KOMETEN.

Astron.

UNIVERSITY OF TORONTO LIBRARY

GESCHICHTE

DER

BAHNBESTIMMUNG

VON

PLANETEN UND KOMETEN.

I. THEIL:

DIE THEORIEN DES ALTERTHUMS.

VON

DR. NORBERT HERZ,

LEITER DER v. KUFFNER'SCHEN STERNWARTE IN WIEN.

MIT 2 LITHOGRAPHIERTEN TAFELN.

88913
6/7/08

LEIPZIG.

COMMISSIONS-VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1887.

Vorwort.

Als ich daran gieng, das seit einer grösseren Reihe von Jahren von mir gesammelte Material über die verschiedenen Methoden der Bahnbestimmungen, wie sie sich im Laufe der Zeit — allerdings der neueren Zeit — herausgebildet hatten, zusammenzustellen, ergab sich die beinahe unabweisliche Nothwendigkeit, auch die Theorien der Alten zu behandeln, da gerade für die Bahnbestimmung der grossen Planeten die Werke der ältesten Astronomen grundlegend waren, und nur die Bearbeitung des Uranus und Neptun unserer Zeit vorbehalten blieb. Indem aber die ältesten Methoden von den neuen wesentlich verschieden waren, sowie auch eine wesentlich verschiedene Darlegung erforderten, war eine naturgemässe Theilung des Werkes in zwei Theile vorgeschrieben. Im Alterthum wird jedes Element für sich aus den dem speciellen Zwecke entsprechenden Beobachtungen bestimmt; in der neueren Zeit tritt immer mehr und mehr das Bestreben hervor, mehrere Elemente gemeinschaftlich zu ermitteln, woraus sich nach und nach die jetzigen Methoden entwickelten, alle Bahnelemente gleichzeitig zu erhalten. Im Alterthum wird eine Methode durch lange Zeiträume beibehalten, die Elemente successive verbessert, die Theorie nach und nach erweitert; in der neueren Zeit tritt dem allgemeinen Charakter derselben entsprechend eine gleichzeitige Behandlung derselben Materie durch eine grosse Reihe von Männern auf, von denen jeder sich die ihm am geeignetsten

erscheinende Methode nach seiner Art und Weise zurecht legt; wodurch sich eine Reihe von verschiedenen Bearbeitungen derselben Methode, zum Theil jedoch im Principe von einander verschiedene Methoden entwickeln. Ich konnte mich daher um so leichter entschliessen, den ersten Theil schon jetzt zu publicieren, und den zweiten Theil einem späteren, nicht allzufernen Zeitpunkte vorzubehalten, als der erste Theil, die Geschichte der Bahnbestimmungen bis Ptolemäus, ein in sich abgeschlossenes Ganzes bildet; in sich abgeschlossen für einen langen Zeitraum, da fast ein Jahrtausend nach Ptolemäus nichts wesentlich Neues zu Tage gefördert wurde.

Nichtsdestoweniger hätte ich, um den einheitlichen Charakter des Ganzen zu wahren, mit der Publication des ersten Theiles gewartet, wenn mir nicht verschiedene Umstände die Beschleunigung der Publication hätten wünschenswert erscheinen lassen. Zwar ist das Material für den zweiten Theil ziemlich vollständig gesammelt, und wenngleich die Ausfüllung der Lücken, die Zusammenstellung und Sichtung vielleicht in einigen Monaten hätte vollendet sein können, so bin ich genöthigt, die Publication des zweiten Theiles vielleicht doch auf ein bis zwei Jahre hinauszuschieben, da die Redaction des ersten Bandes der Publicationen der unter meiner Leitung stehenden v. Kuffner'schen Sternwarte, so wie auch andere nicht länger aufschiebbare grössere astronomische Arbeiten für den Augenblick meine Zeit völlig in Anspruch nehmen; auf so lange Zeit konnte ich aber die Drucklegung des vorliegenden bereits seit längerer Zeit vollendeten ersten Theiles aus mancherlei Gründen nicht aufschieben.

Der vorliegende erste Theil des Werkes zerfällt in vier Capitel.

Das erste Capitel enthält vorerst in Kürze die ältesten für die vorliegende Geschichte in Betracht zu ziehenden astronomischen Forschungen; sodann die Theorien der homocentrischen Sphären des Eudoxus in analytischer Darstellung, die analytische Prüfung auf ihre Zulänglichkeit und Güte, die Verbesserung des Calippus und die physikalischen Theorien des Aristoteles. Endlich wird der Über-

gang zur Theorie der Epicykeln durch die Regel des Apollonius behufs Bestimmung der Stationen eines Planeten unter der Voraussetzung der epicyklischen Bewegung derselben angeschlossen.

Die eigentliche Theorie der Epicykeln in der Vollendung, welche sie durch Hipparch erhielt, wird im zweiten Capitel behandelt, nachdem in demselben erst einiges über die geometrischen Methoden der Alten angeführt wird. Die Sonnen- und Mondtheorie des Hipparch, wie sie von Ptolemäus mitgetheilt wird, sind ausführlich dargestellt, die Rechnungen zumeist neu durchgeführt. Von den Planetentheorien wird hier jedoch nur dasjenige erwähnt, was Ptolemäus dem Hipparch zuschrieb, d. h. nur die Bestimmung der siderischen und anomalistischen Umläufe, wenngleich die im Anschlusse hieran behandelten Berichte der römischen Schriftsteller, namentlich die Mittheilungen des Plinius die Ansicht begründen, dass schon vor Ptolemäus Elemente der Planetenbahnen bestimmt worden sein mögen.

Im dritten Capitel werden die Sonnen- und Mondtheorien des Ptolemäus, dann die Planetentheorien desselben auseinandergesetzt. Bei der Bestimmung der Bahnelemente werden zuerst die oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars behandelt, und hierauf erst die etwas complicierteren Bewegungen der Venus und des Mercur; diese Reihenfolge scheint mir das Verständnis wesentlich zu erleichtern, indem sich dadurch nicht nur die Nothwendigkeit zur Einführung neuer epicyklischer Bewegungen, sondern auch die Form der neu einzuführenden beinahe von selbst ergibt.

Endlich werden im vierten Capitel die Breitenbewegungen des Almagest behandelt, und die Theorie in einer dem Texte des Almagest sich völlig anschliessenden Weise gegeben. Die hierüber bisher bestehenden Ansichten (begründet durch Delambre, Bailly etc.), welche auf ein vollständiges Missverstehen der Ptolemäischen Theorie fussen, werden widerlegt, und die letzten als völlig im Einklange mit den anderen Theilen der Planetentheorie gefunden.

Zum Schluss wird die auch jetzt noch sehr verbreitete Ansicht, dass Ptolemäus seine Beobachtungen fingierte, d. h. aus denjenigen Elementen errechnete, welche er aus den Hipparch'schen Beobachtungen erhielt, aus dem Almagest selbst widerlegt, jedoch auf einige Zweifel hingewiesen, deren Lösung nur durch eine neuerliche Revision der Handschriften erzielt werden kann.

Bezüglich der Schreibweise der Citate wäre zu erwähnen, dass ich thunlichst diejenige der mir vorliegenden Originale, speciell für den Almagest diejenige der Halma'schen Ausgabe, beibehielt. Die für die Neuberechnung der Beobachtungen nöthigen Umrechnungen der Daten verschiedener Ären wurden mit Hilfe der Schram'schen „Hilfstafeln für Chronologie" (Denkschriften der k. Akademie der Wissenschaften in Wien, mathematisch-naturwissenschaftliche Classe, Band XLV) vorgenommen.

Wien-Ottakring 1887, October 1.

Der Verfasser.

I.

DIE ÄLTESTE ZEIT; THEORIEN DES EUDOXUS UND CALIPPUS.

Schon in den ältesten historischen Berichten findet man Angaben über astronomische Beobachtungen, welche uns auf ein verhältnismässig hohes Alter der Astronomie überhaupt und der hier in Betracht zu ziehenden Probleme insbesondere schliessen lassen; denn wenn man auch allen anderen geistigen Bestrebungen der alten und ältesten Völker den Namen einer Wissenschaft absprechen wollte, so dürfte man doch von einer wissenschaftlichen Astronomie wenigstens insoferne reden, als die Beobachtung des gestirnten Himmels nicht ein müssiges Beschauen war, sondern trotz des Mangels der uns heute zu Gebote stehenden Hilfsmittel zweckmässig und zielbewusst in ihrer Art angestellt werden musste, da auf dieselbe die tägliche und jährliche Eintheilung der Arbeiten, die Orientierung bei Reisen u. s. w. gestützt wurden. Wir haben uns jedoch hier nicht mit sämmtlichen astronomischen Beobachtungen, sondern nur mit einer gewissen Gruppe derselben zu beschäftigen, andererseits aber nicht nur mit den Beobachtungen, sondern auch mit den aus denselben gezogenen Schlüssen über den Bau des Weltsystems. Mit Rücksicht auf diesen Umstand müssen wir jedoch hier den Begriff Beobachtung etwas weiter fassen, als wir dieses heutzutage gewohnt sind, und jede einfache, mit Hilfe der Sinne gemachte Erfahrung, wie z. B. die ohne Messung gemachte Wahrnehmung der Retrogradation und Station der Planeten, als Beobachtung auffassen; denn in den ältesten Zeiten verursachte wol diese blosse Wahrnehmung den Philosophen ebensoviel, wenn nicht mehr Nachdenken, als heutzutage die Nichtübereinstimmung einer durch directe Messung gefundenen Beobachtung mit der Theorie.

Der erste Schritt, welcher zur Begründung einer Wissenschaft führt, besteht in der Sammlung von Erfahrungsthatsachen. Wann dieser erste Schritt gemacht wurde, lässt sich gewiss nie feststellen; wo derselbe gemacht wurde, ziemlich leicht. Denn in dem Momente, als der Mensch aufhört, nur an die Befriedigung seiner körperlichen Bedürfnisse zu denken, in dem Momente, wo er seine Sinne für äussere Eindrücke schärft und diese Eindrücke zusammenträgt, beginnt er Beobachtungen zu machen und Erfahrungsthatsachen zu sammeln, die nicht sein eigenes Ich allein betreffen. Dieser erste Schritt wurde daher weder von einem einzelnen Menschen, noch von einem einzelnen Volke gemacht, er ist Gemeingut aller Menschen und gewiss überall, wenn auch nicht gleichzeitig gemacht worden. Aber nicht jeder Mensch und nicht jedes Volk hatte und hat das Bestreben, die empfangenen Eindrücke zu verarbeiten, zusammenzustellen, zu vergleichen, die gleichartigen zu Gruppen zu vereinigen, kurz zu denken. Und die ersten Anschauungen des Menschen sind auch nicht immer die richtigen; diese, selbst Producte des ersten Denkens, müssen später richtigeren weichen, und ziemlich lange dauert es, bis der Mensch anfängt, Ursachen für die beobachteten Erscheinungen zu suchen. Dieses Bild der fortschreitenden Erkenntnis bietet sich uns auch in der Geschichte der Völker und der ganzen Menschheit dar. In den ältesten Schriften jedes Volkes findet man Berichte, welche auf eine nicht nur oberflächliche Betrachtung der umgebenden Natur und des gestirnten Himmels hindeuten. Wir brauchen nicht, wie dies Bailly thut, aus den chinesischen Aufzeichnungen auf ein untergegangenes System der Astronomie schliessen; die chinesischen sowie die egyptischen, phönicischen, chaldäischen, indischen und nahe gleichzeitigen griechischen Berichte von Homer (aus dem XI. bis VIII. Jahrhundert v. Chr.) und Hesiod (IX. Jahrhundert v. Chr.) zeigen uns alle dasselbe: den Beginn des Denkens der Menschen. Für unsere Zwecke haben diese Berichte von der Aufzählung der damals bekannten Constellationen etc., wie schon gesagt, kein Interesse; doch müssen wir zu den hieher gehörigen Beobachtungen die Kenntnis des Thierkreises als eines Elementes der Sonnenbahn und die Kenntnis der Jahreslänge als des zweiten Elementes derselben, ferner zur Bestimmung der Elemente der Mondbahn die Beobachtungen der Finsternisse rechnen. Nach W. Förster, „Die Astronomie des Alterthums und Mittelalters im Verhältnis zur neueren Entwicklung, Vortrag, gehalten im wissenschaftlichen Verein zu Berlin“ (pag. 9), soll Tscheu-Kong, ein chinesischer Prinz, schon um 1100 v. Chr. die Lage der scheinbaren Sonnenbahn zum Horizonte der damaligen Reichshaupt- und Residenzstadt Lo-Yang mittels des Gnomon bestimmt haben. Da

jedoch die Ekliptik gegen einen Horizont keine feste Lage hat, so wird damit wol nur die Ermittlung der grössten Höhe verstanden sein (siehe auch das später darüber Gesagte), ohne dass von einer wirklichen Sonnenbahn die Rede war, zu deren Bestimmung vor allem die Erkenntnis dienen musste, dass sie ein grösster Kreis wäre. Welche Methoden in den ältesten Zeiten angewendet wurden, um die Jahreslänge zu finden, ist nicht leicht anzugeben. Sollen wir die Beobachtungen der periodischen Wiederkehr gewisser allgemeiner Erscheinungen, der Jahreszeiten, des Temperaturwechsels, des Erscheinens und Verschwindens der Zugvögel etc. auch hieher rechnen? Diese Erscheinungen mögen wol dazu gedient haben, um eine gewisse Periodicität zu constatieren, nicht aber die Dauer der Periode zu finden. Selbst die Abzählung der Tage zwischen zwei gleichartigen Solstitien konnte eine Genauigkeit bis auf mehrere Tage nicht geben. Lalande*) schreibt die Kenntnis der Sonnenbahn und der Jahreslänge den Chaldäern**) zu, welche die letztere um 700 v. Chr. bis auf wenige Stunden genau ermittelt haben sollen. Herodot berichtet, dass die Entdeckung der Jahreslänge zu 365 Tagen von den Egyptern herrühre; er sagt, „dass die Egypter zuerst die wahre Länge des Jahres gefunden und dasselbe in zwölf gleiche Theile getheilt haben, und sie sagen, dass sie diese Entdeckung mit Hilfe der Sterne gemacht haben". Ptolemäus nennt dieses Jahr in seinem Almagest das egyptische Jahr. Was die Beobachtung der Finsternisse anbelangt, so ist wol als die älteste die Finsternis des Schuking anzusehen, welche nach Oppolzer im fünften Regierungsjahre des Kaisers Tschungkhang am 22. October des Jahres — 2136 stattfand***). Ptolemäus berichtet im Almagest von einer grossen Anzahl von Finsternissen, welche in Babylon um 700 v. Chr. beobachtet wurden und welche Hipparch für seine Theorie des Mondes verwendete. Es war daher nicht schwer, schon damals den Cyklus von 18 Jahren und 11 Tagen, den sogenannten Saros der Chaldäer zu finden, wonach es auch leicht war, Finsternisse vorherzusagen, insbesondere wenn man Tag und Stunde nicht genauer angab. Thales (639 bis 548 v. Chr.), wol der erste, von dem wir positive Resultate einer jedenfalls systematischen Forschung haben, soll eine Finsternis vorhergesagt†) und auch eine Erklärung für die Finsternisse gegeben haben, indem

*) Astronomie, deuxième édition 1771, pag. 111 und 116.

**) Dabei ist es gleichgiltig, ob man die Chaldäer als ein Volk oder als die in Babylon ansässigen assyrischen und babylonischen Priester ansieht.

***) Oppolzer, Monatsberichte der königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 1880, pag. 182.

†) Plinius, Historia naturalis, Buch II, Cap. 12.

der Mond, der ein dunkler Körper ist, die gerade Linie zwischen Erde und Sonne durchschneidet [Sonnenfinsternis]*). Wie viel von diesen Angaben wahr ist, lässt sich nicht eruieren, indem wir in der Folge wiederholt Gelegenheit haben werden, uns von der Unverlässlichkeit der Quellen zu überzeugen. Thales soll seine Kenntnis von den Egyptern geholt und dann in Milet die jonische Schule begründet haben. Allerdings hatten die Egypter zu jener Zeit bereits ein reicheres Beobachtungsmaterial, doch ist es wahrscheinlich, dass die Griechen schon damals in der systematischen Verwertung der Beobachtungen weiter fortgeschritten waren, wofür auch spricht, dass sie sich in der allernächsten Zeit fast der gesammten Wissenschaften bemächtigten und auch das Hauptmaterial zum Fortschritte derselben lieferten, wenngleich auch andere Völker sich mit mehr oder weniger wichtigen Beiträgen betheiligten. Dem Wesen nach werden wir auch hauptsächlich die Geschichte des Problems der Bahnbestimmungen bei den Griechen zu verfolgen haben und nur nebenbei die Leistungen anderer Völker erwähnen müssen.

Nach dem Zeugnis des Aristoteles lässt Thales die Erde auf Wasser schwimmen**). Nach Lalande***) kannte er aber schon die Kugelgestalt der Erde; er spricht von Zonen, von der Ekliptik, vom Meridian und vom scheinbaren Halbmesser der Sonne. Anaximander (610—546 v. Chr.) lässt die nach ihm ebene Erde in der Mitte der Welt schweben, weil kein Grund da sei, dass sie leichter nach der einen als nach der andern Seite gezogen werde. Nach Lalande stellte er in Lacedämon einen Gnomon, das ist einen hohen senkrechten Stab auf, mit dessen Hilfe man durch Messung der Schattenlängen zu verschiedenen Jahreszeiten die Höhe der Sonne, demzufolge die Schiefe der Ekliptik bestimmen konnte. Nach dem oben Gesagten war der Gebrauch des Gnomon schon viel früher den Chinesen geläufig; Goguet glaubt, dass er zuerst den Egyptern bekannt war, und dass die Obelisken dazu dienten, um aus der Schattenlänge die Länge des Jahres zu bestimmen†). Am Ende kann eigentlich jeder Thurm als Gnomon verwendet werden, und seine Benützung zur Messung von Schattenlängen mit den daraus zu ziehenden Consequenzen kann ganz wol vielen Völkern unabhängig von einander bekannt geworden sein. Allein schon die Egypter erkannten

*) Plutarch, De placitis philosophorum, II. Buch, Cap. 24.
**) Schaubach, Geschichte der griechischen Astronomie, pag. 92.
***) l. c., pag. 137.
†) Lalande, l. c., pag. 121.

sehr wol ohne den Gnomon durch die blosse Verschiebung der Jahreszeiten, dass ihr Jahr zu 365 Tagen durchaus nicht die Umlaufszeit der Sonne zwischen den Sternen darstelle. Auch hatten sie die wahre Umlaufszeit derselben in einer den damaligen Verhältnissen ziemlich entsprechenden Weise durch Beobachtung der heliakischen Aufgänge des Sirius, also wie oben erwähnt „durch die Sterne", zu $365^1/_4$ Tagen bestimmt.

Nach Diodor sollen die Egypter schon sehr früh die Kenntnis von der Bewegung der Erde gehabt*) und auch die Bewegungen von Mercur und Venus studiert haben. Letzteres Gestirn hielten sie, je nachdem es am Abend der Sonne folgte, oder am Morgen derselben vorausgieng, für zwei verschiedene Sterne und nannten dieselben Vesper und Lucifer. Von den Egyptern erhielten die Griechen diese Kenntnis, auch sie unterschieden den Abendstern Esperos und den Morgenstern Eosphoros. Doch findet man hierüber die widersprechendsten Meinungen. Seneca sagt**): „Democritus quoque, subtilissimus antiquorum omnium, suspicari se ait plures esse stellas, quae currant, sed nec numerum illarum posuit nec nomina, nondum comprehensis quinque siderum cursibus. Eudoxus primus ab Egypto hos motus in Graeciam transtulit." Nach Plinius soll jedoch Pythagoras (580—500 v. Chr.), ein älterer Zeitgenosse des Demokrit, schon 150 Jahre vor Eudoxus nicht nur die Identität des Abend- und Morgensternes erkannt, sondern auch die Entfernungen der Planeten angegeben haben: „Infra solem ambit ingens sidus appellatum Veneris, alterno meatu vagum ipsisque cognominibus aemulum solis ac lunae; praeveniens quippe et ante matutinum exoriens luciferi nomen accipit ut sol alter diemque maturans, contra ab occasu refulgens nuncupatur vesper ut prorogans lucem vicemque lunae reddens. Quam naturam ejus Pythagoras Samius primus deprehendit Olympiade circiter XLII, qui fuit urbis Romae annus CXLII"***). „Sed Pythagoras interdum ex musica ratione appellat tonum quantum absit a terra luna, ab ea ad Mercurium dimidium ejus spatii, et ab eo ad Venerem fere tantundem, a qua ad solem sescuplum, a sole ad Martem tonum, id est quantum ad lunam a terra, ab eo ad Jovem dimidium, et ab eo ad Saturum dimidium, et inde sescuplum ad signiferum †). Ita septem tonis effici quam diapason harmoniam vocant, hoc est universitatem concentuus; in ea Saturnum Dorio moveri phthongo, Jovem Phrigio, et in reliquis similia, jucunda

*) I. Buch, Cap. 81 und 98.

**) Naturales quaestiones, Lib. VII, Cap. III.

***) Nat. historia, Lib. II, Cap. 8.

†) Die angegebene Reihenfolge ist also:
♄ 1 ☾ ½ ☿ ½ ♀ 1½ ☉ 1 ♂ ½ ♃ ½ ♄ 1½ Thierkreis.

magis quam necessaria subtilitate“ *). Wenn nun auch die Angabe dieser Entfernungen, wie Plinius richtig voraussetzt, nur Spiel der Phantasie war, so musste Pythagoras doch wenigstens die Planeten gekannt haben. Schaubach jedoch behauptet, dass Anaximander dieselben noch nicht kannte; nur für die Sonne, den Mond und die Fixsterne nahm er drei Sphären an, damit sie sich gegeneinander verschieben könnten **). In der obersten soll die Sonne, in der zweiten der Mond, in der untersten die Fixsterne sein. Plutarch ***) sagt hierüber: „Alcmäon und die Mathematiker geben den Planeten einen dem der Fixsterne entgegengesetzten Lauf und lassen sie von West nach Ost gehen. Nach Anaximander wird jeder Stern von dem Kreise oder der Sphäre, auf der er steht, fortgetragen“ und ferner †) „Anaximander, Metrodor aus Chios und Crates lassen die Sonne den höchsten Stand einnehmen, nach ihr den Mond und erst unter diesen die Fixsterne und Planeten“.

Dass sich der Mond bewege, wurde gewiss sehr frühe erkannt, denn selbst im Laufe einer Nacht bemerkt man, dass, indem er gewisse Sterngruppen passiert, diese von seiner linken auf seine rechte Seite rücken. Auch die Dauer des Mondlaufes war in jener Zeit bereits ermittelt. Hiefür treffen wir die ersten Nachrichten in Griechenland, wo ein Lunisolarjahr eingeführt war. Nach Dodwell soll die Octaëdris oder achtjährige Periode im VI. Jahrhunderte v. Chr. eingeführt worden sein. Da nämlich 8 Jahre zu 365¼ Tagen gleich 2922 Tage sind, während welcher der Mond genähert 99 Umläufe zurücklegt, so vertheilte man, um den Mondlauf bei der Jahresrechnung zu berücksichtigen, diese 99 Lunationen so, dass man 8 Mondjahre, bestehend aus 6 Monaten zu 29 Tagen und 6 Monaten zu 30 Tagen, nebst 3 Zusatzmonaten zu 30 Tagen annahm. Für uns ist jedoch nur von Wichtigkeit, dass 99 Umläufe des Mondes gleich 2922 Tage gesetzt wurden, woraus man für die angenommene Dauer eines Umlaufes 29.515 Tage erhält.

Während man aber auf diese Weise für den Mond gleichzeitig die Lage der Bahn aus den durchwandelten Sternbildern erhielt, war dies für die Sonne nicht so leicht, indem diejenigen Sterne, die in ihrer Nähe sind, durch ihr Licht unsichtbar gemacht werden, und obzwar die Beweglichkeit, selbst die Umlaufszeit der Sonne frühzeitig den Egyptern bekannt war, dürfte man nicht das Gleiche von der wirklichen Sonnen-

*) Historia naturalis, Lib. II, Cap. 22.
**) Schaubach, pag. 163.
***) De placitis philosoph., II. Buch, 16. Cap.
†) Ibid. II. Buch, 15. Cap.

bahn behaupten. Whewell*) bemerkt darüber: „Wenn man den ganzen Umkreis des Himmels in zwölf gleiche Theile oder Zeichen theilt, so bemerkt Autolycus, dass die Sonne immer die Sterne eines solchen Zeichens für uns unsichtbar macht. Demnach würden die Sterne, die beim Auf- und Untergange der Sonne ihr zunächst noch sichtbar sind, ein halbes Zeichen (15°) von ihr abstehen, die abendlichen Sterne auf der Ostseite, die morgendlichen auf der Westseite der Sonne. Mit Hilfe dieser Bemerkung konnte ein Beobachter, der nur einige Kenntnis des gestirnten Himmels besass, jeden Tag diejenigen Sterne angeben, bei welchen die Sonne für diesen Tag eben stand". Dass dieses der Weg ist, der ursprünglich eingeschlagen worden sein mag, scheint auch daraus zu folgen, dass in den ältesten Zeiten die Ekliptik, die Sonnenbahn, als ein breites Band, eben die Gesammtheit der von ihr durchstrichenen Zeichen angenommen wurde, eine Annahme, die sich lange Zeit hindurch erhielt. Hieraus konnte aber noch nicht gefolgert werden, dass diese Bahn der Sonne ein grösster Kreis sein müsse; wenn aber, wie Plinius**) sagt, Anaximander bereits mittels des Gnomon die Schiefe der Ekliptik mass, so wäre man versucht zu glauben, dass er diese Kenntnis schon besitzen musste, und daher schon aus jener Zeit genauere Beobachtungen vorliegen mussten. Sollten diese Beobachtungen wol in der uns aus späterer Zeit bekannten Art und Weise angestellt worden sein, dass die Entfernung der Sonne vom Monde und des letzteren Entfernung von einem fest angenommenen Fixsterne gemessen wurde, wodurch man zur Kenntnis der Länge der Sonne gelangte, so dass man im Verein mit den gemessenen Mittagshöhen der Sonne zwei Bestimmungsstücke erhielt, welche die Form der Sonnenbahn als grössten Kreis erkennen liessen? Die überhaupt mögliche grösste Sonnenhöhe im Vereine mit der Polhöhe des Beobachtungsortes gäbe dann unmittelbar die Schiefe der Ekliptik. Allein wenn auch die Messung der Sonnenhöhen mit Hilfe des Gnomon nicht schwer ist, so ist es fraglich, ob die Alten schon zu jenen Zeiten die Mittel besassen, um Winkelabstände, wie sie hiezu nöthig sind, zu bestimmen; denn „alle Nachrichten kommen darin überein, dass die Beobachtungen bis auf Eudoxus sehr roh und grob sind"***), und erst Aristill, Aristarch und Tymocharis kannten die Diopter†). Es scheint viel wahrscheinlicher, dass Anaximander als fleissiger

*) Geschichte der inductiven Wissenschaften, deutsch von J. J. Littrow. I. Band, pag. 120.

**) Naturalis historia, II. Buch, 8. Cap.

***) Schaubach l. c., pag. 365.

†) Ibid. pag. 373.

Beobachter der Sonnenhöhen bald herausgefunden hatte, dass die Sonne für jeden Ort eine Maximal- und Minimalhöhe erreiche, welche einer Maximal- und Minimalpoldistanz entspricht, die er immer wieder für seinen Beobachtungsort und vielleicht auch für verschiedene Orte constant fand. Da nun aber die Kreisbewegungen als die vollkommensten erklärt waren, so musste auch die Sonnenbahn ein Kreis sein, und das Complement der kleinsten Poldistanz der Sonne die Neigung der Sonnenbahn gegen den Äquator. Auch die Mittheilung von Plutarch*), nach welcher diese Entdeckung zuerst Pythagoras gemacht haben soll, wird in derselben Weise zu rectificieren sein. Es ist jedoch unzweifelhaft, dass Eudoxus schon wusste, dass die Sonnenbahn am Himmel ein grösster Kreis wäre, wenngleich man bei ihm gewisse Breitenabweichungen findet. Schaubach schreibt die erste Messung der Schiefe der Ekliptik dem Pitheas zu, der ihren Wert zu 23° 50′ fand; doch ist die Zeit dieser Bestimmung nicht genau angebbar.

Die späteren Commentatoren und Compilatoren mögen aber auch viel zur Verbreitung von irrthümlichen Meinungen beigetragen haben, indem sie glaubten, dass die ihnen bekannten Thatsachen auch schon ihren Vorgängern zur Erklärung gewisser Erscheinungen, also z. B. hier der constanten Maximal- und Minimalpoldistanz der Sonne dienen mussten; und auch hervorragende Gelehrte unserer Zeit konnten sich mitunter von diesem Vorurtheil nicht befreien. Bekanntlich hatte Pythagoras auch gelehrt, dass das Feuer in der Mitte der Welt sei. Daraus schliesst nun Lalande**), dass er „damit wahrscheinlich die Sonne gemeint habe“, und somit wird dem Pythagoras die erste Erkenntnis des Copernicanischen Weltsystems vindiciert. Nun gehört aber diese Meinung des Phythagoras wahrscheinlich zu den mystisch-philosophischen Speculationen über die Elemente, über den Ort, den sie einnehmen etc., und da kann denn allerdings Pythagoras sehr viel gemeint haben, was wir nicht wissen, oder auch sehr viel von dem, was er selbst nicht wusste; er konnte aber auch nichts von dem gemeint haben, was man von ihm vermuthet, was aber erst seine späteren Nachfolger erkannten.

Ebenso wie man die Bewegung von Sonne und Mond erkannte, musste man auch die Bewegung der Venus, ihr Erscheinen und Verschwinden bemerken, und, wenn auch seiner langsamen Bewegung halber etwas schwieriger, diejenige des Jupiter. Nehmen wir aber auch an,

*) De placitis philosophorum, II. Buch, Cap. 12.

**) l. c., pag. 142.

dass die Bewegung des Jupiter noch zu Pythagoras' Zeiten nicht bekannt war, so bleibt es unerklärlich, warum Anaximander in seinem von Schaubach mitgetheilten Sphärensystem auf den Planeten Venus nicht Rücksicht nahm. Die Erklärung Schaubachs, dass damals ein System der Planeten noch nicht bekannt war, und dass unter Planeten im allgemeinen irrende Sterne überhaupt, und hiezu auch die Kometen und gewisse sublunare Körper gezählt wurden, durch welche die Mondesfinsternisse erklärt wurden*), scheint nicht recht passend. Über die Kometen allerdings mögen in jener Zeit die widersprechendsten Meinungen geherrscht haben; Plinius**) sagt nur, dass Manche sie für unvergängliche, bestimmte Bahnen wandelnde Gestirne halten, die nur dann gesehen werden, wenn sie nicht von der Sonne verdunkelt werden, dass sie jedoch von Anderen als zufällig in der Luft entstandene Körper angesehen werden. Wer aber der einen oder der anderen Meinung gewesen ist, wird nicht gesagt. Bestimmter sprechen sich Plutarch und Seneca aus; der erstere sagt***): „Von den Pythagoräern erklären einige den Kometen für einen Stern aus der Gattung derer, die nicht immer sichtbar sind, sondern nur zu bestimmten Zeiten periodisch erscheinen, andere für einen Ausfluss der Sonne in unserem Gesichte ähnlich den Erscheinungen im Spiegel; Anaxagoras und Democrit für eine Conjunction zweier oder mehrerer Sterne, die ihre Strahlen dadurch vereinigen. Aristoteles betrachtet die Kometen als eine aus trockenen Ausdünstungen entstandene und entzündete Masse; Heraclides aus Pontus als eine hochstehende, von hochstehendem Lichte erleuchtete Wolke. Diogenes erklärt die Kometen für wirkliche Sterne". Seneca sagt†): „Eudoxus primus ab Egypto hos motus (quinque siderum) in Graeciam transtulit; hic tamen de cometis nihil dixit; ex quo apparet ne apud Aepyptios quidem, quibus major coeli cura fuit, hanc partem elaboratam. Conon postea, diligens et ipse inquisitor, defectiones quidem solis servatas ab Aegyptiis collegit, nullam autem mentionem fecit cometarum, non praetermissurus, si quid explorati apud illos comperisset. Duo certe, qui apud Chaldaeos studuisse se dicunt, Epigenes et Appolonius Myndius peritissimus inspiciendorum naturalium, inter se dissident: hic autem ait cometas in numero stellarum errantium poni a Chaldaeis tenerique cursus eorum. Epigenes contra ait, Chaldaeos nihil de cometis habere comprehensi, sed videri illos accendi turbine quodam aëris concitati et intorti."

*) l. c., pag. 183.

**) Naturalis historia, II. Buch, Cap. 25.

***) De placitis philosophorum, III. Buch, 2. Cap.

†) Naturales quaestiones, Lib. VII, Cap. 3, 4.

Selbst wenn aber die Kometen zu den sublunaren Körpern gezählt oder als Meteore im eigentlichen Sinne des Wortes, d. h. als tellurischen Ursprungs erklärt wurden, weil sich eine Regelmässigkeit in ihrem Erscheinen und Verschwinden nicht zeigte, so konnte dies nicht wol für die Venus möglich sein, bei welcher selbst ein nur halbwegs denkender Kopf, um wie viel mehr ein Anaximander, ein Pythagoras, besonders nachdem der letztere die Identität von Esperos nnd Eosphoros erkannt hatte, eben durch die Gesetzmässigkeit von der Meinung abgebracht werden musste, dass man es mit einer ephemeren Erscheinung zu thun habe.

Aber nicht nur über das Wesen der Himmelskörper, auch über ihre Bewegungen, ihr Erscheinen und Verschwinden, finden wir bereits aus jener Zeit Hypothesen bei den Griechen, welche wir als die ältesten Planetentheorien bezeichnen können, denn als solche müssen wir die Lehre Anaximanders von den drei Sphären ansehen. Die drei Sphären bewegen sich unabhängig von einander; die Fixsterne gemeinschaftlich in einer Sphäre, die Sonne in einer zweiten, der Mond in einer dritten. Aber warum die von Anaximander gewählte Anordnung? warum, wenn Plutarchs Meinung die richtige ist, dass Anaximander die Planeten, vielleicht Venus und Jupiter kannte, die Planeten zwischen den Fixsternen? Möglich, dass Anaximander von der Meinung ausgieng, die Fixsternensphäre müsse die der Erde nächste sein, weil sie sich am raschesten bewegt (in der täglichen Drehung von Ost nach West), Sonne und Mond blieben (wegen ihrer Eigenbewegung von West nach Ost) zurück, bewegten sich daher scheinbar langsamer von Ost nach West und mussten daher weiter sein. Da aber in diesem Sinne genommen die Sonne sich rascher um die Erde dreht als der Mond (erstere verspätet sich gegen die Fixsterne täglich um vier Minuten, letzterer um circa eine Stunde), so wäre die natürlichere Anordnung die umgekehrte, nämlich den Mond jenseits der Sonne anzunehmen. Möglich ist jedoch, dass Anaximander auf irgend eine Weise erkannt hatte, dass der Mond näher sei als die Sonne; es wird dies wahrscheinlich, wenn man bedenkt, dass er auch die Grösse der Sonne anzugeben suchte; er soll dieselbe 28mal so gross als die Erde gefunden haben*). Auch Pythagoras setzt die Sonne weiter als den Mond. Plinius**) berichtet, dass er die Entfernung des Mondes von der Erde zu 126.000 Stadien, diejenige vom Monde bis zur Sonne doppelt so gross angenommen habe

*) Lalande, Astronomie.

**) Naturalis Historia, II. Buch, Cap. 21.

Die Fixsterne jedoch hat Pythagoras nach Plinius nicht wie Anaximander unter den Mond, sondern jenseits der Sonne um das Dreifache der Entfernung vom Monde zur Erde gesetzt*). Jedenfalls hat Anaximander für eine Sphäre der Venus keine passende Stelle gefunden, da sich dieselbe zur Zeit der Sichtbarkeit des Planeten bald schneller, bald ebenso schnell, bald langsamer als die Fixsternensphäre drehen musste. Doch muss man gestehen, dass dies alles blosse Hypothesen sind, welche allerdings durch das Folgende wesentlich an Boden gewinnen.

Es ist sehr wahrscheinlich, dass um 500 die fortgesetzte anhaltende Betrachtung und Beobachtung des gestirnten Himmels zur Kenntnis der Planeten führte, wenngleich die Namen dieser ersten Planetenentdecker uns nicht bekannt geworden sind. Socrates (470—401 v. Chr.) kannte gewiss die sieben Planeten**), und sein Schüler Plato (430—347 v. Chr.) gibt die Reihenfolge dieser sieben wandelnden Gestirne Mond, Sonne, Venus, Mercur, Mars, Jupiter und Saturn, und zwar in der Reihenfolge ihrer Entfernung von der Erde, so zwar dass der Mond das nächste, Saturn das entfernteste Gestirn war. Auf Grund welcher Beobachtungen er zu dieser Reihenfolge gelangt war, ist nicht zu ersehen, doch scheint auch die Geschwindigkeit der Bewegung massgebend gewesen zu sein, und nur für die drei Gestirne Sonne, Venus, Mercur, deren mittlere Bewegungen gleich sind, war die Grösse für die Entfernung entscheidend. Ptolemäus gibt im Almagest dieselbe Reihenfolge (G. Buch, 1. Cap.), obgleich später Andere die Planeten Venus und Mercur weiter entfernt als die Sonne annahmen, weil sie niemals vor der letzteren vorübergehen. Ptolemäus zieht die ältere Reihenfolge nur aus dem Grunde vor, weil dadurch die Sonne auf eine „natürliche Weise“ diejenigen Planeten, welche sich beliebig weit von ihr entfernen können, von denjenigen trennt, die immer nur bis zu einer gewissen Entfernung von derselben auftreten können. Ein Mittel, um die wahre Stellung der Planeten zu erkennen, kannte noch Ptolemäus nicht, da die Parallaxen, das einzige Mittel zur Erkenntnis der Distanzen, unmerklich sind. Μὴ δυναμένης δὲ μηδὲ κατ' ἄλλον τρόπον τῆς τοιαύτης καταλήψεως προχωρεῖν, διὰ τὸ μηδένα τῶν ἀξέρων ποιεῖσθαί τινα παράλλαξιν αἰσθητήν, ἀφ' οὗ μόνου φαινομένουτὰ απορήματα λαμβάνεται.

*) Hiemit steht das im 22. Capitel Gesagte und auch früher schon mitgetheilte allerdings bezüglich der Zahlen, wenn auch nicht der Anordnung nach im Widerspruch; daher ist es fraglich, ob Pythagoras den Mercur und Saturn als Planeten kannte, und ob dies nicht eine spätere Ergänzung eines seiner Schüler in seinem Sinne war.

**) Schaubach, pag. 212 und 395.

Wie dem auch sei, ob nun dies einfach speculativ geschlossen oder durch Beobachtungen gefunden wurde, so viel steht fest, dass schon damals die Meinung allgemein war, dass der Mond der Erde näher stehe als die Sonne, und diese Annahme mag auch Anaximander zu seiner Aufeinanderfolge der Sphären bewogen haben.

Bei Anaximander jedoch haben wir nur Rücksicht zu nehmen auf die Drehung der Sphären von Ost nach West selbst, während wir von einer Bewegung der Planeten (speciell der Venus) zwischen den Fixsternen um die Erde noch nichts finden. Der nächste Schritt zur richtigen Erkenntnis des Weltsystems bestand also noch gar nicht darin, eine Bewegung der Erde um die Sonne zu constatieren, sondern einfach darin, die tägliche Bewegung der Fixsterne auf die Erde zu übertragen. Diesen Schritt machte Philolaus (um 450 v. Chr.). Er nahm eine bewegte Erde an, aber nicht eine im Weltraum bewegte, sondern eine um ihre Axe rotierende; damit entfällt die Rotation der Fixsternsphäre, und es bleibt nur diejenige der Sphären der Planeten, welche jetzt eine der früheren entgegengesetzte ist, nämlich von West nach Ost. Das System des Philolaus war: Zwischen einer Erde und Gegenerde befindet sich im Mittelpunkte das Feuer, und die Erde und Gegenerde drehen sich um das Centralfeuer in 24 Stunden. Bedenkt man nun, dass Parmenides (um 460 v. Chr.) um dieselbe Zeit die Kugelgestalt der Erde gelehrt hatte*), so wäre die einfachste Erklärung die, dass Philolaus das Innere der Erde feurig annahm, und dass seine Bewegung der Erde eine Axendrehung war. Hiebei spielt die Gegenerde (Antichthon), wie leicht zu sehen, die Rolle unserer Antipoden, und es ist kein Grund vorhanden, die Annahme derselben als einen Unsinn darzustellen, wie dieses z. B. Whewell**) thut, welcher die Behauptung des Aristoteles, dass die Griechen zu derselben dadurch geführt wurden, dass 10 die vollkommenste Zahl sei, als einzigen Erklärungsgrund anführt: „Auf diese Weise führte z. B. das Princip, dass jedes Element seine eigene Stellung suche, zur Lehre, dass die Stelle des Feuers die höchste, d. h. die Luft eine wahre Feueratmosphäre sei . . . die pythagoräische Lehre, dass 10 die vollkommenste Zahl sei, verleitete sie zur Behauptung, dass es auch zehn Himmelskörper geben müsse***), und da sie nur neun derselben kannten, so sagten sie kühn, dass es auch ein Antichthon (Gegenerde) gäbe, die auf der anderen Seite der Sonne stehe und daher für uns unsichtbar sei.“ Es ist wahr, bei den grie-

*) Schaubach, pag. 100.

**) l. c., pag. 6.

***) Aristoteles, Metaphysik, I. Buch, 5. Cap., hat allerdings diese Begründung.

chischen Philosophen spielte die Phantasie eine grosse Rolle, aber warum sollen wir ihnen auch dort Speculationen zuschreiben, wo eine natürliche Erklärung sich für ihre Annahme geben lässt? Man vergleiche übrigens hiemit das von Plutarch*) Gesagte: „Die Schule des Thales setzt die Erde in die Mitte der Welt. Der Pythagoräer Philolaus setzt in die Mitte das Feuer, das sei der Herd des Weltalls. In die zweite Stelle die Gegenerde, in die dritte die von uns bewohnte Erde, die der Gegenerde gerade gegenüberliegt und sich in entgegengesetzter Richtung bewegt, weshalb auch die dortigen Bewohner von den diesseitigen nicht gesehen werden.“ „Die anderen Philosophen liessen die Erde stehen, Philolaus der Pythagoräer aber liess sie gleich der Sonne und dem Monde in einem schiefen Kreise um das Weltfeuer sich bewegen**). Heraclides aus Pontus und Ecphantus der Pythagoräer lassen die Erde sich bewegen, aber nicht von Ort zu Ort, sondern auf der Stelle wie ein Rad, um ihren eigenen Mittelpunkt, und zwar von Abend gegen Morgen.“ So unbestimmt auch hier die Ausdrucksweise ist, so lässt sich doch mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit darauf schliessen, dass Philolaus nur eine Axendrehung der Erde annahm. Hiedurch ergibt sich auch eine einfache Deutung der Lehre des Pythagoras, dass das Feuer die Mitte der Welt einnehme, welche Lehre, wie schon erwähnt, auch dahin gedeutet wurde, dass die Sonne den Mittelpunkt der Welt bilde. Pythagoras nahm wahrscheinlich auch eine kugelförmige Erde mit feurigem Kerne an, eine Meinung, die sich übrigens schon in der Götterlehre von dem Sitze des Hephästos findet und ihren Ursprung in der Wirkung der thätigen Vulcane etc. hatte.

Hienach ist Bullialdus im Unrecht, wenn er die Copernicanische Astronomie mit dem Namen Astronomia Philolaica belegt. Ebensowenig jedoch gebührt dem Nicetas von Syracus, einem Schüler des Philolaus, das Verdienst, die richtige Weltordnung erkannt zu haben. Die Stelle, aus welcher Copernicus***) dies schliesst, lautet: „Nicetas Syracusius, ut ait Theophrastus, coelum, solem, lunam, stellas, supra denique omnia stare censet, neque praeter terram rem ullam in mundo moveri quae cum circum axem se summa celeritate couvertat et torqueat, eadem effici omnia, quasi stante terra, coelum moveretur atque hac etiam Platonem in Timaeo dicere quidam arbitrantur, sed paullo obscunius“†). Hieraus ersieht man aber nur, dass Nicetas ebenfalls für die

*) De placitis philosophorum, Cap. 11 und 13.

**) Also bewegt sich die Erde und die Sonne.

***) De Revolutionibus orbium coelestium. Prooemium, pag. 6.

†) Cicero, academicae questiones, IV. Buch, Cap. 29.

Bewegung des Himmels diejenige der Erde substituirte, aber merkwürdigerweise annimmt, dass auch Sonne, Mond und Planeten sich zwischen den Fixsternen nicht fortbewegen, woraus man höchstens schliessen könnte, dass er die Planeten gar nicht kannte.

Wie schon oben erwähnt, konnte aber auch weder Philolaus noch Nicetas ein Planetensystem mit der Sonne als Centrum überhaupt aufstellen; es lagen zu wenig directe Erfahrungen über die Planeten vor, und wenn man auch schon zu Platos Zeiten die Unregelmässigkeiten ihres Laufes erkannt hatte, so muss man nur bedenken, welche Schwierigkeiten die nun folgenden Gelehrten Eudoxus, Calippus, Aristoteles hatten, um diese Unregelmässigkeiten zu erklären; wenn Philolaus oder Nicetas das heliocentrische System entdeckt hätten, hätten es die genannten Männer nicht verwendet, um sich aus den sich ihnen darbietenden Schwierigkeiten zu retten? Aber die Zeit war noch nicht da, und die Entdeckung des heliocentrischen Systems gehört in einen viel späteren Zeitraum, nämlich volle 200 Jahre später, und das Verdienst dieser Entdeckung gebührt Aristarch*).

Wir sind jedoch der Zeit vorangeeilt, indem wir von Eudoxus und Aristarch sprachen, und müssen nunmehr wieder zu unserem Zeitraum zurückkehren, und da wäre zunächst zweier in jene Zeit fallenden Ereignisse zu gedenken, welche für unsere Geschichte von Wichtigkeit sind. Die erste derselben ist eine neuere Bestimmung der Umlaufszeiten der Sonne und des Mondes durch Meton (432 v. Chr.). Nach ihm sind 19 Jahre = 235 Lunationen = 6940 Tage. Hieraus

---

*) Um die Übersicht zu erleichtern, mögen hier die im Texte erwähnten Astronomen chronologisch zusammengestellt werden:

639—548 Thales
610—546 Anaximander
580—500 Pythagoras
um 470 Democrit
um 450 Philolaus und Nicetas
470—401 Socrates
430—347 Plato
420—355 Eudoxus
370—300 Calippus
384—322 Aristoteles
um 294 Aristill und Tymocharis
281—264 Periode der Wirksamkeit des Aristarch
287—212 Archimed
276—196 Eratosthenes
um 247 Apollonius.

ergibt sich für die Länge eines Jahres der allerdings nicht besonders gute Wert von 365·26316 Tagen, die Dauer eines synodischen Umlaufes zu 29·5319 Tagen. Sowohl der Metonische Cyklus als auch die früher erwähnte Octaëdris sind Näherungswerte. Nimmt man die Länge des tropischen Jahres zu 365·2422 Tagen, die des synodischen Monates zu 29·5306 Tagen, so sind die aufeinanderfolgenden Näherungswerte des Bruches

$$\frac{365{\cdot}2422}{29{\cdot}5306}$$

die folgenden:

$$\frac{25}{2}, \frac{37}{3}, \frac{99}{8}, \frac{136}{11}, \frac{235}{19}, \frac{3896}{315} \ldots$$

Dem dritten Näherungswert entspricht die Octaëdris, dem fünften der Metonische Cyclus; der Calippische Cyklus gleich 76 Jahren liegt zwischen dem fünften und sechsten Näherungswerte.*)

*) Nach Delambre (Histoire de l'astronomie ancienne, I., 350) soll dieser 19jährige Cyklus den Chinesen schon um 2600 v. Chr. bekannt gewesen sein; auch sollen sie um dieselbe Zeit bereits Sonnen-, Mond- und Planetentheorien gehabt haben. Welche Kenntnisse jedoch die Chinesen thatsächlich damals in der Astronomie hatten, wird man vielleicht daraus entnehmen können, dass 1350 v. Chr. Ya-O die Astronomen Hi Tchong, Hi Chou, Ho-Tchong, Ho-Chou in die vier Weltgegenden sandte, um die Sterne zu suchen, die in den Solstitien und Äquinoctien stehen. Vieles von diesen Überlieferungen mag auf Missverständnissen, Fehlern der Abschreiber etc. beruhen, aber verdächtig bleibt immerhin z. B. in diesem Falle die Übereinstimmung der Namen, wenn man schon den in der Aufgabe gelegenen Unsinn auf irgend eine Art entschuldigen könnte.

Welches Vertrauen man diesen alten Berichten zu schenken hat, soll noch durch ein ebenfalls der Geschichte der alten Astronomie von Delambre entnommenes Beispiel erläutert werden. Bailly gibt als älteste Epoche der indischen Astronomie, wie sie in der Surrya-Siddhanta enthalten ist, das Jahr — 3102, den Beginn der Ära des Cali-Youga. Bentley hat jedoch durch sehr scharfsinnige Untersuchungen nachgewiesen, dass dies eine Fälschung ist und die Entstehungszeit der Surrya-Siddhanta ungefähr 1060 nach Chr. fällt. Hier sind nun allerdings die Untersuchungen noch nicht abgeschlossen. Wahr ist es, dass das zufällige Zusammenfallen einer allgemeinen Conjunction aller Planeten mit dem Beginn der Astronomie etwas verdächtig ist, und dass dieser Zeitpunkt durch Zurückrechnung erhalten werden und dann wegen seiner Wichtigkeit als Epoche gewählt werden konnte. (Delambre bemerkt, dass eine geringfügige Änderung von nur 12″ in den mittleren Bewegungen der Planeten eine völlige Coincidenz herbeiführt.) Wahr ist, dass, wenn die Epoche durch Zurückrechnung gefunden und fingierte Beobachtungen nach denselben angegeben sind, durch Vorausrechnung einiger Planetenorte und Vergleichung derselben mit den aus unseren Planetentafeln erhaltenen Werten sich die Epoche der Surrya-Siddhanta bestimmen lässt; Bentley

Das zweite zu erwähnende Ereignis ist die nach Schiaparelli*) ebenfalls von Meton und Euctemon entdeckte Ungleichheit in der Längenbewegung der Sonne. Würde sich nämlich die Sonne stets mit gleicher Geschwindigkeit in der Ekliptik bewegen, so müssten, da diese und der Äquator sich als grösste Kreise in zwei um 180° von einander abstehenden Punkten schneiden, die Zwischenzeiten zwischen den Durchgängen durch die Aquinoctien und Solstitien gleich sein. Dieses ist nun aber nicht der Fall, und aus der Ungleichheit der Durchgangszeiten kann man sofort auf die ungleichförmige Bewegung der Sonne schliessen. Nun erfordert aber die Bestimmung der genauen Durchgangszeiten durch die Äquinoctien und Solstitien bereits sehr gute Beobachtungen, und es ist wol fraglich, ob Meton schon im Besitze von Instrumenten war, um diese genauen Bestimmungen zu erhalten. Ptolemäus, der von den durch Meton und Euctemon gemachten Beobachtungen der Sommersolstitien berichtet (Almagest, 3. Buch, 2. Cap.), fügt hinzu, dass er sie nicht benützt, weil Hipparch glaubte, dass dieselben nicht gut gemacht wären. Jedenfalls war eine solche Ungleichheit für den Mond leichter zu erkennen, da man ihn zwischen den Gestirnen selbst sah. Wir dürfen jedoch nicht zweifeln, dass 100 Jahre später diese Ungleichheit in der Sonnenbewegung bereits bekannt war, da Calippus dieselbe in seiner Theorie berücksichtigt.

Nachdem man einmal erkannt hatte, dass sich ausser Sonne und Mond auch gewisse andere Sterne zwischen den Fixsternen fortbewegen,

---

findet als Entstehungszeit der Surrya-Siddhanta: aus dem Mondapogeum 1200 n. Chr., ebenso aus den Mondknoten; aus dem Apogeum der Sonne 500, aus demjenigen der Venus 900, des Mercur 1600; im Mittel, allerdings wie zu erwarten, mit sehr grosser Unsicherheit etwa 1060 n. Chr., und nennt als Autor Varâha. Wahr ist ferner, dass das Vorhandensein einer Sinustafel in diesem indischen Buche sehr gegen das behauptete Alter spricht. Hingegen erscheint es befremdend, dass die Sternörter durch Zurückrechnung mit einer Präcession von 50⅓″ erhalten werden, während sie die Präcession gleich 54″ angeben. Hätten sie mit dieser Präcession zurückgerechnet, so wären sie bei der relativ grossen Zeitdifferenz auf ganz falsche Sternpositionen gekommen. Befremdend ist ferner, dass die Inder aus späteren Beobachtungen im Vereine mit diesen alten eine mittlere Sonnenbewegung erhalten, die äusserst nahe mit der in den Cassini'schen Sonnentafeln verwendeten identisch ist. Sollte dies wirklich blosser Zufall sein, als welchen es Delambre erklärt, oder sollten die Tafeln noch späteren Datums sein?

*) Die homocentrischen Sphären des Eudoxus, Calippus und Aristoteles; Memoire, gelesen im lombardischen Institut zu Mailand am 26. November 1874. Deutsch von W. Horn, Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, I. Heft, Leipzig 1877, pag. 169 ff.

gieng man selbstverständlich auch daran, zu beobachten, welcher Art diese Bewegungen seien. Da fand man denn nun nach dem ersten Anblick die grösste Unregelmässigkeit und Gesetzlosigkeit. Trägt man sich z. B. die Orte eines Planeten Tag für Tag in eine Karte ein und verbindet die erhaltenen Positionen durch einen stetigen Linienzug, so wird dieser die verschiedensten Formen aufweisen, von denen eine beispielsweise aus Fig. 1 zu ersehen ist. Ist AA' (Fig. 1) die scheinbare Sonnenbahn, so kann man, um den Ort eines Planeten P zu einer gewissen Zeit festzulegen, von P ein sphärisches Perpendikel PB auf die Ekliptik AA' fällen; die Entfernung des Fusspunktes B von einem festen, aber sonst beliebigen Punkte in der Ekliptik, als welchen man das Frühlingsäquinoctium wählt, nennt man die Länge des Planeten, den Bogen PB die Breite desselben. Für einige Planeten (Jupiter und Saturn) sind die Breitenunterschiede in den auftretenden Verschlingungen oder Schleifen so klein, dass sie in den ältesten Zeiten wol unbeachtet blieben; aber die ziemlich bedeutenden Änderungen in der Längenbewegung wurden wahrgenommen. Man fand, dass die Längen eines Planeten eine Zeitlang grösser werden, der Planet sich also in der Richtung des Pfeiles bewegt. Dann scheint er eine kurze Zeit seine Länge gar nicht zu ändern, also stille zu stehen, sich dann zwischen den Sternen in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen und nach einem abermaligen Stillstande wieder seine ursprüngliche Bewegungsrichtung anzunehmen. Im Ganzen bewegt er sich in der Richtung des Pfeiles (von West nach Ost), welche man die directe oder rechtläufige nennt, während die zeitweilig entgegengesetzte die retrograde oder rückläufige heisst. Die zwischen den beiden bemerkte unveränderte Lage des Planeten nennt man seine Stillstände oder Stationen.

Man fand, dass die Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Retrogradationen für die verschiedenen Planeten zwar verschieden, für jeden einzelnen aber nahe gleich waren; dass im Laufe der Zeit der Planet trotz der Retrogradationen doch vorwärts kam, ohne sich weit von der Ekliptik nach Norden oder Süden zu entfernen, und dass er in nahe gleichen Zwischenzeiten zu seinem ursprünglichen Orte zurückkehrte, nun aber die Schleifen, und zwar alle nahe gleich viel zwischen den Sternen verschoben waren; dass aber nach einer Reihe von Umläufen sich einzelne Schleifen wieder deckten, und dass, wenn dies für die erste der Fall war, dies auch für alle folgenden stattfand, soweit es die ältesten Beobachtungen überhaupt zu constatieren gestatteten. So fand man z. B., dass sich die Schleifen des Jupiter nach einem Umlaufe etwa um den sechsten Theil des Zwischenraumes zweier Schleifen zwischen

den Sternen verschoben hatten, dass er daher nach sechs Umläufen, während welcher er 65mal retrograd geworden war, und zu denen er 70 Jahre und 360 Tage (das Jahr zu $365^1/_4$ Tagen gerechnet) brauchte, ziemlich genau an der früheren Stelle erschien, und dass sich nach dieser Zeit die Erscheinungen genau wiederholen. Hieraus folgt, dass er zu einem Umlaufe, wenn er sich gleichmässig bewegen würde (mit Rücksicht auf die noch sehr kleine Verschiebung der Retrogradationen nach dem sechsten Umlaufe), 11 Jahre 315 Tage braucht, und dass die Zwischenzeit zwischen zwei Retrogadationen 398 Tage beträgt. Die erstere Umlaufszeit, innerhalb welcher der ganze Zodiacus durchlaufen wird, auch zodiacale Umlaufszeit genannt, wurde nun merkwürdigerweise für Sonne, Venus und Mercur gleich gefunden, für die drei übrigen Planeten und den Mond verschieden. Alle diese Verhältnisse mussten natürlich zum Nachdenken anregen, und schon Plato legte den Astronomen die Frage vor, durch welche Annahme von regelmässigen und geordneten Bewegungen sich die Erscheinungen der Planetenläufe darstellen lassen. Plato selbst hatte zwar auch ein System erdacht, welches aber nur die Bewegungen selbst, so wie sie sich dem Beschauer darbieten, nicht aber ihre Zerlegung in die gewünschten einfachen und regelmässigen gibt. Nach Schaubach legt er eine Reihe von Planetenkreisen ineinander (welche jedenfalls wieder als mehr oder weniger breite Streifen anzusehen sind), die Öffnungen wie Spunde an Fässern haben. Der oberste Kreis ist der der Fixsterne; hierauf folgen die von Saturn, Jupiter, Mars, Mercur, Venus, Sonne und Mond, welche Anordnung auch Eudoxus und Aristoteles haben.

Die Antwort auf die von Plato gestellte Frage, die dieser selbst nicht zu lösen imstande war, gab Eudoxus (420—355 v. Chr.) durch seine Theorie der homocentrischen Sphären*). Dieselbe ist uns nur in dunkeln, unzusammenhängenden Bruchstücken erhalten, wohl durch spätere Commentatoren, unter denen Simplicius, ein Commentator

*) Allerdings behauptet Diodor im I. Buche (Cap. 98) seiner Geschichte, dass Eudoxus „die Belehrungen aus der Sternkunde, die er den Griechen mittheilte, und wodurch er sich einen so berühmten Namen machte", von den Egyptern hatte, welche bereits (s. Cap. 81) „die Bewegungen, Umlaufszeiten und Stillstände der Planeten, sowie ihren Einfluss auf die Entstehung der lebenden Wesen und ihren heilsamen und schädlichen Einfluss sorgfältig studierten". Diodor ist aber ein relativ späterer Schriftsteller, und wie man z. B. aus seinen im 8. und 43. Cap. geäusserten Ansichten über die ältesten Menschen schliessen kann, viel zu sehr von der Bildung seiner Zeit beeinflusst, als dass man diesen Worten viel Zutrauen entgegenbringen sollte. Herodot (II. Buch, 4. Cap.) berichtet nur, dass die Egypter als die ersten die Jahreslänge zu 365 Tagen angaben.

des VI. Jahrhunderts n. Chr., der uns diese Theorie vorträgt, besonders zu nennen ist, wesentlich entstellt und in den älteren Geschichtswerken zum Theil gar nicht aufgenommen, zum Theil missverstanden worden *). Erst Schiaparelli **) hat sie durch Restitution des Textes und Hinzufügung von einigen mathematischen Deductionen in das rechte Licht gesetzt und ihr dadurch erst den richtigen Platz in der Geschichte der Planetentheorien angewiesen.

Denkt man sich zunächst zwei dicht übereinander gelegte Kugelschalen, von denen die äussere K_1 um eine Axe AA' (Fig. 2) etwa im Sinne des Pfeilers rotiert, dann wird jeder Punkt der Kugel K_1, z. B. B einen Parallelkreis beschreiben. Seien nun in zwei diametral gegenüberstehenden Punkten $B\,B'$ die Endpunkte der Axen einer zweiten Kugel K_2 eingesetzt, die mit derselben Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne

*) Whewell (l. c. I., 137) schreibt, dass Eudoxus von Cnidus nach Simplicius der erste die Theorie der beweglichen Kreise eingeführt haben soll, und dass diese ihre wissenschaftliche Ausbildung erst in den Zeiten Hipparchs erhielt; er glaubt also, dass Eudoxus der erste war, der die Theorie der Epicykeln anwendete, und ähnlich urtheilt Mädler. Lalande äusserst sich sehr abfällig über die Eudoxische Theorie; ja er glaubt, dass Eudoxus einfach ein Commentator ist. Ebenso Delambre, der die Eudoxische Theorie nicht erwähnt, und meint, dass alle wissenschaftliche Astronomie der Griechen im Almagest zu finden ist. Er glaubt geradezu, dass die ganze Wissenschaft des Eudoxus in dem bestand, was Aratus in seinem Gedichte mittheilt, welches nichts weiter als eine Aufzählung der Constellationen und ziemlich viel Unsinn über deren Bedeutung enthält. (Histoire de l'astronomie ancienne, I., 107, und II., 67.) Er sagt zwar (Vorrede, pag. X): „Platon conseille aux astronomes de chercher l'explication des mouvements celestes, dans la combinaison de différents cercles; ils suivent ce conseil, et fautes d'idées assez précises et de bonnes observations, ils multiplient les cercles outre mésure et sans aucun succès." Hier scheint er jedoch an die Aristotelische Theorie zu denken, welche er nicht verstanden hat. Bailly nennt die Eudoxische Theorie absurd, und zwar wahrscheinlich aus einem gleich zu erwähnenden Grunde. Schaubach (l. c., pag. 433) erkennt wohl den Unterschied von der Epicykeltheorie, gibt auch einen kurzen, aber auf die ungenaue Darstellung im Simplicius gegründeten Abriss der Theorie, konnte aber doch mit derselben nicht recht zum Ziele kommen. Die Eudoxische Theorie besteht nämlich in der Superposition einer Anzahl von concentrischen Kugelschalen, von denen jede einzelne sich um eine Axe dreht, deren Pole in der Oberfläche der darüber befindlichen befestigt sind. Dass nun eine dieser Sphären ihre Pole in der Ekliptik hat, nennt Whewell (I., pag. 138) einen Irrthum des Aristoteles, der, wie wir später sehen werden, diese Theorie weiter ausbildete, und dies ist auch wahrscheinlich der Grund, warum Bailly dieselbe absurd nennt.

**) „Die homocentrischen Sphären des Eudoxus, Calippus und Aristoteles", Memoire, gelesen im lombardischen Institut zu Mailand den 26. November 1874. Ins Deutsche übersetzt von W. Horn. Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik, I. Heft, Leipzig 1877.

rotiert, und sei von B um 90° entfernt ein Körper P. Es wird einmal vorkommen, dass die Pole A, B und der Punkt P in einen Kreis fallen, wenn man sich die beiden Kugelschalen unmittelbar untereinander denkt. Sei diese Lage $A B_1 I$ (Fig. 3), wenn I die Lage des Körpers P für diesen Fall ist. Dann muss der Bogen $O I$ gleich $A B_1$ sein, welchen Bogen Schiaparelli die Inclination nennt. (In der Figur sind nicht die räumlichen Punkte A, B_1, O, I, sondern ihre Projectionen auf zwei gegen einander senkrechte Ebenen: $A' A''$; $B_1' B_1''$; $O' O''$; $I' I''$, verzeichnet.) Nach einer Viertelumdrehung der Kugel K_1 kommt B_1 nach B_2 (in der Figur $B'_2 B''_2$); würde sich die zweite Kugel K_2 nicht gedreht haben, so wäre $B P$ wie früher in die Verlängerung $B_2 M$ von $A B_2$ gekommen. Die ebenso grosse entgegengesetzte Drehung der zweiten Kugel bewirkt aber, dass die wirkliche Lage von $B P$ um 90° von $B_2 M$ verschieden ist, nämlich $B_2 II$ und O der jetzige Ort des Punktes P ist; inzwischen wird der letztere einen Weg $I x II$ zurückgelegt haben. Bei der weiteren Drehung der beiden Kugeln bewegt sich der Punkt P über y weiter, und wenn der Pol B nach B_3, B_4 und B_1 gekommen sein wird, wird P wieder in den Punkten III, IV, I angelangt sein, wo, wie leicht ersichtlich, der Bogen $II III$ gleich der Inclination ist. Die Curve, welche P beschreibt, wird eine sphärische Lemniscate, welche Eudoxus nach der Nachricht des Simplicius Hippopede genannt hat. Die Dimensionen derselben hängen von der Inclination ab, und zwar werden sich die beiden Dimensionen $I III$ und $x u$ mit wachsender Inclination, allerdings in ungleichem Verhältnisse vergrössern. Statt der von Schiapparelli gegebenen synthetischen Ableitung beziehen wir den Punkt P auf ein sphärisches Coordinatensystem. Möge wie früher $A O A'$ (Fig. 4) der zur Zeichnungsfläche senkrechte, durch den Pol A gehende grösste Kreis sein, und sei für einen gegebenen Augenblick die Grösse der Drehung der Sphäre K_1 bestimmt durch den Winkel $O A B = \vartheta$. Der Pol der zweiten Sphäre K_2 liege in B, wo $A B = i$ die Inclination ist. Gleichzeitig habe sich die zweite Sphäre um B ebenfalls um den Winkel ϑ gedreht, so dass der ursprünglich in der Verlängerung von $A B$ gegen p hin gelegene Punkt (P) jetzt nach P kommt, wobei $p B P = \vartheta$ ist. Nennt man die Entfernung $A P = r$, den Winkel $O A P = u$, positiv nach abwärts, wenn die Drehung der äusseren Kugel K_1 von $O A$ nach aufwärts geschieht, so ist aus dem Dreiecke $B A P$, weil $B P = 90°$ ist:

$$\begin{aligned} \cos r &= -\sin i \cos \vartheta \\ \sin r \cos(\vartheta + u) &= +\cos i \cos \vartheta \\ \sin r \sin(\vartheta + u) &= +\sin \vartheta \end{aligned}$$

Multiplicirt man die zweite Gleichung mit $-\sin\theta$, die dritte mit $+\cos\theta$ und addiert, so erhält man

$$\sin r \sin u = \sin\theta\cos\theta\ (1-\cos i) = \sin\tfrac{1}{2}i^2 \sin 2\theta.$$

Multiplicirt man die zweite mit $+\cos\theta$, die dritte mit $+\sin\theta$ und addiert, so folgt:

$$\sin r \cos u = \sin\theta^2 + \cos i \cos\theta^2 = \left(\cos\tfrac{1}{2}i^2 + \sin\tfrac{1}{2}i^2\right)\sin\theta^2 + \left(\cos\tfrac{1}{2}i^2 - \sin\tfrac{1}{2}i^2\right)\cos\theta^2 = \cos\tfrac{1}{2}i^2 - \sin\tfrac{1}{2}i^2\cos 2\theta = 1 - 2\sin\tfrac{1}{2}i^2\cos\theta^2$$

Aus dem Dreiecke AOP, in welchem $AO = 90°$ ist, folgt:

$$\cos\rho = \sin r\cos u$$
$$\sin\rho\sin v = \sin r\sin u$$
$$\sin\rho\cos v = -\cos r$$

und hiemit für die sphärischen Coordinaten ξ, η aus dem Dreiecke OPM:

$$\sin\eta = \sin v\sin\rho = \sin\tfrac{1}{2}i^2\sin 2\theta$$

$$\operatorname{cotg}\xi = \frac{\cot\rho}{\cos v} = -tg\, r\cos u = \frac{1-2\sin\frac{1}{2}i^2\cos\theta^2}{\sin i\cos\theta}$$

Die rechtwinkeligen Coordinaten x und y folgen aber als Projectionen der grössten Kreisbögen ξ, η auf die Ebene AB_2M (Fig. 3). Projiciert man das Dreieck OPM auf diese Ebene, so wird, wenn man die Projectionen der einzelnen Stücke wie in Fig. 3 accentuiert und die positive y-Axe, entgegengesetzt den positiven u, v nach oben zählt

$$O''M'' = x;\quad M''P'' = -y$$
$$\sphericalangle v'' = \sphericalangle v$$
$$\rho'' = R\sin\rho$$

wenn R der Halbmesser der Kugel ist; demnach:

$$x = \rho''\cos v'' = R\sin\rho\cos v = -R\cos r$$
$$y = -\rho''\sin v'' = -R\sin\rho\sin v = -R\sin r\sin u$$

folglich:

$$x = R\sin i\cos\theta$$
$$y = -R\sin\tfrac{1}{2}i^2\sin 2\theta^*).$$

---

*) Da diese Curve noch wenig Beachtung gefunden hat, so wollen wir hier auch ihre Construction (es ist die eine Projection der Hippopede) nach Schiaparelli geben. Man zeichnet (Fig. 6) zwei concentrische Kreise; den grösseren mit dem Halbmesser $R\sin i = B_1''B_2''$; den kleineren mit dem Halbmesser $R\sin\frac{1}{2}i^2 = \frac{1}{2}R(1-\cos i) = \frac{1}{2}A''B_1''$. Der grössere Kreis wird in doppelt so viele Theile getheilt als der kleinere; durch die Theilpunkte des grösseren zieht man Linien parallel zur y-Axe, durch die Theilpunkte des kleineren Linien parallel zur x-Axe, und

Denkt man sich nunmehr die beiden Kugeln $K_1 K_2$ mit $A A'$ in eine dritte äussere Kugel K eingehängt, welche um eine Axe rotiert, die zu $A A'$ senkrecht steht, und die durch die Pole $C C'$ der Ekliptik geht, und zwar mit anderer Geschwindigkeit als $K_1 K_2$, und beobachtet die Erscheinung aus dem gemeinschaftlichen Mittelpunkte aller Kugeln, so wird sich zunächst der Punkt O gleichmässig in einem grössten Kreise bewegen, dessen Pole $C C'$ sind, also in der Ekliptik. Ist P der Planet, so wird er sich nicht in O befinden, sondern bald rechts, bald links von diesem Punkte, der also gewissermassen einen mittleren Ort des Planeten darstellt. Denkt man sich nun einen Streifen der Himmelskugel längs der Bahn von $A A'$ herausgeschnitten und in die Zeichnungsfläche gelegt, oder besser ausgedrückt, eine äquatoriale Cylinderprojection gebildet, so wird vermöge der Drehung der Kugel K der Punkt O in gleichen Zeiträumen nach O_1, O_2, O_3 (Fig. 5) kommen, während die relative Lage von P gegenüber O durch die Hippopede gegeben ist, welche das System der beiden Sphären $K_1 K_2$ ersetzt. Überträgt man also die Hippopede auf jeden einzelnen der Mittelpunkte O_1, O_2, O_3, wo jedoch in Fig. 5 die positive x-Axe nach links gelegt ist, weil dies die Richtung der directen Bewegung ist, und verbindet die jeweiligen Planetenorte durch einen stetigen Linienzug, so erhält man eine Curve, deren Form wesentlich bedingt ist durch das Verhältnis der Geschwindigkeiten von K und von dem Systeme (K_1, K_2). (Zur Construction braucht man natürlich nicht die ganze Hippopede, sondern nur die Abscissen und Ordinaten der jeweiligen Planetenorte zu übertragen; z. B. $O_9 m$ und $m 9$ als Abscisse und Ordinate des Punktes 9 der Hippopede.) So lange nicht nur die Breitenunterschiede, sondern die Breiten selbst nicht genau beobachtet werden konnten, konnten diese Curven den Planetenlauf im allgemeinen ziemlich befriedigend darstellen (über das Nähere siehe weiter unten), wenn nur die drei Elemente: Rotationsdauer der äusseren Schale, des Systems der inneren beiden Sphären und Inclination passend gewählt wurden. Es ist unmittelbar ersichtlich, dass die Rotationsdauer von K gleich der Umlaufszeit des mittleren Ortes um die Erde, also gleich der zodiacalen Umlaufszeit des Planeten sein muss, also für Jupiter 11 Jahre 315 Tage, und die Rotationsdauer von K_1 und K_2 gleich der Zwischenzeit zwischen zwei Retrogradationen, d. h. gleich der synodischen Umlaufszeit, also für Jupiter 398 Tage. Nun ist für die oberen Planeten

---

verbindet einander entsprechende Punkte. Für den Punkt 2 ist dann z.B. $x O \alpha' = \vartheta$; $x O \alpha = 2\vartheta$; $x_2 = O \alpha' \cos x O \alpha' = R \sin i \cos \vartheta$, $y_2 = -O \alpha \sin x O \alpha = -R \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\vartheta$, wobei die positive x-Axe nach rechts, die positive y-Axe nach oben gelegt ist.

diese zodiacale Umlaufszeit gleich der siderischen, indem nämlich wegen der relativen Kleinheit der Erdbahn die mittlere Bewegung so stattfindet, als würde der Planet von der Sonne aus gesehen, und die Ungleichheiten der mittleren Bewegung sich durch den veränderlichen Erdort ergeben. Für die unteren Planeten Mercur und Venus aber ist die zodiacale Umlaufszeit gleich einem Jahre, da die mittleren Orte dieser Planeten stets mit dem Sonnenorte zusammenfallen, von welchem sie bald rechts, bald links erscheinen; der Grund zu dieser Unterscheidung liegt im Wesen darin, dass die Periode der Ungleichheiten kleiner genommen wird als die Periode der mittleren Bewegung.

Wird nun noch das ganze System in eine äusserste Kugel eingehängt, die in 24 Stunden um eine Axe rotiert, welche durch die Weltpole geht, so wird auch die tägliche Bewegung erklärt, und man gelangt durch diese „freie, aber logische Betrachtung der wenigen Nachrichten, welche über die Planetentheorie des Eudoxus existieren“ *), zu einer wirklich befriedigenden Lösung der von Plato gesellten Aufgabe, die complicierten Erscheinungen der Planetenbewegung in eine mittlere Bewegung und eine gesetzmässig auftretende Gleichung oder Ungleichheit aufzulösen.

Um auch über die Epochen der mittleren Bewegungen und der Ungleichheiten zu entscheiden, hat man zu beachten, dass die grösste und kleinste Geschwindigkeit stattfindet, wenn der Planet sich im Mittelpunkte der Hippopede befindet, also wenn der durch die Pole $A\,A'$, $B\,B'$ gelegte grösste Kreis durch die Pole $C\,C'$ geht, welcher Moment auf den Zeitpunkt der Opposition, beziehungsweise Conjunction zu versetzen ist. Der Planet durchschneidet in seiner Bahn zwischen zwei Oppositionen, daher Retrogradationen viermal die Ekliptik und erreicht zweimal die grösste nördliche und zweimal die grösste südliche Breite, welche sämmtlich dem absoluten Werte nach gleich gross und gleich $\sin \frac{1}{2} i^2$ sind. Ihre Werte sind also mit der Grösse des rückläufigen Bogens mit bestimmt, und würde man die Inclination so bestimmen, dass der rückläufige Bogen gleich dem durch die Beobachtung gefundenen ist, so ist damit die Breitenabweichung des Planeten mit bestimmt. Während sich aber die Umlaufszeiten ziemlich leicht finden lassen und auch schon zu Eudoxus' Zeiten ziemlich gut bekannt waren, scheint dieses für die Inclinationen nicht so leicht gelungen zu sein; wenigstens gibt sie Simplicius nicht an und sagt nur, dass für die verschiedenen Planeten diese Inclinationen verschieden waren; doch ist

*) Schiaparelli l. c., pag. 137.

wahrscheinlich, dass Eudoxus, der nur die rückläufige Bewegung und die Stillstände erklären wollte, die Inclinationen, und zwar nach Schiaparelli aller Wahrscheinlichkeit nach an Modellen so bestimmte, dass die Grösse des rückläufigen Bogens sich mit der Beobachtung übereinstimmend ergab.

Um nun für jeden Planeten die Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung der Theorie mit der Beobachtung zu ersehen, wollen wir die Verhältnisse etwas näher beleuchten. Es war gefunden

$$\left.\begin{aligned} \cot \xi &= \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2}{\sin i \cos \theta} \\ \sin \eta &= - \sin \tfrac{1}{2} i^2 \sin 2\theta \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Geschwindigkeit des Planeten in irgend einem Punkte der Hippopede in der Richtung der ξ (also der Ekliptik) ist, wenn t die Zeit bedeutet:

$$u = \frac{d\xi}{dt} = - \frac{\sin \theta \left(1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2\right)}{\sin i \cos \theta^2} \sin \xi^2 \frac{d\theta}{dt}$$

$$= - \frac{\sin \theta \sin i \left(1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2\right)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta^2} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Die Geschwindigkeit wird ein positives oder negatives Maximum, wenn

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ oder } \frac{3\pi}{2}, \text{ dann wird } \xi = o, \ \eta = o,$$

$$u_0 = \mp \sin i \cdot \frac{d\theta}{dt}.$$

Sei nunmehr die Geschwindigkeit der Kugel K gleich v, diejenige der beiden Kugeln K_1 und K_2 gleich w, so zwar dass dies die in einem mittleren Sonnentage zurückgelegten Winkel, z. B. ausgedrückt in Bogensecunden seien, so ist

$$\theta = \theta_0 + w\, t,$$

wobei nunmehr t in mittleren Sonnentagen auszudrücken ist; daher

$$\frac{d\theta}{dt} = w$$

und

$$\left.\begin{aligned} u &= - \frac{\sin \theta \sin i \ (1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta^2} w \\ u_0 &= \mp \sin i . w \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Es ist nunmehr v die mittlere und

$$V = v + u$$

die wahre Geschwindigkeit des Planeten, und da für die Opposition die Bewegung des Planeten retrograd, also V negativ ist, so wird in dem Ausdrucke für u_0 das obere Zeichen der Opposition, das untere der Conjunction entsprechen. Man hat daher

$$\left.\begin{array}{l} \text{für die Opposition } \theta = \frac{\pi}{2};\ \xi = 0,\ V_1 = v - \sin i.w \\ \text{für die Conjunction } \theta = \frac{3\pi}{2};\ \xi = 0,\ V_2 = v + \sin i.w \end{array}\right\} \quad (3)$$

und t Tagen nach der Opposition

$$\left.\begin{array}{l} \theta = \frac{\pi}{2} + w.t \\ \cot \xi = \dfrac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2}{\sin i \cos \theta}; \\ V = v - \dfrac{\sin i \sin \theta \left(1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta^2\right)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta^2}.w \end{array}\right\} \quad (4)$$

Der Planet wird stationär, wenn $V = o$ ist, d. h. wenn

$$v = \frac{\sin i \sin \theta' \left(1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2\right)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta'^2}.w \quad (5)$$

ist. Wenn die Inclination i bekannt ist, so erhält man hieraus den der Station zugehörigen Wert von θ'; allerdings folgen zwei Werte, nämlich $\theta_1 = \theta'$ und $\theta_2 = 180° - \theta'$, welche aber von $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ gleichweit abstehen, da:

$$\theta_1 = \theta_0 - \left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right);\ \theta_2 = \theta_0 + \left(\frac{\pi}{2} - \theta'\right)$$

ist; der erste entspricht daher der der Opposition vorangehenden, der zweite der ihr folgenden Station, und

$$\frac{\theta_0 - \theta_1}{w} = \frac{\theta_2 - \theta_0}{w} = \frac{\frac{\pi}{2} - \theta'}{w} = \frac{1}{2} t_0$$

ist die Zeit zwischen Station und Opposition, folglich die Zeit der Retrogradation

$$t_0 = 2\,\frac{\frac{\pi}{2} - \theta'}{w} \quad \text{oder da } w = \frac{360°}{\Sigma}$$

ist, wenn Σ die synodische Umlaufszeit des Planeten ist,

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\theta'}{\pi}\right)\Sigma. \qquad (6)$$

Um auch die Grösse des retrograden Bogens zu finden, hat man ξ_1 und ξ_2 für die beiden Stationen nach der Formel

$$\cot \xi' = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2}{\sin i \cos \theta'} \qquad (7)$$

zu rechnen; es ergibt sich $\xi_1 = \xi'$ für die der Opposition vorangehende, $\xi_2 = -\xi'$ für die folgende Station. Ist nun l_0 die mittlere Länge des Planeten zur Zeit der Opposition, so ist die wahre Länge desselben

für die vorausgehende Station $\lambda_1 = l_0 - \frac{1}{2} t_0 v + \xi'$

für die nachfolgende Station $\lambda_2 = l_0 + \frac{1}{2} t_0 v - \xi'$

folglich der retrograde Bogen da $\lambda_2 < \lambda_1$ ist:

$$B = \lambda_1 - \lambda_2 = 2\ \xi' - t_0\ v$$

also

$$B = 2\ \xi' - \frac{v}{w}(\pi - 2\theta'). \qquad (8)$$

Zur Bestimmung der Inclination kann man nun verschiedene Wege einschlagen.

1. Aus der beobachteten täglichen siderischen Bewegung zur Zeit der Opposition; ist dieselbe (absolut genommen) μ', so wird, wenn man in der gebräuchlichen Weise die mittlere tägliche siderische Bewegung μ nennt, da $V = -\mu'$ ist:

$$\mu' = w \sin i - v$$

$$\sin i = \frac{v + \mu'}{w} = \frac{v + \mu'}{\mu} \cdot \frac{\mu}{w}.$$

Nennt man die siderische und synodische Umlaufszeit, ausgedrückt in Jahren S und Σ, so ist für die oberen Planeten:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{\Sigma} = 1 - \frac{1}{S} \\ \text{folglich} \quad &\Sigma = \frac{S}{S-1};\ \frac{\Sigma}{S} = \Sigma - 1 = \frac{1}{S-1}. \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Denn sei $\odot$ die mittlere tägliche siderische Bewegung der Sonne, μ diejenige des Planeten, so eilt die Sonne dem Planeten täglich um $\odot - \mu$ vor; in x Tagen wird daher die Entfernung Sonne — Planet $x(\odot - \mu)$; ist diese Entfernung 360°, so ist x die synodische Umlaufszeit in Tagen, daher

$$x\,(\odot - \mu) = 360°;\ \frac{1}{x} = \frac{\odot}{360} - \frac{\mu}{360}$$

und da $\frac{360°}{\odot} = 365 \cdot 256$ Tage, $\frac{360°}{\mu} = s$, gleich der siderischen Umlaufszeit in Tagen, folglich

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{365 \cdot 256} - \frac{1}{s}$$

oder weil

$$\frac{x}{365 \cdot 256} = \Sigma,\ \frac{s}{365 \cdot 256} = S$$

ist, so folgt die Relation (9).

Für die unteren Planeten bleibt die Sonne um $\mu - \odot$ täglich zurück, es ist daher für den synodischen Umlauf

$$x\,(\mu - \odot) = 360°,$$

woraus für die unteren Planeten

$$\frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{S} - 1$$

$$\Sigma = \frac{S}{1 - S};\ \frac{\Sigma}{S} = 1 + \Sigma = \frac{1}{1 - S}$$

folgt.

Da nun

$$\frac{\mu}{w} = \frac{\Sigma}{S}$$

ist, so wird

$$\sin i = \frac{v + \mu'}{\mu} \frac{\Sigma}{S}.$$

Sei ferner die zodiacale Umlaufszeit T, so ist für die oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars

$$T_o = S_o$$

daher

$$v_o = \mu_o$$

für die unteren Planeten Venus und Mercur aber ist

$$T_u = 1 \text{ Jahr}$$

daher

$$v_u = \odot;$$

es wäre daher für die oberen Planeten

$$\sin i_o = \left(1 + \frac{\mu'}{\mu}\right)(\Sigma - 1) \qquad (10\,a)$$

und für die unteren Planeten, da

$$\frac{\odot}{\mu} = S$$

ist:

$$\sin i_u = \left(S + \frac{\mu'}{\mu}\right)(\Sigma + 1). \qquad (10\,b)$$

Man hat ferner für die Grösse des rückläufigen Bogens für die oberen Planeten:

$$B_0 = 2\,\xi' - (\Sigma - 1)(\pi - 2\theta') \qquad (8a)$$

und für die unteren Planeten

$$B_u = 2\xi' - \Sigma(\pi - 2\theta'). \qquad (8\,b)$$

2. Aus der beobachteten Zeit der Retrogradation folgt

für die oberen Planeten: $\theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} w\, t_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\mu(S-1)\,t_0$ (11 *a*)

und für die unteren $\theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}\mu(1-S)\,t_0$ (11 *b*)

und mit diesem Werte von θ' aus (5) der Wert von i.

3. Aus der Grösse des rückläufigen Bogens. Da die Gleichung (8) ξ' und θ' enthält, ξ' aber selbst von i abhängig ist, so wird die Rechnung indirect und am besten so geführt, dass für eine Reihe von Werten von i der Wert von θ' aus (5), sodann ξ' aus (7) und damit B aus (8) gerechnet wird; i wird so lange variiert, bis B mit der Beobachtung stimmt.

4. Für die unteren Planeten gibt die grösste Elongation ein gutes Mittel zur Bestimmung von i. Da der Mittelpunkt der Hippopede mit dem mittleren Ort der Sonne zusammenfällt, so ist der Maximalwert von ξ gleich der grössten Elongation E; dieser Maximalwert für $\theta = o$ ist aber gleich i, daher hat man

$$i = E.$$

Hat man i nach einer dieser Methoden bestimmt*), so kann man von den drei Grössen: Geschwindigkeit zur Zeit der Opposition, Zeit der Retrogradation, Grösse des retrograden Bogens, die beiden zur Bestimmung von i nicht verwendeten berechnen und den gerechneten Wert mit dem beobachteten vergleichen. Die Übereinstimmung oder Nichtübereinstimmung gibt dann ein Mittel zur Entscheidung über die Güte der Hypothese, ohne dass man zu den feineren Vergleichungen von berechneten und beobachteten Sternorten greifen muss.

*) Der hier eingeschlagene Weg der Rechnung wurde bei den Alten selbstverständlich durch empirische Methoden ersetzt.

Wenn i sehr klein ist, so dass man $\sin \frac{1}{2} i^2$ vernachlässigen und $tg\ \xi$ mit ξ vertauschen kann, so wird

$$\xi = \sin i \cos \theta \qquad (1')$$

wo allerdings auch i statt $\sin i$ gesetzt werden könnte. Dieser Wert von ξ ist identisch mit dem Werte

$$x = R \sin i \cos \theta$$

welcher die Projection von ξ auf die Tangentialebene im Mittelpunkte der Hippopede darstellt, woraus folgt, dass die Hippopede mit ihrer Projection auf die Tangentialebene in ihrem Mittelpunkte vertauscht wird. Nun ist

$$\left.\begin{aligned} u &= -\sin i \sin \theta . w \\ u_0 &= \mp \sin i . w \end{aligned}\right\} \qquad (2')$$

$$V = v - \sin i \sin \theta\ w; \qquad (4')$$

der Planet wird stationär, wenn

$$\sin i \sin \theta' = \frac{v}{w}; \qquad (5')$$

die Zeit der Retrogradation ist

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\theta'}{\pi}\right)\Sigma; \qquad (6')$$

die Grösse des retrograden Bogens folgt aus

$$\xi' = \sin i \cos \theta' \qquad (7')$$

$$B = 2\xi' - \frac{v}{w}(\pi - 2\theta') \qquad (8')$$

und man hat für die oberen Planeten

$$\sin i \sin \theta' = \Sigma - 1$$

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\theta'}{\pi}\right)\Sigma$$

$$\xi' = \sin i \cos \theta'$$

$$B = 2\xi' - (\Sigma - 1)(\pi - 2\theta')$$

und für die unteren Planeten

$$\sin i \sin \theta' = \Sigma$$

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\theta'}{\pi}\right)\Sigma$$

$$\xi' = \sin i \cos \theta'$$

$$B = 2\xi' - \Sigma(\pi - 2\theta').$$

Die Geschwindigkeit in der Opposition war gefunden:

$$V = v - \sin i . w.$$

Die grösstmögliche retrograde Geschwindigkeit findet daher statt, wenn $i = 90°$ ist, und sie ist dann $V = v - w$.

Man hat überhaupt für den Fall $i = 90°$ die Formeln

$$\left.\begin{array}{c} \cot \xi = \sin \theta \operatorname{tg} \theta \\ \sin \eta = \sin \theta \cos \theta \\ u = -\dfrac{\sin \theta \,(1 + \cos \theta^2)}{1 - \frac{1}{4} \sin 2\theta^2} \cdot w \\ u_0 = \mp w \\ V = v + u. \end{array}\right\} \quad (12)$$

Die retrograde Geschwindigkeit in der Opposition wird demnach

$$V_1 = w - v$$

demnach für die oberen Planeten, wo $v_0 = \mu_0$ ist:

$$V_1 = \mu\,(S - 2) \qquad (13\,a)$$

und für die unteren Planeten, weil $v_u = \odot$ ist:

$$V_1 = \odot \left(\frac{w}{\mu} \cdot \frac{\mu}{\odot} - 1 \right)$$

oder

$$V_1 = \odot \frac{1 - \Sigma}{\Sigma} \qquad (13\,b)$$

Die Grössen μ, S, Σ, E sind nun für:

	μ	S	Σ	E
Saturn..	120″.4546	29.4567	1.03514	—
Jupiter..	299.1284	11.8618	1.09207	—
Mars ...	1886.518	1.88082	2.13531	—
Venus ..	5767.670	0.61519	1.59866	zwischen $44^2/_3°$ und $47^1/_2°$
Mercur .	14732.420	0.24084	0.31725	zwischen $21^1/_2°$ und $26^1/_2°$

ferner ist

$$\odot = 3548''.193$$

1. Für den Saturn ist die Zeit der Retrogradation 134^d, der retrograde Bogen nahe 7°; die grösste Geschwindigkeit in der Opposition konnte von den Alten selbst nicht angenähert bestimmt werden. Mit den beiden Werten $i = 6° 20'$ und $4° 34'$ hat man

für $i = 6° 20'$; $\theta' = 18° 34'.5$; $\xi' = 5° 59'.5$; $B = 6° 57'.8$; $t_0 = 150^d$

$i = 4° 34'$; $\theta' = 26° 11'.3$; $\xi' = 4° 5'.6$; $B = 3° 42'.1$; $t_0 = 134^d$

Eine Inclination von 6° 20′ würde demnach den retrograden Bogen genügend darstellen, aber die Zeit der Retrogradation um 16 Tage zu klein geben, während eine Inclination von 4° 34′ die Zeit der Retrogradation wol darstellt, aber für den retrograden Bogen nur den halben

Wert gibt. Mit Rücksicht darauf, dass die Zeit der Stationen für die mangelhaften Beobachtungsmittel der Alten nur sehr ungenau zu fixieren war, wird demnach $i = 6° 20'$ die Beobachtungen genügend gut darstellen. Die halbe Breite der Hippopede wird 10·5, ein Betrag, der den Beobachtern entgangen sein muss.

2. Nimmt man für den Jupiter die Zeit der Retrogradation gleich 121^d, den retrograden Bogen gleich $9° 52'$, so hat man

für $i = 12° 8'$; $\theta' = 25° 58'$; $\xi' = 10° 50'$; $B = 9° 52'$; $t_0 = 142^d$

$i = 9° 8'$; $\theta' = 35° 27'$; $\xi' = 7° 24'$; $B = 4° 44'$; $t_0 = 121^d$

woraus man sieht, dass im ersten Fall der retrograde Bogen, im zweiten die Zeit der Retrogradation dargestellt wird. Aus dem oben angeführten Grunde, und da überdies die Zeit der Retrogradation mit der Entfernung des Jupiter von der Erde zur Zeit der Opposition etwas variiert, wird $i = 12° 8'$ als Inclination zu wählen sein, wenngleich mit Rücksicht auf die daraus resultierende grösste Breite von 39·3, diese schon beträchtliche Abweichungen von der Beobachtung zeigen kann.

3. Für den Mars wird die Sache wesentlich complicierter. Da

$$\Sigma - 1 = 1{\cdot}13531$$

so wird

$$\sin i = \frac{1{\cdot}13531}{\sin \theta'}$$

unter allen Umständen grösser als 1, woraus folgen würde, dass es keine Inclination gibt, welche die Bewegung des Mars darstellen würde.

Da jedoch diese Formel voraussetzt, dass i sehr klein ist, so gehen wir auf die strengen Formeln zurück, und betrachten gleich jenen Wert, für welchen die retrograde Geschwindigkeit in der Opposition ein Maximum ist, was für $i = 90°$ stattfindet.

Nach (13 *a*) wäre diese retrograde Maximalgeschwindigkeit

$$V_1 = -0{\cdot}135 \times 1886''5 = -4' 14''6$$

also die Geschwindigkeit in der Opposition noch immer direct, die Darstellung daher unmöglich. Auch Eudoxus hatte wol auf irgend eine Weise, wahrscheinlich durch Modelle, Kenntnis von diesem Umstande; um aber doch eine Darstellung zu ermöglichen, musste die Geschwindigkeit in der Hippopede vergrössert werden, also die Umlaufszeit der beiden Sphären K_1 K_2 verkleinert, natürlich so, dass eine gewisse Anzahl von ganzen Umläufen zwischen zwei Oppositionen vollendet werde, damit in jede Opposition eine Retrogradation fällt.

Sei also jetzt $\frac{\Sigma}{n}$ die Umlaufszeit der beiden Sphären K_1 und K_2,

wobei wegen des letzterwähnten Umstandes n eine ganze Zahl sein muss, so wird nach n Umdrehungen von $(K_1 K_2)$, d. h. nach n mal ausgeführter Bewegung des Planeten in der Hippopede wieder eine Opposition sein; zwischen zwei Oppositionen fallen also noch $n-1$ Retrogradationen.

Dann ist

$$w = \frac{360^\circ}{\Sigma} n;$$

Der Werth von θ für die Station bestimmt sich aus

$$\frac{\sin i \sin \theta' \left(1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2\right)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta'^2} = \frac{v}{w} = \frac{\Sigma}{n S} = \frac{\Sigma - 1}{n} \qquad (5\,\alpha)$$

und es wird dann

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\theta'}{\pi}\right)\frac{\Sigma}{n} \qquad (6\,\alpha)$$

$$\cot \xi' = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2}{\sin i \cos \theta'} \qquad (7\,\alpha)$$

$$B = 2\xi' - \frac{\Sigma - 1}{n}(\pi - 2\theta'). \qquad (8\,\alpha)$$

Aus diesem Formelsystem erhält man:

für $n = 2$

i	θ'	B	t_0
38°	60° 22′	1° 57′	66^{d}6
39	56 51	2 51	72.7
40	53 43	3 49	78.6
41	51 0	4 53	84.3
42	48 37	6 1	89.7
43	46 27	7 15	94.4
44	44 31	8 34	98.5
45	42 44	9 54	102.4
46	41 5	11 14	106.0
47	39 34	12 33	109.3
48	38 10	13 53	112.4
49	36 51	15 14	115.2
50	35 37	16 38	117.8
51	34 28	18 5	120.3
52	33 24	19 36	122.7
53	32 23	21 10	124.8

für $n = 3$

i	θ'	B	t_0
25°	61° 35′	1° 44′	41^{d}4
26	57 21	2 41	47.8
27	53 39	3 45	53.1
28	50 24	4 54	57.7
29	47 33	6 8	61.8
30	45 2	7 26	65.3
31	42 47	8 48	68.4
32	40 47	10 12	71.1
33	38 59	11 39	73.6
34	37 20	13 8	75.9
35	35 49	14 39	78.1
36	34 25	16 13	80.3
37	33 7	17 47	82.3
38	31 53	19 23	84.1
39	30 45	21 0	85.7
40	29 41	22 38	87.1

für $n = 4$

i	ϑ'	B	t_0	i	ϑ'	B	t_0
25°	39° 23′	9° 30′	54.8	37°	23° 39′	29° 28′	71.8
26	37 23	11 0	57.0	38	22 51	31 15	72.7
27	35 34	12 32	59.0	39	22 6	33 3	73.5
28	33 54	14 7	60.8	40	21 24	34 51	74.3
29	32 23	15 44	62.5	41	20 44	36 40	75.0
30	30 59	17 22	64.0	42	20 6	38 30	75.7
31	29 42	19 2	65.4	43	19 30	40 20	76.4
32	28 31	20 43	66.6	44	18 56	42 11	77.0
33	27 25	22 26	67.8	45	18 23	44 2	77.6
34	26 22	24 10	68.9	46	17 52	45 54	78.2
35	25 24	25 55	69.9	47	17 22	47 46	78.7
36	24 30	27 41	70.9	48	16 54	49 38	79.2

Der retrograde Bogen und die Zeit der Retrogradation schwanken für Mars zwischen 10° und 60 Tagen einerseits, wenn die Erde im Aphel, Mars im Perihel ist*) und $19\frac{1}{2}$° und 80 Tagen andererseits, wenn die Erde im Perihel, der Mars im Aphel ist**). Der Fall $n = 2$ ist demnach ganz unstatthaft, da für einen retrograden Bogen von 10° eine Inclination von 45° entsprechen würde, die Dauer der Retrogradation aber schon 102 Tage wäre und mit wachsendem B auch t_0 wächst. $n = 3$ gibt für $B = 10$° die genäherte Inclination von 32°, mit $t_0 = 71$ Tage, was allerdings um 11 Tage zu gross ist, für $i = 38$° würde B wieder mit $19\frac{1}{2}$° ziemlich gut dargestellt und auch die Zeit der Retrogradation $t_0 = 84$ Tage nur um 4 Tage unrichtig. Es ergibt sich aber hieraus das auffallende Resultat, dass eine variable Inclination zwischen 32 und 38° die Beobachtungen in der Opposition ziemlich befriedigend wiedergeben würde, freilich ohne Rücksicht auf die Breitenbewegungen, da die Breite in der Hippopede zur Zeit der Mitte der Retrogradation (für $\vartheta' = 90$°) stets Null ist. (Die grössten Breiten werden in den beiden Fällen 4° 21′ und 6° 5′, Grössen, die beim Mars vorkommen können, allerdings in umgekehrter Ordnung; denn wenn $B = 10$°, so ist der Mars in der Erdnähe, daher die Breite grösser, als wenn $B = 19\frac{1}{2}$° ist. Natürlich hängt die Breite auch vom Argument der Breite ab, welches in der Eudoxischen Theorie ganz unberücksichtigt bleiben muss.) Eine variable Inclination

*) Z. B. bei der Opposition Juli-August 1845.

**) Z. B. bei der Opposition Januar-Februar 1884.

einzuführen, hat aber seine Schwierigkeiten, da im Sinne der Alten die Einschaltung von Sphären zwischen K_1 und K_2 nöthig würde. Überdies würde dies keine genügende Übereinstimmung mit der Beobachtung geben, da die Bewegung der Inclination nicht gleichmässig ist, weil sie mit der Umlaufszeit der Erde und des Mars zusammenhängt, da sie von der Entfernung der beiden Himmelskörper, also von ihren wahren Anomalien zur Zeit der Opposition abhängig ist, überdies auch die Inclination eine undulatorische und keine gleichmässig wachsende sein müsste. Jedenfalls hat Eudoxus auf diese Variationen der Retrogradationen keine Rücksicht nehmen können und sich mit einem Mittelwerte (Schiaparelli nimmt 34° an) begnügt.

Noch tritt hier ein anderer Übelstand hervor: Für die Umlaufszeit $\frac{\Sigma}{n}$ des Sphärensystems (K_1 K_2) findet die erste Retrogradation nach der Opposition im Winkelabstand $180 - \frac{1}{n}.360°$ von der Sonne statt*), dann für die Winkelabstände $\left(180 - \frac{2}{n}.360°\right)$, $\left(180 - \frac{3}{n}.360°\right)\cdots$ $\left(180 - \frac{n-1}{n}.360°\right)$ und $\left(180 - \frac{n}{n}.360°\right)$, d. h. für die nächste Opposition. Der Beginn der Retrogradation findet zur Zeit der Station statt; ist der retrograde Bogen B, so nähern sich Sonne und Planet von der Station des letzteren bis zur Mitte der Retrogradation um die retrograde Bewegung des Planeten $\frac{1}{2}B$, und um die directe Bewegung der Sonne in der Zwischenzeit; ist demnach τ die Dauer der Retrogradation, ausgedrückt in Tagen, daher genähert $\frac{1}{2}\tau°$ die Bewegung der Sonne (da deren Betrag genähert 1° täglich ist), so nähern sich die beiden Himmelskörper zwischen Station und Mitte der Retrogradation um

$$\tfrac{1}{2}(B + \tau).$$

Da für die Opposition die Entfernung Sonne — Planet = 180° ist, so würde für jede der beiden Stationen vor und nach der Opposition die Entfernung Sonne—Planet

$$E = 180° - \tfrac{1}{2}(B + \tau)$$

also für Mars im Perigeum: $E_p = 180 - 35 = 145°$

für Mars im Apogeum: $E_a = 180 - 50 = 130°$

welche Werte allerdings sehr unsicher zu beobachten sind, da der Planet mehrere Tage stationär ist.

---

*) Weil sich die Sonne dem Planeten um $\frac{1}{n}$ 360° genähert hat.

Für die erste Retrogradation nach der Opposition wäre, da hier τ durch t_0 zu ersetzen ist:

$$E_1 = \left(180 - \frac{1}{n}.360^\circ\right) + \frac{1}{2}(B + t_0)$$

demnach für $n = 3$, mit dem Mittelwerte $i = 34^\circ$; $E_1 = 104^1/_2{}^\circ$; in welcher Entfernung aber Mars noch sehr gut zu beobachten wäre; diese nach der Eudoxischen Theorie nothwendige Retrogradation fehlt demnach in der Beobachtung; die Theorie erweist sich mangelhaft.

Noch ungünstiger werden die Verhältnisse für $n = 4$; denn der retrograde Bogen wird durch eine Inclination von 25° bis 31° dargestellt, aber die Zeiten der Retrogradationen sind viel zu klein; sollten diese mit der Beobachtung stimmen, so müsste die Inclination 28° bis 48° betragen, was aber B sehr schlecht geben würde und überdies auch von unzulässigen Breitenbewegungen begleitet wäre. Nimmt man nun, um B darzustellen, einen Mittelwert von $v = 28^\circ$, so würde die erste Retrogradation nach der Opposition in der Entfernung

$$E_1 = 127^1/_2{}^\circ$$

von der Sonne eintreten; die Abweichungen der Theorie von der Beobachtung würden demnach noch viel früher bemerkbar sein.

4. Für Venus fällt so wie für den Mercur der mittlere Ort mit dem Orte der Sonne zusammen, daher, wie schon erwähnt, die zodiacale Umlaufszeit gleich einem Jahr; die Geschwindigkeit der Rotation der die Axe AA' tragenden Sphäre ist also für diese beiden Planeten dieselbe, und da sowol für Mercur als für Venus der Mittelpunkt der Hippopede stets in die Sonne fällt, so fallen auch die Axen AA' für die beiden Planeten zusammen. Aristoteles bemerkt: „Nach Eudoxus sind die Pole der dritten Sphäre (von aussen nach innen gezählt) verschieden für einige Planeten, identisch für Hermes und Aphrodite.“ Schiaparelli schliesst hieraus, dass „diese sich ungesucht ergebende Übereinstimmung zugleich die Genauigkeit der Beschreibung des Aristoteles und die Richtigkeit der von Schiaparelli wieder aufgefundenen Planetentheorie des grossen Astronomen von Cnidus beweist“ *). Plutarch (De placitis philosophorum) sagt: „Platon und die Mathematiker schrieben der Sonne, dem Mercur und der Venus den gleichen Lauf zu.“ Doch wäre es gewagt, aus dieser isolierten Stelle etwas zu schliessen.

Nun ist die grösste Elongation für Venus zwischen $44^2/_3{}^\circ$ und $47^1/_2{}^\circ$, demnach ebenfalls i zwischen diesen Grenzen eingeschlossen. Hiefür ergibt sich aber kein Wert von θ', der der Gleichung (5) genügen

*) l. c., pag. 161.

würde, d. h. es folgt keine Retrogradation. Auch hier muss wieder die Geschwindigkeit in der Hippopede vergrössert werden, und zwar auf das Dreifache derselben. Sei wieder die Umlaufzeit der Kugeln K_1 K_2 gleich $\frac{\Sigma}{n}$, so hat man für die Stationen den Wert von θ' aus

$$\frac{\sin i \sin \theta' \left(1 + 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2\right)}{1 - \sin \frac{1}{2} i^2 \sin 2\theta'^2} = \frac{\Sigma}{n} \qquad (5\,\beta)$$

$$t_0 = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{2\theta'}{\pi}\right)\frac{\Sigma}{n} \qquad (6\,\beta)$$

$$\cot \xi' = \frac{1 - 2 \sin \frac{1}{2} i^2 \cos \theta'^2}{\sin i \cos \theta'} \qquad (7\,\beta)$$

$$B = 2\,\xi' - \frac{\Sigma}{n}(\pi - 2\theta') \qquad (8\,\beta)$$

Auch für $n = 2$ folgt hieraus noch kein Wert von θ', für $n = 3$ wird

$$\frac{\Sigma}{n} = 0{\cdot}53289$$

und hiemit

für $i = 44° 40'$; $\theta' = 39° 19'$; $B = 12° 38'$; $t_0 = 54{\cdot}^d8$
für $i = 47° 30'$; $\theta' = 35° 31'$; $B = 16° 43'$; $t_0 = 58{\cdot}^d9$

Es ist aber B ca. 16° und t_0 ca. 42 Tage, so dass demnach der Fehler hier noch mässig erscheint. Allein er fällt hier gerade in diejenige Zeit, wo der Planet am günstigsten zu beobachten ist, denn die Mitte der Retrogradation findet zur Zeit der unteren Conjunction statt, wo der Planet unsichtbar ist, die Stationen hingegen fallen in die Nähe der grössten Elongationen, und ein Fehler in der Retrogradationszeit sowol wie des retrograden Bogens, namentlich aber das Fehlen der hier bedingten überzähligen Stationen musste besonders auffallen.

5. Für Mercur hat man die Inclination zwischen $21\frac{1}{2}°$ und $26\frac{1}{2}°$ anzunehmen, es wird, da $\Sigma = 0{\cdot}31725$ nach den Formeln 5, 6, 7, 8:

für $i = 21\frac{1}{2}°$; $\theta' = 58° 2'$; $B = 2° 7'$; $t_0 = 20{\cdot}^d6$
für $i = 26\frac{1}{2}°$; $\theta' = 42° 5'$; $B = 10° 17'$; $t_0 = 30{\cdot}^d8$

Thatsächlich aber beträgt der retrograde Bogen zwischen 8° und 16°, die Dauer der Retrogradation ca. 22 Tage; die Übereinstimmung ist daher nur als sehr ungenügend zu bezeichnen.

Für diese 5 Himmelskörper sind nach dem Gesagten im ganzen 20 Sphären angenommen, durch welche sich die Bewegungen der Planeten wenigstens theilweise erklären liessen. Für die Sonne und den Mond nahm Eudoxus je drei Sphären an, also im ganzen 26, und ausserdem für die Fixsterne eine Sphäre. Eigentlich würden für die Sonne zwei

Sphären genügt haben, eine äussere, welche die tägliche Bewegung darstellt, und eine innere, deren Pole auf der ersten liegen und mit den Polen der Ekliptik identisch sind, und welche in einem Jahre entgegengesetzt der äusseren rotiert, wodurch die Bewegung zwischen den Fixsternen erklärt würde. Diese musste dabei als gleichmässig angesehen werden. Dass Eudoxus noch eine dritte Sphäre annahm, kann nicht dem Umstande zugeschrieben werden, dass er die ungleichmässige Bewegung der Sonne kannte; hiezu würde nicht genügt haben, eine einzige Sphäre hinzuzulegen; es müssten wie bei den Planeten zwei neue Sphären angenommen werden, für welche die Inclination sehr klein wäre. Um die Bedeutung dieser dritten, innersten Sphäre zu erkennen, müssen wir zuerst die Mondtheorie des Eudoxus betrachten.

Für den Mond konnte wieder die äusserste Sphäre die tägliche Bewegung darstellen; die zweite könnte ihre Pole in den Polen der Mondbahn haben; allein da diese nicht fest sind, sondern um die Pole der Ekliptik rotieren, und zwar in derselben Zeit, wie die Mondknoten längs der Ekliptik zurückschreiten, so musste eine Sphäre eingeschoben werden, deren Pole in die Pole der Ekliptik fallen, und die erst die Pole der dritten, innersten Sphäre enthält. Denken wir uns die zweite mittlere Sphäre einen Augenblick fest, so stellt die dritte die momentane Mondbahn vor; dreht sich nun die mittlere im Sinne der täglichen Bewegung, also im selben Sinne wie die äusserste, mit der Rotationsdauer von 223 Lunationen oder etwa 18 Jahren, so werden sich die Pole der Mondbahn, demnach auch deren Knoten auf der Ekliptik in dieser Zeit verschieben. Der Commentator Simplicius aber begeht hier einen Irrthum, indem bei ihm die Umlaufszeiten der beiden inneren Sphären vertauscht sind, welchen Irrthum bereits Ideler bemerkt hat*).

Für die Sonne schaltet nun Eudoxus ebenfalls eine Sphäre ein, deren Pole in diejenigen der Ekliptik fallen sollen, während die Pole der innersten um einen halben Grad von denen der Ekliptik abstehen, und deren Umlaufszeit auf 2922 Jahre angegeben wird, wodurch eine Schwankung in der Breite von 1° entstehen würde. Diese Bewegung wurde nach Schiaparelli von einigen als Präcessionsbewegung gedeutet, doch ist sie davon wesentlich verschieden, da nichts auf eine Bewegung der Frühlingspunkte hindeutet **). Schiaparelli nennt sie kürzehalber Nutation.

*) Schiaparelli l. c., pag. 161 ff.

**) Mit der Trepidation der arabischen Astronomen hat diese Bewegung einige Ähnlichkeit, doch ist sie sowol in der Amplitude als auch in der Periode von derselben verschieden.

Wenn nun die von den Excentricitäten abhängigen Ungleichheiten unbeachtet bleiben, so ergibt sich hieraus für die Bewegungen der Sonne, des Mondes, ebenso für Jupiter und Saturn, und auch einigermassen für Mercur eine für jene Zeiten genügende Darstellung, wenngleich sich eine merkliche Abweichung in der Dauer der Rückläufigkeit zeigen musste, während für Mars und Venus sich bedeutende Mängel ergaben.

Diesem Übelstande begegnete Calippus (370—300 v. Chr.) durch Einschiebung neuer Sphären. Von ihm selbst haben wir keine Nachrichten, und müssen wir uns auf das beschränken, was wir von Aristoteles erfahren. Dieser berichtet, dass Calippus für Saturn und Jupiter dieselbe Anordnung und dieselbe Anzahl von Sphären behält wie sein Vorgänger Eudoxus. Für den Mars fügte er eine Sphäre hinzu, jedoch findet sich nach Schiaparelli in den alten Quellen nichts, was uns darauf führen könnte, wie er diese Sphäre annahm. Schiaparelli gibt als einfachste und daher wahrscheinlichste Lösung die folgende: Die ersten beiden (äusseren) Sphären bleiben dieselben; in der zweiten hängt mit den Polen $A\,A'$ (Fig. 7) eine dritte, deren Umlaufszeit gleich ist der synodischen Umlaufszeit des Planeten. Im Äquator dieser Sphäre (also um 90° von $A\,A'$ abstehend) sind die Pole $B_1\,B_1'$ einer vierten, welche mit der doppelten Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne rotiert. In dieser letzteren von $B_1\,B_1'$ um einen Abstand i entfernt, sind die Pole einer fünften $B_2\,B_2'$, welche wieder im selben Sinne wie die dritte und auch mit derselben Geschwindigkeit wie diese rotiert, und in welcher, um 90° von $B_2\,B_2'$ abstehend, sich der Planet P befindet. Zu einer gewissen Epoche werden die grössten Kreise $A\,B_1$, $B_1\,B_2$, $B_2\,P$ zusammenfallen; nach Ablauf einer gewissen Zeit hat $A\,B_1$ den Bogen θ, $B_1\,B_2$, von $B_1\,A$ gezählt, den Bogen $2\,\theta$, und $B_2\,P$, von $B_2\,B_1$ an gezählt, wieder den Bogen θ zurückgelegt.

Man kann hier viel grössere Längenbewegungen bei viel kleineren Breitenbewegungen erzielen. Ist z. B. $B_1\,B_2 = 45°$, so wird die Breitendimension 4° 11′ bei einer Länge von $95\frac{1}{2}°$, mit einer retrograden Bewegung für Mars von 72°, was genähert richtig ist. Obzwar für den Mercur schon die Theorie des Eudoxus ziemlich gut war, schaltete Calippus doch noch eine Sphäre ein, wodurch eine grössere Genauigkeit erzielt worden sein mag. Für die Venus war, wie schon oben gesagt wurde, die Eudoxische Theorie sehr mangelhaft. Durch Einschaltung einer Sphäre, wie es eben beschrieben wurde, wird für die Annahme der Entfernung der Pole $B_1\,B_2 = \frac{1}{8}$ der Peripherie, die grösste Elongation von der Sonne (dem mittleren Orte) $47\frac{2}{3}°$, nahe gleich der beobachteten. Allein es entsteht noch keine rückläufige Bewegung. Schiaparelli

sagt jedoch, dass man durch gewisse Combinationen der Sphären allerdings eine rückläufige Bewegung erzielen kann, welche aber von ganz unzulässigen Breitenbewegungen oder unmöglichen Elongationen von der Sonne begleitet ist*). Es scheint hienach, dass die Restitution der Calippischen Theorie noch nicht gelungen ist und eine andere Sphärenanordnung vielleicht die gewünschte Übereinstimmung geben würde, vorausgesetzt dass Calippus überhaupt so glücklich war, dieselbe zu erreichen.

Besonders bemerkenswert ist aber, dass, wie Eudemus berichtet**), Calippus für die Sonne zwei neue Sphären hinzufügte. Hier ist nun die Wahrscheinlichkeit sehr gross, dass dies den Zweck hatte, eine Hippopede einzuführen, um die Ungleichheit der Sonnenbewegung zu erklären. Mit einer Inclination von 2° würde die Hippopede 4° Länge und 1′ Breite erhalten, und die Sonnenbewegung würde fast so genau wie mit Epicykel oder excentrischem Kreise dargestellt werden. Auch Simplicius sagt, dass wegen der ungleichen Länge der Jahreszeiten Calippus bei der Sonne und beim Monde je zwei neue Sphären einführte. Mit dem Mondlaufe hat nun die ungleiche Länge der Jahreszeiten allerdings nichts zu thun; aber so wie für die Sonne die Ungleichheit der Längenbewegung erkannt war, hatte Calippus wahrscheinlich auch schon Kenntnis von der Ungleichheit des Mondlaufes, da, wie schon früher bemerkt, diese leichter erkannt werden kann als jene. Mit einer Inclination von 6°, wobei die Hippopede 12° Länge und 9′ Breite erhält, kann die Mittelpunktsgleichung auch ziemlich gut dargestellt werden, während die Breitenbewegung als unmerklich jedenfalls in jener Zeit unbeachtet blieb.

Wichtig ist noch die Neubestimmung der synodischen Umlaufszeit des Mondes durch Calippus, welche sich aus seinem Cyklus ergibt. Er führte einen Kalender ein, nach welchem 76 Lunisolarjahre zu 365¼ Tagen, also 27.759 Tage gleich waren 940 Lunationen, woraus sich die Dauer einer Lunation gleich 29·53085 Tage ergibt.

Durch die Hinzufügung je einer Sphäre für Mars, Venus und Mercur, ferner je zweier Sphären für die Sonne und den Mond hatte Calippus für seine Erklärung 33 Planetensphären nöthig, wozu noch eine Fixsternsphäre kam.

Durch die Sphärentheorie war man in der Lage, den Ort eines jeden Himmelskörpers jederzeit vorauszubestimmen, indem man aus den bekannten Geschwindigkeiten der einzelnen Sphären vielleicht

*) l. c., pag. 169.

**) Schiaparelli l. c., pag. 169 ff.

ohne Rechnung, einfach an Modellen, oder wie sich Schiaparelli ausdrückt, „graphisch, ohne Trigonometrie“*), den wirklichen Ort durch die Zusammensetzung mehrerer einfacher, gleichförmiger Bewegungen, von denen nebst der täglichen Bewegung die eine eine mittlere Bewegung, die übrigen die Ungleichheiten derselben darstellten, erhielt. Und dieses war auch der Endzweck der Eudoxischen Theorie und auch der Calippischen Verbesserung. Kennt man für einen gewissen Moment, für die Epoche, den mittleren Ort des Sternes, d. i. den Ort des Mittelpunktes der Hippopede und die Grösse der Ungleichheit, d. i. den Ort des Planeten in derselben; ferner die Geschwindigkeit der Bewegung des Mittelpunktes der Hippopede aus der Umlaufszeit der Kugel K und den seit der Epoche von den die Hippopede erzeugenden Kugeln $K_1 K_2$ zurückgelegten Weg, so kann man für jeden Moment den Ort des Sternes angeben. Es ist kein Grund vorhanden, anzunehmen, dass Eudoxus diese Sphären als im Weltraume wirklich vorhanden wissen wollte; Niemand berichtet uns von den „krystallenen Schalen“ des Eudoxus und Calippus; diese fragen nicht nach ihrem Stoff, ihrer Grösse, ihren gegenseitigen Abständen; für sie waren die Planetensphären nur eine geometrische Conception**), die uns ein glänzendes Zeugnis von der Geistesgrösse ihrer Autoren gibt. Dass Eudoxus nicht nach den Ursachen der Rotationsbewegungen forschte, können wir ihm nicht zum Vorwurfe machen; er erachtete den Zeitpunkt wahrscheinlich noch nicht für gekommen, physikalische Theorien aufzustellen, wo die geometrische Darstellung noch nicht völlig hinreichend war, und überliess die Vervollkommnung seiner Theorie und die physikalischen Schlussfolgerungen seinen Nachkommen. Erstere nahm Calippus in Angriff, mit letzteren beschäftigte sich Aristoteles (384—322 v. Chr.), wenngleich in ziemlich verunglückter Weise. Für den Physiker Aristoteles waren wol die für sich bestehenden Sphären jedes einzelnen Planeten ein Unding, und wenn er auch die Ursache der Rotationen nicht angeben konnte, so wollte er doch wenigstens ein miteinander zusammenhängendes System von jetzt natürlich realen Sphären haben. Die Bewegung des Fixsternhimmels konnte sich natürlich direct auf den Saturn übertragen; eine directe Verbindung der innersten Saturnsphäre mit der äussersten Jupitersphäre war aber nicht möglich, ohne die Bewegung des ersteren auch auf den letzteren mit zu übertragen, und so sah sich Aristoteles genöthigt, zwischen den einzelnen Planeten eine gewisse Anzahl reagierender Sphären einzuschalten, welche die Bewegung der Eudoxischen oder

*) l. c., pag. 174.

**) Schiaparelli l. c., pag. 174.

Calippischen revolvierenden oder deferierenden aufhoben. Für eine Reihe von n revolvierenden Sphären genügen aber $(n-1)$ reagierende, denn die n^{te} reagierende wird bereits der täglichen Bewegung folgen und kann als erste revolvierende des nächsten Planeten dienen. Hieraus folgt als Anzahl der von Aristoteles angenommenen Sphären:

Für Saturn	4	revolvierende,	3	reagierende	Sphären
„ Jupiter	4	„	3	„	„
„ Mars	5	„	4	„	„
„ Venus	5	„	4	„	„
„ Mercur	5	„	4	„	„
„ Sonne	5	„	4	„	„
„ Mond	5	„	—	„	„

da der Mond als innerster Wandelstern keine reagierenden Sphären mehr braucht. Hienach hatte Aristoteles 33 revolvierende und 22 reagierende Sphären, zusammen 55 Sphären, wozu noch die Fixsternsphäre kommt.

Sehen wir von diesem missglückten Versuche einer physikalischen Erklärung, wenn man dieselbe überhaupt so bezeichnen darf, ab, so haben wir in der Eudoxischen Theorie eine den Thatsachen angepasste, auf Beobachtungen gestützte Theorie, welche sich überdies durch ziemliche Einfachheit auszeichnet, da zur Bestimmung einer Planetenbahn nur drei Elemente: zodiacale, synodische Umlaufszeit und Inclination nöthig sind. Wegen dieses Umstandes scheint sie sich auch wahrscheinlich noch über ein Jahrhundert, bis in die Zeiten des Archimedes *) erhalten zu haben, selbst als schon richtigere Begriffe über die wechselnde Entfernung der Planeten platzgegriffen hatten. Schon Aristoteles scheint letzteren Umstand wahrgenommen zu haben, denn in den verlorengegangenen „physikalischen Problemen“ hält er die Hypothesen der Astronomen deshalb für zweifelhaft, weil die Grösse der Planeten nicht constant zu sein scheint. Die Veränderlichkeit der Durchmesser von Sonne und Mond (bei letzterem beträgt der Unterschied zwischen dem grössten und kleinsten Durchmesser 4′, also $^1/_7$ seiner Grösse), welche sich frühzeitig in den Finsternissen zeigen musste, da sie die Verschiedenheit der centralen Finsternisse, die manchmal total, manchmal ringförmig auftreten, bewirkt, sowie auch die sich zeigenden Abweichungen der Beobachtungen, die in dem Masse merklicher hervortreten mussten, als die Beobachtungen besser wurden, mussten zur Erkenntnis der Unzulänglichkeit der Eudoxischen Theorie führen. Doch erhielt sich dieselbe noch sehr lange, theils, wie schon erwähnt, ihrer relativen Ein-

*) Schiaparelli l. c., pag. 196.

fachheit halber, wahrscheinlich aber auch, weil bis zu einer neuerlichen durchgreifenden Reform der theoretischen Astronomie ein Zeitraum des Beobachtens, des fleissigen Sammelns nöthig war, um Material zu erhalten, mit dem man etwas anfangen konnte, wenn man nicht blindlings Theorien aufstellen wollte, die sich als nicht lebensfähig erweisen mussten, womit allerdings nicht behauptet werden soll, dass nicht auch damals (wie manchmal auch heute) dergleichen Theorien entstanden sein mögen, die uns aber nicht erhalten wurden.

Zu denjenigen Astronomen, welche das Material für die künftigen Theorien sammelten, gehören in erster Linie die beiden berühmten Beobachter jener Zeiten Aristill und Tymocharis (um 294 v. Chr.), deren Beobachtungen Hipparch für seine theoretischen Forschungen benützte. Für die Fortschritte der Theorie haben wir nach Eudoxus in erster Linie Aristarch von Samos zu nennen, dessen Wirksamkeit als Astronom in die Zeit 281—264 fällt. Er war der erste, der durch wirkliche Messungen das Verhältnis der Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde zu bestimmen suchte. Während früher hierüber nur Vermuthungen und philosophische Speculationen angestellt wurden, bestimmte Aristarch dieses Verhältnis in seinem uns erhaltenen Werke „Von der Grösse und den Entfernungen“*) aus dem Abstande des Mondes von der Sonne zur Zeit der Quadratur. Er schloss nämlich, dass, wenn der Mond genau halb beleuchtet ist, das Dreieck zwischen Erde, Sonne und Mond bei dem letzteren rechtwinkelig sein müsse. Aus dem Winkel, welchen zu dieser Zeit die Sehstrahlen nach der Sonne und dem Monde einschliessen, kann man dann aus diesem rechtwinkeligen Dreiecke das Verhältnis der Entfernungen bestimmen. Ist dieser Winkel α, so ist

$$\frac{\text{Entfernung } ☾}{\text{Entfernung } ☉} = \cos \alpha.$$

Denn sei E (Fig. 8) die Erde, M der Mond, S die Sonne, so erscheint uns der Mond genau halb erleuchtet, wenn die Sonnenstrahlen SM senkrecht auf die Verbindungslinie EM auffallen, und dann ist

$$\frac{EM}{ES} = \cos SEM.$$

Aber Aristarch kannte die Trigonometrie noch nicht, und es ist interessant, wie er aus dem Winkel α das Verhältnis der Entfernungen fand**).

Er beobachtete $SEM = 87°$; macht man nun $SEA = 90°$ und ergänzt

*) Ins Lateinische übersetzt von Wallis 1488.

**) Delambre, Histoire de l'Astronomie ancienne I., pag. 78.

das Quadrat $SEAB$, halbiert ferner den Winkel BEA durch die Linie EC, so ist

$$CEA = 22° 30'$$

demnach

$$\frac{CEA}{MEA} = \frac{22° 30'}{3°} = 7^p 30' = \frac{15}{2}$$

folglich

$$\frac{CA}{DA} > \frac{15}{2}.$$

Da ferner

$$EA = AB,$$
$$BE^2 = 2\,EA^2$$

und, weil CE den Winkel BEA halbiert:

$$EB : EA = BC : CA$$

ist, so ist auch

$$BC^2 = 2\,CA^2$$
$$\frac{BC^2}{CA^2} = \frac{50}{25} > \frac{49}{25} \text{ *)}$$

demnach

$$\frac{BC}{CA} > \frac{7}{5}\ ;\ \frac{BC + CA}{CA} > \frac{12}{5}$$
$$\frac{BA}{CA} > \frac{12}{5}$$

Es ist also

$$\frac{BA}{CA} > \frac{36}{15}\ ;\ \frac{CA}{DA} > \frac{15}{2}$$

Daraus folgt durch Multiplication

$$\frac{BA}{DA} = \frac{EA}{DA} > \frac{36}{2}$$

und a fortiori

$$\frac{ED}{DA} > 18$$

und da wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke AED, MSE auch

$$\frac{ED}{DA} = \frac{ES}{EM}$$

so folgt

$$ES > 18\,EM.$$

Dass Aristarch eine um so vieles fehlerhafte Zahl fand, ist aus dem Umstande leicht erklärlich, dass die Zeit der Dichotomie nur ganz unsicher erhalten werden kann und ein Irrthum von wenigen Stunden den Winkel am Erdorte schon um sehr viel ändert.

*) Diese Zahlen werden gewählt, um die Quadratwurzel ziehen zu können.

Von hervorragender Wichtigkeit für uns ist, dass Aristarch der Erste war, welcher die Bewegung der Erde um die Sonne lehrte. Archimedes sagt von ihm: „Um dieses zu beweisen, nahm er an, dass die Fixsterne und die Sonne beweglich wären und die Erde um die Sonne in einem Kreis laufe*).“ Plutarch**) sagt: „Aristarch zählt die Sonne unter die Fixsterne und lässt die Erde sich um den Sonnenkreis bewegen und durch deren Neigung die Sonnenscheibe beschattet werden.“ Hiemit im Einklang steht auch die Meinung in Plutarchs „De facie in orbe Lunae“: „Wie einst Kleanthes meinte, ganz Griechenland müsse den Samier Aristarch als Religionsverächter, der den Weltherd verrückte, vor Gericht laden, weil nämlich der Mann, um die Himmelserscheinungen richtig zu stellen, den Himmel still stehen, die Erde dagegen sich in einem schiefen Kreise fortwälzen und zugleich um ihre eigene Axe drehen liess***).“

Während nun aber Schiaparelli behauptet†), dass Heraclides von Pontus, ein Schüler des Plato und Aristoteles (um 328 v. Chr.), diese Theorie schon vor Aristarch aufgestellt hatte, und Aristarch sich derselben anschloss, frägt Schaubach, ob denn Aristarch thatsächlich die Bewegung der Erde um die Sonne gelehrt hat, und ob er mit seinen Worten nicht einen ganz anderen Sinn verband, und knüpft hieran die Bemerkung, dass man doch dem Copernicus nicht das Verdienst seines Systems nehmen solle. Nun, darüber herrscht doch gewiss kein Zweifel, dass das heliocentrische System schon im Alterthume aufgetreten ist, denn es findet sich unzweideutig ausgesprochen in Archimedes, Plutarch, Seneca und Anderen. Seneca sagt im VII. Buche der Quaestiones naturales (2. Cap.). „Fuerunt enim qui dicerent nos esse, quos rerum natura nescientes ferat nec coeli motu fieri ortus et occasus, sed ipsos oriri et occidere: digna res contemplatione, ut sciamus, in quo rerum statu simus, pigerrimam sortiti an velocissimam sedem, circa nos deus omnia an nos agat“; und im 25. Capitel äussert er sich ganz bestimmt, dass nach seiner Meinung die Stationen und Retrogradationen parallaktische, durch die Bewegung der Erde hervorgerufene Erscheinungen sind: „Quid est ergo, cur aliqua (sidera) resistere videantur? Solis occursus speciem illis tarditatis im-

*) Schaubach l. c., pag. 469.

**) De placitis philosophorum, II. Buch, 24. Cap.

***) Nach Lalande schreibt Plutarch dem Aristarch gerade das Gegentheil zu, dass er nämlich den Kleanthes beschuldigt haben soll, dass er die Ruhe der Vesta gestört hätte.

†) l. c., pag. 177.

ponit et natura viarum circulorumque sic positorum, ut certo tempore intuentes fallant: sic naves, quamvis plenis velis eant, videntur tamen stare.“ Wie alt aber diese Meinung ist, das ist nicht gewiss, denn die genannten Männer selbst schreiben sie früheren Autoren zu, freilich beinahe jeder einem anderen Autor, natürlich kein einziger dem Copernicus, von dem sie damals gewiss noch keine Kunde hatten. Warum sollten nun aber jene Autoren die ihnen zugeschriebene Meinung nicht gehabt haben? Warum sollten sie etwas anderes darunter verstanden haben? Und wenn sie etwas anderes darunter verstanden haben, so muss man die späteren, Archimedes, Plutarch, Seneca, die uns diese Meinung überlieferten, als Autoren derselben ansehen. Wenn man also schon Aristarch das Verdienst rauben will, welches ihm von rechtswegen gebürt, so dürfte man doch höchstens sagen: „In den Schriften der Alten findet sich diese Meinung, wo sie aber zuerst auftritt, ist ungewiss.“ Der Ruhm, das heliocentrische System wieder entdeckt zu haben, und vorzugsweise dasjenige, dasselbe in ein streng wissenschaftliches Gewand gekleidet zu haben, bleibt Copernicus sicher. Nach langer Nacht der Vergessenheit, musste man wieder denselben Weg von der Finsternis zum Lichte wandeln; man schlug nicht ganz denselben Weg ein, aber das Ziel war dasselbe, und Copernicus leugnet ja nicht, von einigen Schriften der Alten Kenntnis gehabt zu haben. Schaubach hat daher gewiss Unrecht, wenn er schreibt: „Alle die Gründe zusammengenommen, zeigen einem Unbefangenen mit der grössten Wahrscheinlichkeit, dass an das copernicanische Weltsystem bei keinem alten Griechen zu denken war, obgleich Copernicus selbst in seinem Buche ‚De revolutiontbus‘ erklärt, durch die Ideen der Pythagoräer und namentlich durch angeführte Stellen aus dem Plutarch auf seine Hypothesen gekommen zu sein. Merkwürdig ist, dass er Aristarch gar nicht erwähnt, und dass ihm dagegen Philolaus ein mathematicus non vulgaris ist*).“ Es scheint dies jedoch dafür zu sprechen, dass Copernicus die Meinung des Aristarch eben nicht kannte und durch die etwas dunkel gehaltene Stelle des Philolaus, welche allerdings wegen des gewissen Centralfeuers alle möglichen Deutungen zulässt, zur Conception seines Systems angeregt wurde. Ohne sich vielleicht in eine historische Discussion einzulassen, glaubte Copernicus, dass Philolaus in seinen dunkeln Worten bereits das heliocentrische System meinte, und schrieb sein eigenes System dem „mathematicus non vulgaris“ zu. Aber sowie man die Alten nicht über Verdienst erheben soll, was leider nur zu oft zu geschehen pflegt und z. B. im Mittelalter jeden Fortschritt hemmte und noch

*) Schaubach l. c., pag. 475.

heuzutage durch den mitunter auftretenden Autoritätsglauben zu hemmen geeignet ist, so darf man sie ihrer wirklichen Verdienste auch nicht berauben, und jedenfalls haben sie nicht nur die Anregung zur Conception des neuen Systems gegeben, sondern dieses System selbst auch schon, wenn auch vielleicht nur in den Umrissen und ohne mathematische Anwendung, besessen.

Auf dieselbe Weise wie Aristarch hatte auch Archimed (287 bis 212 v. Chr.) das Verhältnis der Entfernungen der Sonne und des Mondes bestimmt, und er fand, dass die Sonne 30mal weiter sei als der Mond. Bezüglich der Planetentheorie scheint er diejenige des Eudoxus adoptiert zu haben, nur verändert er die Reihenfolge der Planeten. Nach ihm sind dieselben von der Erde aus in der folgenden Anordnung: Mond, Mercur, Venus, Sonne, Mars, Jupiter, Saturn. Was ihn veranlasste, die Reihenfolge der Planeten Mercur, Venus, Sonne gegen diejenige des Eudoxus umzukehren, ist nicht bekannt, doch war es wahrscheinlich nebst der Überlegung, dass in dem sehr grossen Zwischenraum zwischen Mond und Sonne sich Himmelskörper befinden müssten, auch der Umstand, dass dadurch diejenigen Himmelskörper, welche sich nur bis zu einer gewissen Entfernung von der Sonne bewegen können, von denjenigen getrennt werden, die sich in jeder beliebigen Entfernung vorfinden*).

Von Eratosthenes (276—194 v. Chr.), der bekanntlich den ersten Versuch machte, die Grösse der Erde durch wirkliche Messung zu bestimmen, haben wir eine Bestimmung der Schiefe der Ekliptik zu 23° 51′, welche deshalb von Wichtigkeit ist, weil sowohl Hipparch als auch Ptolemäus dieselbe verwendeten. Nach Plutarch**) soll Eratosthenes den Abstand des Mondes von der Erde zu 780.000 Stadien, denjenigen der Sonne zu 4,080.000 Stadien angegeben haben. Wenn diese Angabe auf Wahrheit beruht, so wäre darin ein bedeutender Rückschritt gegen Aristarch und Archimed, indem hier das Verhältnis der Entfernungen nur etwa 5 bis 6 beträgt.

Mit Eratosthenes haben wir die Reihe der Astronomen des ersten Zeitraumes abzuschliessen, und haben hier noch einen Mann zu nennen, der bereits als Vorläufer der zweiten Periode gelten kann, ja man könnte vielleicht sagen als Begründer derselben, denn die Einführung der Epicykeln in die Geometrie und Astronomie ist das Verdienst des Apollonius (um 247 v. Chr.).

---

*) Ptolemäus, Almagest, 9. Buch, 1. Cap.

**) De placitis philosophorum, II. Buch, 31. Cap.

Ptolemäus sagt im 12. Buche, 1. Cap. des Almagest, dass Apollonius von Perga eine Regel aufgestellt hatte zur Bestimmung der Stationen der Planeten. Hieraus kann man schliessen, dass er die complicierten Bewegungen der Planeten durch die Epicykeln erklärte, wenngleich er nicht die Mittel, vielleicht auch nicht das nöthige Beobachtungsmaterial hatte, um die numerischen Werte der dabei in Betracht kommenden Elemente zu bestimmen. Es genügte ihm, die Möglichkeit gezeigt zu haben, durch die Epicykeln die recht- und rückläufige Bewegung, die Stationen und Retrogradationen zu erklären. Die von ihm gegebene Theorie wurde wol bald anzuwenden versucht; ihre Vollendung, in welcher sie sich durch fast ein und ein halbes Jahrtausend ohne nennenswerte Fortschritte erhielt, bekam sie erst durch Hipparch und Ptolemäus. Dem Wesen nach besteht die Theorie darin, dass sich auf einem dem Beobachter concentrischen oder auch excentrischen Kreise der Mittelpunkt eines zweiten kleineren Kreises bewegt, auf welchem mit derselben oder auch mit einer anderen Geschwindigkeit sich das Gestirn bewegt. Der erste Kreis K (Fig. 9) wird der führende Kreis, Deferent, auch der excentrische Kreis (wenn sein Mittelpunkt nicht mit der Erde E zusammenfällt) genannt; der zweite Kreis K_1, dessen Mittelpunkt C auf dem Deferenten ist, heisst der Epicykel.

Die Regel des Apollonius lässt sich nun in folgender Weise darstellen:

Wenn $EC = R$ der Halbmesser der Deferenten, $BC = r$ der Halbmesser des Epicykels, μ die Geschwindigkeit des Epicykelmittelpunktes C auf dem Deferenten, μ' die Geschwindigkeit des Gestirnes auf dem Epicykel ist, so wird der Planet retrograd erscheinen können, wenn

$$\frac{BC}{EB} = \frac{r}{R-r} > \frac{\mu}{\mu'};$$

dann wird sich immer eine Linie DE so ziehen lassen, dass

$$\frac{\frac{1}{2}DF}{FE} = \frac{\mu}{\mu'} \qquad (a)$$

ist, weil von AE angefangen $\frac{1}{2}DF$ immer von r bis zur Null abnimmt und EF von $R-r$ an wächst, und durch jene Linie, für welche die Gleichung (a) stattfindet, wird im Epicykel ein Punkt F bestimmt, in welchem der Planet stationär erscheint.

Den Beweis des Apollonius findet Ptolemäus zu compliciert, und er gibt dafür theilweise einen anderen, welchen wir hier mittheilen wollen.

Vorerst sei erwähnt, dass, während der Planet sich von F nach F' bewegt, der Epicykelmittelpunkt von C nach C' kommen wird; ist

nun die Bewegung CC' so gross, dass trotz der Rückwärtsbewegung FF' des Planeten die Linie EF' (die Visur nach dem Planeten) vorgerückt ist, so bewegt sich der Planet direct; bleibt aber die EF' hinter EF zurück, so hat sich der Planet scheinbar gegen die Ordnung der Zeichen bewegt, er ist retrograd; fällt EF' auf EF, so scheint der Planet seinen Ort nicht zu verändern, er ist stationär.

Um den angeführten Satz zu erweisen, beweist Apollonius vorerst folgendes Lemma:

Wenn im Dreiecke $\alpha\beta\delta$ (Fig. 10)

$$\alpha\beta > \alpha\delta$$

ist, und man nimmt

$$\alpha\gamma \leqq \alpha\delta$$

so wird

$$\alpha\gamma : \gamma\beta > \sphericalangle\, \alpha\beta\delta : \sphericalangle\, \delta\alpha\beta \qquad (b)$$

Man ziehe das Parallelogramm $\alpha\gamma\delta\zeta$; nun ist $\delta\zeta > \alpha\delta$. Wenn erwiesen ist, dass für $\alpha\gamma = \alpha\delta$ die Beziehung (b) besteht, so besteht sie natürlich a fortiori für einen Punkt γ', für welchen $\alpha\gamma' > \alpha\delta$; wenn aber $\alpha\gamma = \alpha\delta = \delta\zeta$, so kann man mit δ als Mittelpunkt durch α und ζ einen Kreis beschreiben. Verlängert man $\beta\delta$ und $\alpha\zeta$ bis zum Durchschnitt ε, so ist

$$\triangle\, \delta\zeta\varepsilon > \text{sect}\, \delta\zeta\theta$$
$$\triangle\, \alpha\delta\zeta < \text{sect}\, \alpha\delta\zeta$$

folglich

$$\frac{\triangle\, \delta\zeta\varepsilon}{\triangle\, \alpha\delta\zeta} > \frac{\text{sect}\, \delta\zeta\theta}{\text{sect}\, \alpha\delta\zeta}$$

oder

$$\frac{\varepsilon\zeta}{\alpha\zeta} > \frac{\sphericalangle\, \zeta\delta\theta}{\sphericalangle\, \alpha\delta\zeta}$$

Es ist aber

$$\frac{\varepsilon\zeta}{\alpha\zeta} = \frac{\varepsilon\zeta}{\delta\gamma} = \frac{\zeta\delta}{\gamma\beta} = \frac{\alpha\gamma}{\gamma\beta}$$
$$\frac{\sphericalangle\, \zeta\delta\theta}{\sphericalangle\, \alpha\delta\zeta} = \frac{\sphericalangle\, \alpha\beta\delta}{\sphericalangle\, \beta\alpha\delta}$$

somit

$$\frac{\alpha\gamma}{\beta\gamma} > \frac{\sphericalangle\, \alpha\beta\delta}{\sphericalangle\, \beta\alpha\delta} \text{ w. z. b. w.}$$

Nun sei in Fig. 9 F so bestimmt, dass

$$\frac{\frac{1}{2}FD}{FE} = \frac{\mu}{\mu'}$$

ist. Sei nun FF' beliebig angenommen; im Dreiecke $EF'D$ ist nun $ED > DF'$; $DF > DF'$, folglich ist

$$\frac{DF}{EF} > \frac{\sphericalangle DEF'}{\sphericalangle EDF'}$$

mithin

$$\frac{\frac{1}{2}DF}{EF} > \frac{\sphericalangle DEF'}{2\sphericalangle EDF'}$$

oder

$$\frac{\mu}{\mu'} > \frac{\sphericalangle DEF'}{\sphericalangle FCF'}$$

Da aber $FCF' = \mu' t$ ist, so folgt

$$\mu t > \sphericalangle FEF'$$

d. h. die Bewegung von EF' in derselben Zeit, in welcher der Planet von F nach F' kam, ist grösser als $F'EF$, also wird $F'E$ in dieser Zeit sich weiter nach vorwärts bewegt haben (im Sinne der wachsenden Längen), demnach der Planet in dem Theile FDA des Epicykels sich mit diesem direct bewegen. Ist aber der Planet auf der anderen Seite von FB in F'', so ist jetzt im Dreiecke DEF''

$$ED > EF''; \; EF > EF''$$

daher

$$\frac{EF}{FD} > \frac{\sphericalangle FDF''}{\sphericalangle DEF''}$$

$$\frac{\frac{1}{2}FD}{EF} < \frac{\sphericalangle DEF''}{2\sphericalangle FDF''}$$

$$\frac{\mu}{\mu'} < \frac{\sphericalangle DEF''}{\sphericalangle FCF''}$$

und da $FCF'' = \mu' t$ ist, so wird

$$\mu t < \sphericalangle DEF''$$

woraus weiter folgt, dass, während der Planet im Epicykel von F'' nach F gekommen ist, dieser sich nicht so weit bewegt hat, dass EF auf EF'' fallen würde, demnach der Planet retrograd ist. F ist daher jener Punkt des Epicykels, in welchem der Planet sich befindet, wenn er stationär erscheint*). Praktische Anwendung hat Ptolemäus von dem

*) Der Beweis lässt sich natürlich viel einfacher führen. Es ist für ein sehr kleines Zeittheilchen t:

$$FCF' = \mu' t$$
$$FEF' = \mu t$$

wenn F der Ort des Planeten für den Moment der Station ist, weil, während der Planet im Epicykel von F nach F' kam, die Linie EF' nach EF sich bewegt hat.

Satze zur Bestimmung der Grösse des retrograden Bogens etc. für die einzelnen Planeten gemacht, wovon seinerzeit gesprochen wird.

Man hat also:

$$FF' = r\,\mu'\,t = EF.\frac{\mu\,t}{\sin DFF'} = EF.\frac{\mu\,t}{\cos CFD}$$

weil $CF \perp FF'$; daher

$$r\cos CFD.\mu' = EF.\mu$$

und da

$$r\cos CFD = \tfrac{1}{2}DF$$

ist, so wird

$$\frac{\tfrac{1}{2}DF}{EF} = \frac{\mu}{\mu'}.$$

II.

THEORIE DER EPICYKELN. HIPPARCH.

Grosse Umwälzungen in den Wissenschaften treten nicht plötzlich auf, sondern vollziehen sich langsam und stetig. Zahlreiche mehr oder minder wichtige Wahrheiten, grössere und kleinere Entdeckungen leiten jene grossen epochemachenden Entdeckungen ein, welche einen Abschnitt in der Geschichte einer Wissenschaft zu bilden uns berechtigen, und die grossen Männer, welche als Repräsentanten derselben auftreten, sind nicht die einzigen Träger der grossen Gedanken, aber sie haben das Verdienst, das verworren und zusammenhanglos Dastehende durch ihre fundamentalen Ideen vereinigt, das Band, welches scheinbar Heterogenes lose zusammenbindet, hiedurch geknüpft und damit das System geschaffen zu haben, das ihren Namen verherrlicht.

Lange ehe der befruchtende Geist eines grossen Mannes die ewigen Wahrheiten der Naturerscheinungen als Gesetze erkannte, musste der Fleiss vieler minder begabter Männer das Material schaffen, ohne welches die Geisteskräfte der bedeutendsten Forscher für die Fortschritte der Wissenschaft unfruchtbar geblieben wären, und lange ehe die wahren Gesetze zur Erkenntnis gelangten, bot das angehäufte Material Stoff zu Versuchen, die der Wahrheit oft sehr nahe kamen, und oft war nur eine Kleinigkeit, eine mangelhafte Beobachtung, eine unrichtig erfasste Thatsache Ursache davon, dass jemand die Siegespalme einem Nachfolger überlassen musste! Kepler sowie Newton haben ihre Vorläufer, die Bausteine für den stolzen Bau zusammentrugen, den uns diese grossen Männer hinterliessen, und auch Hipparch war nicht der erste, der die Epicykeln verwendete, wenngleich die Begründung des Systems an seinen Namen geknüpft bleibt, weil wol die Verwendung der Epicykeln vor ihm nur in vereinzelten Versuchen stattfand.

Seit Apollonius (um 247 v. Chr.) die mathematische Theorie der Epicykeln begründet hatte, mögen wol wiederholt Versuche gemacht worden sein, dieselben für die Erklärung der Bewegung der Himmelskörper zu verwenden, und in der Folgezeit mögen auch homocentrische Sphären und Epicykeln im Kampfe miteinander gelegen sein, bis Hipparch (160—125 v. Chr.) den letzteren zum Siege verhalf. Allein auch er war nicht imstande, die Theorie auf alle Himmelskörper auszudehnen; nur für Sonne und Mond führte er sie in befriedigender Weise durch, während er für die Planeten wegen der von ihm bereits vermutheten doppelten Ungleichheit (wegen der Excentricität der Erdbahn und der Planetenbahn) nicht zum Ziele gelangte. Ptolemäus, in dessen Almagest wir die einzigen Nachrichten über die Hipparch'schen Theorien finden, sagt hierüber*): „Οθεν καὶ τὸν Ιππαρχον ἡγοῦμαι φιλαληθέσατον γενόμενον, διά τε ταῦτα πάντα, καὶ μάλιςα διὰ τομή πωτοσαύτας ἄνωθεν ἀφορμὰς ἀκριβῶν τηρήσεων εἰληφέναι, ὅσας αὐτὸς ἡμῖν παρέσχε, τὰς μὲν τοῦ ἡλίου καὶ τῆς σελήνης ὑποθέσεις καὶ ζητῆσαι καὶ ὡς ἐνῆν γε ἀποδεῖξαι πάσῃ μηχανῇ δὶ ὁμαλῶν καὶ ἐγκυκλίων κινήσεων ἀποτελουμένας, ταῖς δὲ τῶν ἐ πλανωμένων, διά γε τῶν εἰς ἡμὰς ἐληλυθότων ὑπομνημάτων, μηδὲ τὴν ἀρχὴν ἐπιβαλεῖν, μόνον δὲ τὰς τηρήσεις αὐτῶν ἐπὶ τὸ χρησιμώτερον συντάξαι, καὶ δεῖξαι δι' αὐτῶν ἀνομόλογα τὰ φαινόμενα ταῖς τῶν τότε μαθηματικῶν ὑποθέσεσιν. Οὐ γὰρ μόνον ὥφετο δεῖν, ὡς ἔοικε δεῖν ἀποφήνασθαι, διότι διπλῆν ἕκαςος αὐτῶν ποιεῖται τὴν ἀνωμαλιαν.“

Aber für die Sonne und auch für den Mond, dieses Gestirn, welches den Geist der Beobachter durch seinen mannigfachen und verwickelten Lauf quälte**) und noch heute quält, gab Hipparch die Theorie in einer Vollendung, so dass 250 Jahre später Ptolemäus beinahe nichts daran zu ändern fand. Hipparch kannte bereits die Bewegung der Mondknoten und der Apsiden und bestimmte ihre Werte aus seinen eigenen Beobachtungen und den etwa 200 Jahre früher angestellten sehr nahe richtig, was in anbetracht der grossen Complicierthеit des Mondlaufes als ein nicht hoch genug anzuschlagendes Verdienst betrachtet werden muss. Wie genial aber waren auch die von ihm eingeschlagenen Wege, und wie genial die Hilfsmittel, die er verwendete und die er sich auch erst selbst schaffen musste! Noch kurz vorher hatte Aristarch ein rechtwinkeliges Dreieck nicht aufzulösen vermocht. Ptolemäus sagt zwar in seinem Almagest nicht ausdrücklich, dass die von ihm eingeschlagenen

*) IX. Buch, 2. Cap. Über die Wahrscheinlichkeit, dass bereits Hipparch die Epicykelntheorie auf die Planeten angewendet hat, vergleiche pag. 81 ff.

**) Plinius, Hist. nat., Buch II, Cap. 9.

Wege zur Auflösung ebener und sphärischer Dreiecke auch schon von Hipparch verwendet worden sind, allein wenn man die von Hipparch erzielten Resultate betrachtet, so erscheint es in hohem Grade wahrscheinlich, dass die im Almagest angewandten Methoden, welche unsere heutige Trigonometrie, abgesehen von der Unbehilflichkeit und Weitläufigkeit jener Methoden im Verhältnis zur letzteren, ganz gut ersetzen, auch schon von Hipparch herrühren, ja sogar, dass der nach Ptolemäus genannte Satz vom Sehnenviereck, dessen sich der letztere zur Berechnung seiner Sehnentafel bedient, auch seinem grossen Vorgänger zugeschrieben werden muss *).

Da es von wesentlichem Interesse und auch für den vorliegenden Gegenstand von besonderer Wichtigkeit ist, die hiebei eingeschlagenen Methoden kennen zu lernen, so sollen dieselben in Kürze erwähnt werden **).

Durch die Sectio aurea ergeben sich die Seiten des dem Kreise eingeschriebenen Fünf- und Zehneckes, also die Sehnen zu den Winkeln von 72° und 36°. Da ferner die Sehne des Winkels von 60° bekannt ist, so ergeben sich aus dem Satze über das Sehnenviereck nacheinander die Sehnen der halben Winkel, der Summen und Differenzen zweier Winkel, so weit, dass sich eine Tafel der Sehnen für beliebige Winkel finden lässt. Im Almagest ist eine solche Tafel, wobei das Argument von halben zu halben Grad (der Quadrant in 90 Grade getheilt) fortschreitet, während die Sehnen in Theilen ausgedrückt sind, von denen 120 auf den Durchmesser gehen. So ist z. B. nach dieser Tafel ***) für den Winkel von 36° 30′ die Sehne $37^p\ 34.\ 47$, wobei die Bruchtheile nach dem Sexagesimalsystem fortschreiten. In Theilen des Halbmessers ist daher die halbe Sehne (oder der Sinus von 18° 15′) gleich $\frac{1}{2}\left\{\frac{37}{60}+\frac{34}{60^2}+\frac{47}{60^3}\right\}=0{\cdot}31316$. Um nunmehr die Anwendung dieser Tafel zur Auflösung der Dreiecke zu zeigen, wird es am besten sein, die Methode an einem concreten Beispiel anzuwenden, welches wir aus der Mondtheorie entlehnen †). Aufzulösen ist das schiefwinkelige Dreieck ACE (Fig. 11), in welchen $\sphericalangle CEA = 3°\ 24'$ und der Winkel $BCA = 26°\ 47'\ 30''$ ist; gesucht wird das Verhältnis der Seiten CA und EC. Nun ist das wol mit Hilfe des

*) S. auch Chasles, Histoire des mathématiques, I., § 18.

**) Bezüglich der Arithmetik der Griechen sehe man Delambre, Histoire de l'Astronomie ancienne, II., pag. 3 bis 35.

***) Almagest, I. Buch, Cap. 9.

†) Ibid. IV. Buch, 5. Cap.

Sinussatzes sehr leicht; aber wie ohne den Formelapparat, der uns heutzutage zu Gebote steht, diese Frage lösen? Man darf sich nicht verhehlen, dass gerade dieser Mangel an Formeln, der z. B. die Auflösung von Dreiecken heutzutage zur mechanischen Berechnung eines Formelschemas macht, die Alten zwang, für die mannigfach auftretenden Fälle einen Grad von Scharfsinn aufzuwenden, der uns in die höchste Bewunderung versetzen muss. Jetzt kann es doch mitunter vorkommen, dass ein oder der andere Astronom ein blosser Rechner ist; im Alterthum war jeder Astronom auch ein Denker, er musste es wol sein, wenn er irgend etwas selbständig leisten wollte. Nicht als ob das Studium der Mathematik jetzt weniger Scharfsinn erfordern würde als einst; aber die Anwendung derselben ist in Folge des uns in allen Fällen zu Gebote stehenden Formelapparates wesentlich erleichtert. Allerdings mag auch damals die fortgesetzte Übung gemeinsame Merkmale als Führer bei Inangriffnahme der Probleme zur Erkenntnis gebracht haben (und die Weitläufigkeit der Rechnung wurde aus Mangel an kürzeren Methoden nicht erkannt); doch erfordern selbst ähnliche Probleme, die sich für uns oft gar nicht unterscheiden, weil wir z. B. die Zeichenunterschiede der goniometrischen Functionen für Winkel verschiedener Quadranten als unwesentlich für die analytische Lösung erkannt haben, wenn man hierauf Rücksicht zu nehmen gezwungen ist, oft wesentlich verschiedene Methoden. Für die Auflösung von schiefwinkeligen Dreiecken gibt nun zunächst allgemein die Zerfällung in zwei rechtwinkelige Dreiecke den Weg zur Lösung. In Fig. 11 wird durch das Perpendikel CD das schiefwinkelige Dreieck AEC in die zwei rechtwinkeligen CDE und CDA zerlegt. Im ersteren ist der zu CED gehörige Centriwinkel des um EDC beschriebenen Kreises gleich $2\,CED = 6^\circ\ 48'$; die zugehörige Sehne aus der Sehnentafel $CD = 7^p\ 7'$ für $CE = 120^p$; ferner im Dreiecke AEC der Winkel $BCA = 53^d\ 35'$, wobei d für den Grad gebraucht ist, von denen 360 auf $2R$ gehen (diese Ausdrucksweise wird von Ptolemäus sehr häufig gebraucht, um wiederholte Halbierungen und Verdopplungen zu umgehen); $BEA = 6^d\ 48'$; $CAD = 46^d\ 47'$; daher der zu CD gehörige Centriwinkel des um CDA beschriebenen Kreises gleich $46^\circ\ 47'$ und die Sehne $CD = 47^p\ 38'\ 30''$, für den Durchmesser $CA = 120^p$; daher $AC = 17^p\ 55'\ 32''$, für $CD = 7^p\ 7'$, d. h. für $CE = 120$, und daraus das Verhältnis

$$\frac{AC}{CE} = \frac{17.55.32}{120}$$

Die gesammte sphärische Trigonometrie wird auf den folgenden

Satz aufgebaut: Sei (Fig. 12) $AFBGDE$ ein sphärisches Vierseit, so ist (Almagest, I. Buch, Cap. 11)

$$\frac{\text{chord } 2\,GE}{\text{chord } 2\,AE} = \frac{\text{chord } 2\,GF}{\text{chord } 2\,FD} \cdot \frac{\text{chord } 2\,DB}{\text{chord } 2\,BA} \quad *)$$

Ist z. B. AB der Äquator, G der Nordpol desselben, BE die Ekliptik, F der Ort der Sonne, gegeben durch ihre Länge BF, so werde $AB = 90°$ angenommen, wodurch EA gleich der Schiefe der Ekliptik wird; dann hat man, um die Declination FD der Sonne zu finden:

$$\text{chord } 2\,GA \,.\, \text{chord } 2\,EB \,.\, \text{chord } 2\,FD = \text{chord } 2\,AE \,.\, \text{chord } 2\,GD \,.\, \text{chord } 2\,FB$$

und da $AG = 90°$, $EB = 90°$, $GD = 90°$ ist, also die Sehnen ihrer Verdopplungen 120^p, so ist

$$\text{chord } 2\,FD = \frac{\text{chord } 2\,AE}{120} \cdot \text{chord } 2\,FB;$$

aus den bekannten Winkeln AE und FB findet man mit Hilfe der Sehnentafel die nöthigen Sehnen, und aus der Sehne von $2FD$ den Bogen FD selbst.

Indem wir uns mit diesen wenigen Beispielen begnügen, aus denen wol die Rechnungsmethoden der Alten zur Genüge hervorgehen werden, gehen wir nun zum eigentlichen Gegenstande, der Hipparch'schen Sonnen- und Mondtheorie über. Die Schiefe der Ekliptik, das am einfachsten zu bestimmende Element, indem hiezu die Messung der grössten und kleinsten Länge des mittäglichen Schattens eines Gnomons genügt, nimmt Hipparch zu 23° 51′ 20″ an, welchen Wert auch Ptolemäus fand und beibehielt (Almagest, I. Buch, Cap. 10, und II. Buch, Cap. 5). Letzterer gibt den Wert 47° und mehr als $^2/_3$, aber weniger als $^3/_4$, also als Mittel 47°.7 als Winkel zwischen den beiden Wendekreisen, „welchen Wert auch Eratosthenes gefunden und Hipparch verwendet hat“. (Die Veränderung von 2′ von Eratosthenes bis Ptolemäus kann dabei als innerhalb der Grenzen der damaligen Beobachtungsfehler angesehen werden.)

*) Mit Einführung der jetzigen Bezeichnungsweise wird dieser Satz

$$\sin AE \,.\, \sin GF \,.\, \sin DB = \sin GE \,.\, \sin FD \,.\, \sin BA$$

der Beweis ist sehr leicht, wenn der Sinussatz zugrunde gelegt wird; es ist

$$\frac{\sin AE}{\sin AB} = \frac{\sin B}{\sin E}$$
$$\frac{\sin DB}{\sin FD} = \frac{\sin F}{\sin B}$$
$$\frac{\sin GF}{\sin EG} = \frac{\sin E}{\sin F}$$

woraus durch Multiplication der Satz sich unmittelbar ergibt.

Was die Umlaufszeit der Sonne anbelangt, so berichtet Hipparch*), dass Meton und Euctemon das Jahr zu $365^1/_4 \cdot {}^1/_{76}$ (= 365·26316) Tage, Calippus zu $365^1/_4$ (= 365·25) Tage machten, dass er jedoch für die Zeit zwischen zwei gleichartigen Solstitien oder Äquinoctien $365^1/_4 - {}^1/_{300}$ (= 365·2467) Tage fand, welchen Wert auch Ptolemäus beibehielt. Für die mittlere tägliche Bewegung der Sonne findet sich hiemit 0° 59′ 8″ 17‴ 13⁗ 12⁗′ 31⁗′′ = 3548″287002. Aber Hipparch erkannte bereits, dass von dem tropischen Jahr das siderische verschieden sei; nach Ptolemäus**) wunderte er sich ausserordentlich darüber, dass das erstere kleiner als $365^1/_4$ Tage sei, das letztere jedoch grösser, woraus er auf die Vorwärtsbewegung der Fixsternsphäre schliesst, die er auch aus der Vergleichung der Längen der Fixsterne bestätigt fand.

Nun war aber, wie schon erwähnt, bereits dem Calippus die Ungleichheit in der Bewegung der Sonne bekannt; allerdings hatte Hipparch nebst der Verschiedenheit in der Länge der Jahreszeiten auch Ungleichheiten in der beobachteten Jahreslänge selbst gefunden. Allein er scheint dieselben ganz richtig als Beobachtungsfehler angesehen zu haben, und Ptolemäus glaubt, dass „Hipparch sehr wol wusste, dass in alledem nichts gelegen war, was ihn ermächtigt hätte, eine zweite Ungleichheit der Sonne anzunehmen ... denn er bediente sich für die Sonne und den Mond gewisser Hypothesen, indem er annahm, dass für die Sonne nur eine und dieselbe Ungleichheit bestehe, welche jedes Jahr in den Solstitien und Äquinoctien verschwindet". (Κέχρηται γοῦν καὶ αὐτὸς ταῖς ὑποθέσεσιν ἡλίου καὶ σελήνης, ὡς μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς ὑπαρχούσης περὶ τὸν ἥλιον ἀνωμαλίας τῆς συναποκαθιστα μένης τῷ πρὸς τὰς τροπὰς, καὶ τὰς ἰσημερίας ἐνιαυσίῳ χρόνῳ.) Hier scheint jedoch bei Ptolemäus ein Missverständnis vorzuwalten, denn die hier angeführte Ungleichheit, welche in den Solstitien und Äquinoctien verschwindet (und die von der Bewegung der Sonne in der Ekliptik statt im Äquator herrührt), war nicht die von Hipparch ermittelte. Im 4. Capitel des III. Buches des Almagest wird die von diesem aus der Ungleichheit der Jahreszeiten gefolgerte Anomalie bestimmt, welche demnach die Mittelpunktsgleichung ist; die höchst sinnreiche Art und Weise, auf welche Hipparch aus der Zwischenzeit zwischen einem Frühlingsäquinoctium und dem darauffolgenden Sommersolstitium und Herbstäquinoctium diese Ungleichheit ermittelte, und welche auch später Ptolemäus in unveränderter Form anwandte, erfahren wir ebenfalls

*) Ptolemäus, Almagest, III. Buch, 2. Cap.

**) Ibid.

aus dem Almagest. Hipparch fand, dass die Zwischenzeit zwischen dem Frühlingsäquinoctium und dem darauffolgenden Sommersolstitium $94^1/_2$ Tage beträgt, die Zeit zwischen diesem und dem folgenden Herbstäquinoctium $92^1/_2$ Tage. Um dies zu erklären, nahm er an, dass die Erde nicht im Mittelpunkte der Sonnenbahn wäre; denn wäre die Erde in dem Mittelpunkte O der Sonnenbahn $QNPM$ (Fig. 13), in welcher sich die Sonne gleichmässig bewegt, sind die Visuren ON, OM nach den Äquinoctien, die Visuren OP, OQ nach den Solstitien gerichtet, so müsste die Zeit zwischen den Durchgängen durch die Solstitien und Äquinoctien gleich sein. Nun ist aber die Zeit zwischen Frühlings- und Herbstäquinoctium 187, diejenige zwischen Herbst- und Frühlingsäquinoctium $178^1/_4$ Tage; in der ersten Zeit legt aber die Sonne einen grösseren Bogen zurück als in der zweiten; die Erde muss daher in einer zu NM parallelen Geraden ♈ ♎ liegen, so dass der von den beiden Visuren EN', EM' begrenzte Bogen $N'PM'$ auf der Seite des Sommersolstitiums grösser ist als der zweite $M'QN'$ auf der Seite des Wintersolstitiums. Da ferner die Zeit von dem Sommersolstitium zum vorhergehenden Äquinoctium grösser ist als zum folgenden, so muss die Erde in E näher zu M' liegen; nunmehr schneiden die Visuren O♈, O♋, O♎, O♑ nach den vier Cardinalpunkten der Ekliptik die Sonnenbahn in $N'P'M'Q'$, und da die Bewegung in dem Kreise $NPMQ$ gleichförmig stattfindet, so verhalten sich die Bögen wie die Zwischenzeiten, also:

$$N'P' : P'M' : M'Q'N' = 94^1/_2 : 92^1/_2 : 178^1/_4.$$

Aus dieser Angabe allein bestimmt Hipparch*) den Ort von E gegenüber O und fand $EO = {}^1/_{24}$ des Radius ON und den Ort des Apogeums $24^1/_2{}^\circ$ vor dem Sommersolstitium, d. h. den Winkel LEP gleich $24^1/_2{}^\circ$. Setzt man statt der Zahlen $94^1/_2$, $92^1/_2$, $178^1/_4$ die Buchstaben a, b, c, so ist

$$N'OP' : P'OM' : N'OM' = a : b : c$$

daher

$$N'OM' = \frac{c}{a+b+c} 2\pi;\quad N'OQ = \frac{c}{a+b+c} \cdot \pi$$

$$N'OP' = \frac{a}{a+b+c} \cdot 2\pi;\quad N'OP = \pi - N'OQ = \frac{a+b}{a+b+c}\pi$$

$$POP' = OP'E = N'OP' - N'OP = \frac{a-b}{a+b+c}\pi$$

folglich, wenn die Länge des Apogäums $\sphericalangle LEN' = A$, $EO = \rho$, $ON' = OP' = r$ gesetzt wird:

*) Ptolemäus, Almagest, III. Buch, 4. Cap.

$$OR = \rho \sin A = r \cos \frac{c}{a+b+c}\pi$$

$$OS = \rho \cos A = r \sin \frac{a-b}{a+b+c}\pi$$

Hieraus folgt nun eine optische Ungleichheit, indem die wahre Geschwindigkeit der Sonne in jedem Punkte ihrer Bahn dieselbe ist, hingegen die von der Erde aus gesehene im Apogäum geringer ist als im Perigäum, da der in derselben Zeit beschriebene gleiche Bogen im ersten Falle unter einem kleineren Sehwinkel erscheint als im zweiten.

Dieselbe Ungleichheit tritt auch beim Monde auf und kann direct wahrgenommen werden; allein hier fand sich, dass der Mond bereits nahe an denselben Orte des Himmels gekommen war (einen vollständigen Umlauf in Länge zurückgelegt hatte) und erst nachher dieselbe Geschwindigkeit (z. B. das Maximum) erreichte; dass er aber bereits früher dieselbe Breite hatte (also z. B. die Ekliptik geschnitten hatte), und zwar hatte er während 241 Revolutionen in Länge (241 vollständigen siderischen Umläufen) nur 239mal die grösste Geschwindigkeit erlangt (239 Umläufe der Anomalie vollführt), hingegen 242mal die Ekliptik geschnitten (= 242 Umläufe in der Breite, oder eigentlich des Arguments der Breite). Die hiezu gehörige Zeit wird von den Alten*) zu 6585⅓ Tagen angegeben, in welcher Zeit 223 Lunationen (Zeit zwischen zwei Neumonden) stattfinden und die Sonne 10⅓° über 18 Revolutionen zurückgelegt hat. Das Dreifache dieser Periode (um auf ganze Zahlen zu kommen) nannten sie ἐξελιγμός. Da nun während dieser Zeit sowol die Anomalie als auch die Breite sich nahe am selben Orte des Himmels bei nahe derselben Stellung des Mondes zur Sonne restituiert, so müssten nach Ablauf dieses Zeitraumes die Finsternisse sich in derselben Ordnung, in derselben Grösse und nahe an denselben Orten des Himmels wiederholen, welche Beobachtung die Chaldäer auch machten, und aus der sie diese Periode von 18 Jahren 11 Tagen fanden. Hipparch jedoch hatte durch Zusammenstellung chaldäischer Beobachtungen mit seinen eigenen gefunden, dass diese Zeiten nicht hinreichend genau wären; er findet, dass in 4612 siderischen Umläufen (weniger 7½°) 4573 Restitutionen der Anomalie stattfinden, und zwar in der Zeit von 126007 Tagen und einer Stunde, während welcher die Sonne 345 ganze Umläufe (weniger obigen 7½°) vollführte und 4267 Lunationen stattfanden. Ausserdem fand Hipparch, dass in 5458 Monaten (Lunationen)

*) Von wem, wird nicht näher angegeben; Almagest, IV. Buch, 2. Cap. Es sind damit wahrscheinlich die Chaldäer gemeint, denn es ist dies der Saros derselben.

5923 Restitutionen der Breite (Durchgänge durch die Ekliptik) stattfinden, indem er zwei sehr weit von einander entfernte Finsternisse verglich, welche in Grösse und Dauer dieselben waren, und wo in der Anomalie kein Unterschied stattfand.

Hieraus folgt nun für die Länge des synodischen Monates

$$29^d\ 31'\ 50''\ 8'''\ 20'''' = 29{\cdot}5305942 \text{ Tage}$$

und für die mittlere tägliche Bewegung in Länge*)

$$13^\circ\ 10'\ 34''\ 58'''\ 33''''\ 30'''''\ 30'''''' = 47434''{\cdot}975974.$$

Da 4573 Umläufe der Anomalie gleich 4267 Lunationen (oder durch 17 abgekürzt: 269 Umläufe der Anomalie = 251 Lunationen) sind, so folgt, dass 269 × 360° der Anomalie in 251 × 29·530594 Tagen zurückgelegt werden, dass also die tägliche Bewegung der Anomalie

$$13^\circ\ 3'\ 53''\ 56'''\ 29''''\ 38'''''\ 38'''''' = 47033''{\cdot}94157^{**})$$

und in derselben Weise die tägliche Bewegung des Argumentes der Breite

$$13^\circ\ 13'\ 45''\ 39'''\ 40''''\ 17'''''\ 19'''''' = 47625''{\cdot}66119.$$

Da der Mond dieselbe Anomalie (gleichgiltig ob als Abweichung vom mittleren Ort oder von der mittleren Geschwindigkeit verstanden) erlangt, nachdem er bereits einen vollen Umlauf (siderisch) vollendete, so muss man, wenn man bei Wiedererlangung derselben Anomalie annimmt, dass diese einen vollen Umkreis = 360° zurücklegte, eine Drehung des Perigäums im Sinne der Zeichen annehmen, und zwar täglich um den Betrag „mittlere tägliche siderische Bewegung — mittlere tägliche anomalistische Bewegung", also um 401''·03440 (so dass das Perihel in 3231·64 Tagen einen vollen Umlauf vollführt); da ferner die Breite denselben Wert erreicht, ehe er einen siderischen Umlauf vollendete, so müssen sich die Knoten der Mondbahn entgegengesetzt den Zeichen (den wachsenden Längen) verschieben, und zwar täglich um den Betrag der „täglichen Bewegung des Argumentes der Breite — mittlere tägliche siderische Bewegung", also um 190''·68522 (so dass die Mondknoten in 6796·54 Tagen einmal die Ekliptik durchlaufen).

Sieht man zunächst von der Breitenbewegung ab, so wird man den excentrischen Kreis als in der Ekliptik gelegen ansehen können. Hier wird man aber nicht, wie bei der Sonne, mit der einfachen Hypo-

*) Da es die Zwischenzeit zwischen zwei Conjunctionen mit der Sonne ist, so ist die Bewegung des Mondes in 29·5305942 Tagen gleich 360° + 29·5305942 × tägliche mittlere Bewegung der Sonne, folglich die tägliche Bewegung des Mondes in Länge $= \frac{360}{29{\cdot}5305942} + 3548''{\cdot}287002 = 43886''{\cdot}688878 + 3548''{\cdot}287002 = 47434''{\cdot}975880$ von den im Almagest enthaltenen Werten etwas verschieden.

**) Bewegung in einem julianischen Jahre ($365\frac{1}{4}{}^d$) = 17179147''·16; Hansen gibt 17179158''·37, demnach die Beschleunigung seit Hipparch 11''·21.

these ausreichen, dass sich der Mond in dem Kreise ABC um den festen Punkt E dreht (Fig. 14), sondern man muss eine in demselben Sinne stattfindende Drehung der Geraden EO annehmen. Ist zu einer gewissen Zeit L das Apogäum, der Mond in B, so ist LB der heute als Anomalie bezeichnete Winkel; nach einer gewissen Zeit t wird die siderische Bewegung des Mondes $BAC' = 47434''.975974\,t$ sein; seine Bewegung in Anomalie aber nur $47033''.94157\,t$; diese ist demnach von einem Punkte L' gezählt, der in der Bewegungsrichtung des Mondes gegen L vorgeschoben ist, so dass $L'AC'$ gleich der neuen Anomalie ist. Es ist demnach die wahre Bewegung des Mondes zusammengesetzt aus einer Bewegung desselben im excentrischen Kreise LBC mit der täglichen Bewegung von $47033''.95157$ und einer Drehung des ganzen Kreises um O mit einer Geschwindigkeit von $401''.03440$ in demselben Sinne. Schieben wir aber den excentrischen Kreis aus der zweiten Lage, in welcher L' das Apogäum, E' der Ort der Erde ist, bis in die erste Lage zurück, so dass L' nach L, E' nach E kommt, so wird C' nach C kommen, und es ist $C'C = L'L$, also $BC = BC' - CC' = BC' - LL' =$ siderische Bewegung in Länge — Bewegung des Apogäums = der mittleren Bewegung in Anomalie. In dem ersten Falle war OBE gleich dem Unterschied des wahren Ortes vom mittleren, im zweiten Falle ist dies $E'C'O = ECO$, folglich $E'C'O - EBO = BOC - BEC$; d. h. der Unterschied der wahren und mittleren siderischen Bewegung ist gleich dem Unterschied der wahren und mittleren anomalistischen Bewegung.

Um nun die Grösse der Excentricität EO und die Entfernung des Apogäums des Mondes für eine gewisse Zeit zu finden, werden drei Mondesfinsternisse benützt, da bekanntlich der wahre Ort des Mondes zur Zeit der Mitte der Finsternis genau um 180° in Länge verschieden ist von dem wahren Ort der Sonne zur selben Zeit, welch letzteren man aus der bereits bekannten Theorie der Sonnenbewegung leicht erhält. Hipparch *) wählt zwei Gruppen von je drei Finsternissen für seine Berechnung; die erste Gruppe sind alte assyrische (in Babylon beobachtete Finsternisse), und zwar auf den Meridian von Alexandrien bezogen:

1. 366. Jahr der Ära Nabonassar 26 Thot, $18\frac{1}{2}$ Äquinoctialstunden**) seit Mittag = — 382 December 22

*) Almagest, IV. Buch, 10. Cap.

**) Die Griechen unterscheiden die ὥρα καιρικη, welche dem 12. Theil des Tages oder dem 12. Theil der Nacht gleich war (daher die Tagstunde von der Nachtstunde im allgemeinen sehr verschieden), von der ὥρα ἰσημερινη, der Äquinoctialstunde, gleich dem 24. Theil der Nychthemeren (Tag und Nacht).

2. 366. Jahr der Ära Nabonassar 24 Phamenoth, $8^1/_4$ Äquinoctialstunden seit Mittag = — 381 Juni 18
3. 367. Jahr der Ära Nabonassar 16 Thot, $10^1/_6$ Äquinoctialstunden seit Mittag = — 381 December 12 *)

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung der Anomalie
1.	1581 888·771	28° 17′ Zwillinge				
			177^d.573	173° 31′	179° 38′	159° 54′
2.	1582 066·344	21° 48′ Schütze				
			177.080	175° 42′	173.23	153.35
3.	1582 243·424	17° 30′ Zwillinge				

Hipparch nimmt als wahre Bewegung zwischen der ersten und zweiten Finsternis $172^2/_3$°, zwischen der zweiten und dritten 175° 8′. Ausserdem führt Hipparch noch drei in Alexandrien beobachtete Finsternisse**) an, die er zu einer zweiten Rechnung benützte; diese Finsternisse sind:

1. 547. Jahr der Ära Nabonassar 16 Mesore, 7 ($6^1/_2$) Äquinoctialstunden nach Mittag = — 200 September 22
2. 548. Jahr der Ära Nabonassar 9 Mechir, $13^1/_3$ Aquinoctialstunden nach Mittag = — 199 März 19
3. 548. Jahr der Ära Nabonassar 5 Mesore, $14^1/_4$ ($13^1/_2 \cdot {}^1/_4$) Aquinoctialstunden nach Mittag = — 199 September 11***).

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung der Anomalie
1.	1648 273·292	26° 7′ Fische				
			178^d.263	180° 9′	189° 7′	169° 15′
2.	1648 451·555	26° 16′ Jungfrau				
			176.039	168° 57′	159.17′	139.41
3.	1648 627·594	15° 13′ Fische				

*) Ptolemäus corrigiert diese Hipparch'schen Zahlen in $18^1/_4$, $7^1/_2 \cdot {}^1/_3$ und $9^1/_2 \cdot {}^1/_3$ Stunden seit Mittag, womit die Zwischenzeiten 177^d.566, 177^d.084 werden. Die mittleren Bewegungen in Länge und Anomalie sind die des Almagest; für die angeführten Zwischenzeiten werden sie

	für Hipparch		Ptolemäus	
1.	179°.46′	160° 0′	179°.41′	159°.55′
2.	173.16	153.33	173.19	153.36

**) Diese Finsternisse sind in der Übersetzung von Halma als von ihm selbst beobachtet angegeben, was sie der Zeit nach nicht sein können. Der griechische Text lautet: Μεταβησόμεθα δὴ καὶ ἐπὶ τὰς ὄξερον ἐκτεθειμένας αὐτῶ τρεῖς ἐκλείψεις, ἃς φησιν ἐν Αλεξανδρεία τετηρῆθαι.

***) Die eingeklammerten Zahlen sind die Ptolemäischen Correcturen; für die Zwischenzeiten folgt damit 178^d.284, 176^d.018; die mittleren Bewegungen sind für Hipparch

1. 188°.52′ 169° 0′
2. 159.33 139 57;

für Ptolemäus ergeben sich sehr nahe die oben angeführten, von ihm selbst angegebenen Zahlen.

Hipparch findet statt der wahren Bewegungen 180° 9′ und 168° 57′ die falschen 180° 20′ und 168° 33′. Um den Weg zu zeigen, nach welchen man hier die Elemente der Mondbahn finden kann, wollen wir die ersten der drei angeführten Finsternisse berechnen. Nach dem an Figur 14 erläuterten wird man die Winkel AOB, BOC (Fig. 15) gleich den anomalistischen Bewegungen in den Zwischenzeiten machen; sei $AOB = 2a$, $BOC = 2b$, so wird $AOC = 360° - (2a + 2b)$, folglich in dem dem Kreise ABC eingeschriebenen Dreiecke ABC die Winkel

$$ACB = a$$
$$BAC = b$$
$$CBA = 180 - (a + b).$$

Sei E der noch unbekannte Erdort ausserhalb des Kreismittelpunktes. Nach dem früher Gesagten ist der Überschuss der wahren anomalitischen Bewegung (des aus E gesehenen Bogens AB) über den mittleren gleich dem Überschusse der wahren siderischen Bewegung über die mittlere; nennen wir diese Überschüsse α_0, β_0, so ist im vorliegenden Beispiele

$$\alpha_0 = -6° 7′, \quad \beta_0 = +2° 19′.$$

Aus dem Umstande, dass AEB kleiner ist als AOB (der erwähnte Überschuss ist negativ), CEB aber grösser als COB, kann man die genäherte Lage von D finden und an der Hand einer Figur die weitere Rechnung durchführen. Bezeichnet man AEB mit α, BEC mit β, so ist

$$\alpha = 2a + \alpha_0$$
$$\beta = 2b + \beta_0$$

Hienach hat man mit Rücksicht auf die aus Figur 15 ersichtliche Bezeichnung der Strecken und Winkel*)

$$BE = t = m \frac{\sin y}{\sin \alpha} = n \frac{\sin y'}{\sin \beta}$$

und da

$$\frac{m}{n} = \frac{\sin a}{\sin b}$$

die Gleichung

$$\sin y \frac{\sin a}{\sin \alpha} = \sin y' \frac{\sin b}{\sin \beta} \qquad (a)$$

Ferner als Summe der Winkel der beiden Dreiecke ABE, BCE:

$$y + y' + 180 - (a + b) + \alpha + \beta = 360°,$$

daher wenn

$$c = 180 - (\alpha + \beta) + (a + b) \qquad (1)$$

*) Die Aufgabe ist bekannt unter dem Namen des Pothenot'schen Problems.

gesetzt wird:

$$y + y' = c \qquad (b)$$

Aus den Gleichungen (a) und (b) erhält man

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin c \dfrac{\sin b}{\sin a} \dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta}}{1 + \cos c \dfrac{\sin b}{\sin a} \dfrac{\sin \alpha}{\sin \beta}} \qquad (2)$$

Sodann wird

$$\left.\begin{aligned} x &= 180 - (\alpha + y) \\ z &= 90 - a, \quad OBE = x - z. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Es ist ferner

$$t = m \frac{\sin y}{\sin \alpha}$$

$$r = \frac{m}{2 \sin a}$$

folglich

$$t = 2r \frac{\sin a}{\sin \alpha} \sin y \qquad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} e \sin A' &= r \sin (x - z) \\ e \cos A' &= t - r \cos (x - z) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

$$A = A' + (x - z). \qquad (6)$$

In den Formeln (1), (2), (3), (4), (5), (6) liegt die Lösung der Aufgabe, indem hiedurch die Excentricität der Mondbahn und die Grösse der Anomalien zu einer gewissen Zeit t_0 gefunden wird. Ist L die wahre aus E beobachtete Länge des Mondes für diese Zeit, so ist $L - A' = \Pi_0$ die Länge des Mondapogäums. Um den wahren Mondort für eine andere Zeit t zu finden, hat man als anomalistische Bewegung in der Zwischenzeit $BX = (t_1 - t) \times 47033''.94157$, folglich die Anomalie $LOX = A + 47033''.94157\ (t_1 - t_0)$, daher zur Berechnung der Mittelpunktsgleichung (Prosthapheräse) OXE die Gleichungen

$$EX \sin OXE = e \sin LOX$$

$$EX \cos OXE = r + e \cos LOX$$

Wahre Anomalie $LEX = LOX - OXE$

Länge des Perihels $= \Pi_0 + 401''.0344\ (t_1 - t_0) = \Pi$

Wahre Länge des Mondes $= \Pi + LEX$.

Die Rechnung kann durch Tafeln, welche die anomalistischen Bewegungen und die Perihelbewegungen für Jahre, Tage, Stunden etc. geben, ferner durch eine Tafel der Prosthapheräse (Argument LOX, Tafelwert OXE) fast ganz umgangen werden.

Für das angeführte Beispiel ist

$$\begin{aligned} a &= 79^\circ\ 57' \\ b &= 76^\circ\ 47'5 \\ \alpha &= 153^\circ\ 47' \\ \beta &= 155^\circ\ 54' \end{aligned}$$

Die Rechnung ist nun höchst einfach, und wird*) mit den aus den Ptolemäischen Sonnentafeln entnommenen Werten:

$$\begin{aligned} c &= 27^\circ\ 3'5 \\ \sin b &= 9.98835 \\ \sin \alpha &= 9.64519 \\ \sin a &= 9.99328 \\ \sin \beta &= 9.61101 \\ \hline \sin c &= 9.65791 \end{aligned}$$

$$\frac{\sin b}{\sin a}\,\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0.02925$$

$$\cos c = 9.94966$$

$$\cos c\,\frac{\sin b \sin \alpha}{\sin a \sin \beta} = 9.97891$$

$$1 + \cos c\,\frac{\sin b}{\sin a}\,\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 0.29062$$

$$\sin c\,\frac{\sin b}{\sin a}\,\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 9.68716$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} y &= 9.39654 \\ y &= 13^\circ 59'.6 \\ x &= 12\ \ 13.4 \\ z &= 10\ \ 3.0 \\ x - z &= 2\ \ 10.4 \end{aligned}$$

$$\frac{\sin a}{\sin \alpha} = 0.34809$$

$$2 \sin y = 9.68450$$

$$\begin{aligned} t &= 0.03259\, r \\ r \cos (x-z) &= 9\ \ 99969\, r \\ \text{Subtr.} &= 8.89600 \\ e \cos A' &= 8.89569\, r \\ & \quad 9.95460 \\ e \sin A' &= 8.57890\, r \\ A' &= 25^\circ\ 44'.6 \\ A &= 27^\circ\ 55'.0 \end{aligned}$$

$$\log \frac{e}{r} = 8.94109$$

$$\begin{aligned} e &= 0.08731\, r \\ \Pi_0 &= 236^\circ 3'.4 \\ M_0 &= 27^\circ 55'.0 \end{aligned}$$

Die Hilfsmittel aber, welche uns zu Gebote stehen, um die Rechnung so kurz zu gestalten, fehlten den Alten; vor allem besassen sie nicht die analytische Methode, nach welcher mit unbekannten Grössen wie mit bekannten gerechnet wird, woraus sich dann Gleichungen für die unbekannten ergeben. Durch diesen Mangel wird ein bedeutender Aufwand

*) Um den Rechnungsmechanismus zu übersehen, ist derselbe vollständig mitgetheilt. Da sich $A' > x' + y'$ ergibt, so müsste übrigens E oberhalb OC liegen.

von Scharfsinn und eine unverhältnismässig grössere Mehrarbeit bei der Rechnung nöthig. Aus der Analogie der von Ptolemäus mitgetheilten Rechnung im Epicykel (s. pag. 68) scheint es, dass Hipparch zur Lösung der Frage einen indirecten Weg einschlug, indem er z. B. E zunächst auf der Geraden OC annahm, dann denselben etwas nach der einen oder anderen Seite verschob und die Rechnung wiederholte; der Bequemlichkeit wegen ist es dabei gut, E in der Nähe von jener Linie zu wählen, für welche die Prosthapheräse ECO am kleinsten wird. Wenn E in OC angenommen wird, so bedeutet dies, dass die Prosthapheräse in C gleich 0, die in B gleich β_0 angenommen wird, statt dass β_0 (die Differenz der Prosthapheräsen $= 2^\circ\ 10{:}4 - (-8{:}6)$ in unserem Beispiele) entsprechend vertheilt werde.

Nimmt man z. B. $OCE = 30'$; $OBE = 2^\circ\ 49'$, $OAE = 3^\circ\ 18'$ so wird

$$BCO = 13^\circ\ 12{:}5 \quad BCE = 13^\circ\ 42{:}5 \quad CBE = 10^\circ\ 23{:}5$$
$$BAO = 10^\circ\ 3{:}0 \quad BAE = 13^\circ\ 21{:}0 \quad ABE = 12^\circ\ 52{:}0$$

Hieraus erhält man die Verhältnisse $\frac{CE}{EB}$, $\frac{AE}{EB}$*), somit, da AEC bekannt ist, auch $\frac{AC}{EB}$; es ist ferner

$$OAC = 90 - \tfrac{1}{2} AOC = 90 - ABC = a + b - 90^\circ = 66^\circ\ 44{:}5$$

womit sich $\frac{AO}{EB} = \frac{BO}{EB}$ finden lässt. Endlich wird aus $\frac{BO}{EB}$ und $\frac{BE}{BE} = 1$ mit dem bekannten Zwischenwinkel OBE die Excentricität OE in Einheiten von EB oder von OB und der Winkel A' erhalten. Wäre die über OCE gemachte Annahme richtig, so müssten die aus OE, CE und OC einerseits und OE, OA und AE andererseits gerechneten Prosthapheräsen gleich den Ausgangswerten ($0^\circ\ 30'$ und $3^\circ\ 18'$) sein. Hipparch scheint jedoch die Rechnung nicht oft genug wiederholt und sich mit Näherungswerten begnügt zu haben. Denn die Rechnung mit den von Hipparch angenommenen wahren Bewegungen in Länge gibt für $\frac{e}{r}$ den Wert 0·1121; die richtige Rechnung liefert für die

*) Nach der Methode der Alten erhält man aus dem rechtwinkeligen Dreiecke CEp für $CE = 120$ die Werte Cp und Ep; ebenso aus dem Dreiecke BEp für $BE = 120$ die Werte von Ep und Bp; reduciert man nun alle Zahlen auf Verhältnisse, in denen z. B. $Ep = 60$ ist, so folgt unmittelbar das Verhältnis $CE : EB$.

beiden Finsternisgruppen die Werte 0·08731 und 0·08704, also nahe gleich, während er selbst nach dem Berichte des Ptolemäus für die beiden Finsternisgruppen die von einander abweichenden Werte 6^p15 und 4^p46 für $r = 60^p$ erhielt, also 0·1047 und 0·0794*).

Es erscheint hienach zweifelhaft, ob Hipparch überhaupt den Epicykel, in dem die Rechnung nicht mit diesen Schwierigkeiten verbunden ist, und der directe Weg sofort die richtigen Werte gibt, angewendet hat, wenngleich Ptolemäus**) ausdrücklich erwähnt, dass Hipparch sowol den Epicykel als auch den excentrischen Kreis verwendete, dass es aber merkwürdig sei, dass letzterer in beiden Hypothesen verschiedene Resultate erhielt, da doch die beiden Theorien sich völlig decken***). Indem wir aber den letzteren Nachweis selbst erst bei Ptolemäus anführen, wollen wir hier die Theorie des Epicykels geben, indem wir dieselbe auf das Zeugnis des Ptolemäus hin als Hipparch's Eigenthum betrachten müssen.

Denkt man sich die Erde als Mittelpunkt O eines Kreises (Fig. 16), in welchem sich ein Punkt C gleichmässig bewegt, so kann man diesen Punkt als mittleren Ort eines Gestirnes ansehen, welches seinen siderischen Umlauf um die Erde in derselben Zeit vollzieht wie dieser Punkt. Das Gestirn befindet sich nun aber bald rechts, bald links von diesem mittleren Orte, und um diese Ungleichheit zu erklären, kann man annehmen, dass sich das Gestirn selbst um seinen mittleren Ort in einem Kreise bewege. In dieser Verbindung heisst der erste Kreis K der führende Kreis oder Deferent, der zweite Kreis K_1 der Epicykel.

---

*) Die Berechnung mit den in der Note pag. 61 gegebenen Zahlen für die erste Gruppe liefert $\frac{e}{r} = 0{\cdot}08798$ und 0·08758. $M_0 = 28° 36'8$ und $28° 10'2$, also für jene Zeiten nur unwesentlich geändert.

**) Almagest, IV. Buch, Cap. 10. Die Berechnung im Epicykel s. pag. 68; vergleiche auch die Bemerkung auf pag. 68.

***) Ein Umstand jedoch erregt hier Bedenken: In dem Ptolemäischen Berichten findet man mitunter nicht näher begründete Rectificationen der Beobachtungszeiten. Nach der Reduction der Temporalstunden auf Äquinoctialstunden und Anbringung des Längenunterschiedes, wonach sich eine gewisse Beobachtungszeit ergiebt, beispielsweise „$8^1/_4$ Stunden nach Mitternacht" wird hinzugefügt „oder genauer $7^1/_2 \cdot {}^1/_3$ Stunden nach Mitternacht". Der Erfolg ist der, dass andere Zwischenzeiten, andere anomalistische und andere wahre Bewegungen gegenüber den Hipparch'schen Angaben folgen. Hieraus würden die Hipparch'schen Differenzen in Beobachtungsfehlern ihren Grund haben, während der Ptolemäischen Übereinstimmung möglicherweise Variationen der Beobachtungszeiten zu Grunde liegen können.

Ist das Gestirn in der Verlängerung L von OC oder in dem Punkte M dieser Verbindungslinie selbst, so fällt der mittlere Ort mit dem wahren zusammen. Aber die Geschwindigkeiten der Bewegung werden in den beiden Fällen nicht dieselben sein. Findet die Bewegung des Mittelpunktes des Epicykels im Deferenten in der Richtung der Zeichen (nach wachsenden Längen und Rectascensionen) statt, und nimmt man diejenige des Gestirnes im Epicykel entgegengesetzt dieser Bewegung (die Bewegungsrichtungen sind in der Figur durch Pfeile angedeutet*), so werden sich diese beiden Bewegungen in L subtrahieren, in M addieren, daher ist die Geschwindigkeit des Planeten ein Minimum, wenn er sich in L befindet, ein Maximum, wenn er in M ist. Eine Wiederholung aller Ungleichheiten der Bewegung des Gestirnes (sowol Abweichung des Gestirnes vom mittleren Ort als auch seiner Geschwindigkeit von seiner mittleren Geschwindigkeit) findet statt, wenn das Gestirn einen vollen Umlauf im Epicykel vollführt hat, wobei aber die Grösse der Bewegung desselben im Epicykel immer vom instantanen Apogäum L gezählt wird; d. h. ist der Mittelpunkt des Deferenten nach einer gewissen Zeit nach C' gekommen, das Gestirn im Epicykel nach P, so ist die thatsächliche Drehung des Gestirnes in demselben offenbar $lC'P$, wenn $C'l \parallel CL$ ist; allein in der Theorie der Epicykeln zählt man diese Drehung so, als hätte sich der Epicykel unter starrer Verbindung der Punkte LMO um O gedreht, wobei dann die Drehung des Planeten im Epicykel gleich $L'C'P$ ist. Der Grund hievon wird klar, wenn man bedenkt, dass nach einer Periode der Ungleichheit das Gestirn wieder im Apogäum L sein muss, der Epicykel sich aber unterdessen von C wegbewegt hat.

Soll diese Theorie z. B. auf den Jupiter angewendet werden, so wird C den mittleren Ort darstellen, seine Umlaufszeit um die Erde gleich 11 Jahre 315 Tage sein. Die Umlaufszeit des Planeten im Epicykel muss gleich der Zeit sein, innerhalb welcher der Planet seine grösste recht- und rückläufige Geschwindigkeit hat, also gleich der Zwischenzeit zwischen zwei Oppositionen, d. h. 398 Tage.

Für den Mond wird die Geschwindigkeit von C im Deferenten gleich der siderischen Bewegung, also täglich gleich $47434''.97597$; die Geschwindigkeit des Mondes im Epicykel gleich der anomalistischen Bewegung, d. h. täglich gleich $47033''.94157$.

Sei nun für eine gewisse Zeit O (Fig. 17) der Ort des Mittelpunktes des Epicykels in dem um die Erde E beschriebenen Deferenten

*) Dieser Drehungssinn gilt für den Mond; bei den Planeten ist er im Epicykel der entgegengesetzte.

OO'; A der Ort des Mondes im Epicykel, so ist O der mittlere, A der wahre Ort des Mondes, und der Winkel OEA = wahrer Ort — mittlerer Ort; LOA, gezählt in der Richtung des Pfeiles ist gleich

$$47033''.94157\ t_1,$$

wenn t_1 die seit dem Momente des Durchganges durch das Apogäum L verflossene Zeit ist. Für eine andere Zeit t_2 wird O' der mittlere Ort, B' der wahre Ort (in der Figur nicht gezeichnet), $O'EB'$ = wahrer Ort — mittlerer Ort

$$L'O'B' = 47033''.94157\ t_2.$$

Schiebt man den ganzen Epicykel $L'O'B'$ zurück, bis er auf den ersten LOA fällt, so kommt L' nach L, B' nach B, und jetzt ist

$$AOB = 47033''.94157\ (t_2 - t_1)$$

die anomalistische Bewegung in der Zwischenzeit.

Ferner ist $OEB = O'EB'$, folglich BEA = (wahrer — mittlerer Ort)$_2$ — (wahrer — mittlerer Ort)$_1$ = wahre siderische Bewegung in der Zwischenzeit — mittlere siderische Bewegung in der Zwischenzeit.

Um nun die Elemente der Mondbahn (Richtung des Apogäums EO für eine gewisse Epoche und Verhältnis der Radien des Epicykels und Deferenten) aus den drei Finsternissen zu finden, kann man sich mit Rücksicht auf das eben Gesagte die drei Epicykeln auf einen Punkt des Deferenten zusammengeschoben denken. Ohne die Lage von L zu kennen, kann man die relative Lage der drei Mondorte im Epicykel ermitteln, denn es müssen die Bögen AOB, BOC gleich den anomalistischen Bewegungen in den Zwischenzeiten sein, also für dieses Beispiel

$$AOB = 159°\,54' \quad BOC = 153°\,35'$$

Nun ist die Differenz der wahren und mittleren Bewegungen zwischen der ersten und zweiten Finsternis — 6° 7′, zwischen der zweiten und dritten + 2° 19′. Hieraus kann man bereits auf die Lage von E schliessen; da die wahre Bewegung zwischen der ersten und zweiten Finsternis negativ ist, so ist der wahre Ort im zweiten Falle von E aus gesehen, rechts von dem ersten und aus demselben Grunde auch rechts von dem dritten, wenn die directe Bewegung (Bewegung des Mittelpunktes des Epicykels) nach links stattfindet. Aus dem Betrage von AEB und CEB kann man endlich ungefähr die Lage von E verzeichnen*); nun hat man

$$AED = 6°\,7' \qquad CED = 2°\,19'$$

*) Trotz der ziemlich unrichtigen Figur kann die Rechnung doch nach derselben ganz gut durchgeführt werden.

welche Daten für die weitere Rechnung ausreichen. Man hat*)

$$\sphericalangle EAD = BDA - DEA \qquad \sphericalangle ECD = BDC - DEC$$
$$= \tfrac{1}{2} BOA - DEA \qquad = \tfrac{1}{2} BOC - DEC$$

$$DA = a \frac{\sin BEA}{\sin\left(\tfrac{1}{2} BOA - DEA\right)}; \quad DC = a \frac{\sin DEC}{\sin\left(\tfrac{1}{2} BOC - DEC\right)}$$

$$\sphericalangle ADC = \tfrac{1}{2} AOC$$

$$AC^2 = DA^2 + DC^2 - 2\, DA.DC \cos \tfrac{1}{2} AOC$$

$$AO = \frac{1}{2} \frac{AC}{\sin \tfrac{1}{2} AOC} = CO = BO = DO$$

$$\sin \frac{1}{2} COD = \frac{\tfrac{1}{2} DC}{DO}$$

$$DB = 2\, OD \sin \tfrac{1}{2}(BOA + AOC + COD).$$

Nunmehr sagt Ptolemäus**): wenn $DB = 2AO$ gefunden wird, so fällt O in BE hinein und es ist $\frac{AO}{OE} = \frac{AO}{DE + AO}$ wenn aber $BD < 2\,AO$, so muss man aus der Grösse von BD diejenige von OE bestimmen; es ist

$$OE^2 = BE.DE + OD^2$$

$$\sin LEB = \frac{OD \cos \tfrac{1}{2} DOB}{OE}$$

$$LEB + \left(90 - \tfrac{1}{2} BOD\right) = LOB.$$

Hiernach wird die Rechnung für die ersten drei angeführten Finsternisse:

$ADB = 79^\circ\ 57'$	$BDC = 103^\circ\ 12'.5$
$EAD = 73^\circ\ 50'$	$ECD = 100\ 53.5$

*) Indem der von Ptolemäus eingeschlagene Weg festgehalten wird, jedoch mit unseren Bezeichnungen und kürzeren Auflösungen der schiefwinkeligen Dreiecke.

**) IV. Buch, Cap. 5. Εἰ μὲν οὖν ἡ BD εὐθεῖα ἴση ἦν εὑρημένη τῇ διαμέτρῳ τοῦ ἐπικύκλου, ἐπ' αὐτῆς ἂν ἐτύγχανε δηλονότι τὸ κεντρον αὐτοῦ, καὶ αὐτόθεν ἂν ἐφαίνετο τῶν διαμέτρων ὁ λόγος. Ptolemäus führt die Rechnung erst für den Fall durch, dass B nach L fällt; auch sind alle Figuren in dieser Weise angefertigt; nachher wird an einer speciellen Figur die Reduction von BD auf OE durchgeführt. Dies veranlasste mich auch zu der bei dem excentrischen Kreis gemachten Annahme einer indirecten Rechnung, indem auch dort E zuerst auf OC angenommen wird. Allein für den Epicykel ist die Rechnung dieselbe, ob B mit L zusammenfällt oder nicht, während im excentrischen Kreis die Rechnung indirect geführt werden muss, und dies mag auch der Grund gewesen sein, warum Ptolemäus den Epicykel lieber als den excentrischen Kreis wählte.

$ADE = 100\ 3$ | $CDE = 76\ 47.5$

$\sin DEA = 9{\cdot}02757$ | $\sin DEC = 8{\cdot}60662$

$\sin EAD = 9{\cdot}98248$ | $\sin ECD = 9\ 99211$

$DA = 9.04509\ a$ | $DC = 8.61451\ a$

$AOC = 46^\circ\ 31'$

$ADC = 23\ 15{\cdot}5$

$\cos ADC = 9.96319$

$2\ AD.DC = 7.96063\ a^2$

$DC^2 = 7.22902\ a^2$ | $\frac{1}{2}\ AC = 8.57349\ a$

$AD^2 = 8.09018\ a^2$ | $\sin \frac{1}{2} AOC = 9\ 59646$

Add. 0.05602 | $AO = 8.97703\ a$

$\Sigma = 8.14620\ a^2$

$2\ AD.DC \cos ADC = 7.92382\ a^2$

Subtr. 9.82522 | $\frac{1}{2}\ CD = 8.31348\ a$

$AC^2 = 7.74904\ a^2$ | $\sin \frac{1}{2}\ COD = 9.33645$

$AC = 8.87452\ a$ | $\frac{1}{2}\ COD = 12^\circ\ 32{\cdot}0$

$\frac{1}{2} BOD = 64^\circ\ 15{\cdot}5$

$\sin \frac{1}{2} BOD = 9.95461$

$OD = 8.97703\ a$

$BD = 9.23267\ a$

$BE = 0\ 06851\ a$

$BE.DE = 0{\cdot}06851\ a^2$ | $\cos \frac{1}{2} BOD = 9{\cdot}63780$

$OD^2 = 7{\cdot}95406\ a^2$ | $OD = 8{\cdot}97703\ a$

Add. 332 | $OD \cos \frac{1}{2} BOD = 8{\cdot}61483\ a$

$OE^2 = 0{\cdot}07183\ a^2$ | $\sin LEB = 8{\cdot}57892$

$OE = 0{\cdot}03591\ a$ | $LEB = 2^\circ\ 10'\ 4$

$\log \frac{AO}{OE} = 8{\cdot}94112$ | $OBD = 25^\circ 44{\cdot}5$

$\frac{AO}{OE} = 0{\cdot}08732$ | $LOB = 27^\circ 54{\cdot}9$

und da der wahre Ort für die zweite Beobachtung 261° 48′ war, so war der mittlere Ort $263^\circ\ 58{\cdot}4 = M_0$.

Für die zweite Gruppe der Finsternisse gab dieselbe Rechnung $\frac{AO}{OE} = 0{\cdot}08704$ in guter Übereinstimmung mit dem früheren Werte, und wie wir sehen werden auch mit den Ptolemäischen Werten.

Die Bewegung des Mondes bietet jedoch noch eine weitere Complication durch die Breitenbewegung und das Zurückweichen der Knoten,

wodurch der Cyclus der ekliptischen Conjunctionen erklärt wird. Mit Rücksicht auf das früher (pag. 67) Gesagte wird jedoch nunmehr die Vervollständigung nicht schwer sein, umsomehr, als Hipparch (und auch noch Ptolemäus) die Reduction der Längenbewegung auf die Ekliptik ganz vernachlässigt. Die Ebene des Deferenten und Epicykels fällt nicht mit der Ekliptik zusammen; die Neigung der beiden Ebenen wird gleich 5° (s. Almagest, V. Buch, 7. Cap.) angenommen. Die Knoten bewegen sich mit der Differenz der Bewegung in Breite (des Arguments der Breite) und der Bewegung in Länge rückwärts, also in t Tagen um $190''.68522\,t$. Von hier aus (vom neuen Knoten) ist die Bewegung des Epicykelmittelpunktes im Deferenten gleich der Bewegung des Argumentes der Breite, also beträgt sie in t Tagen $47625''.66119\,t$*); im Epicykel ist wie früher die Bewegung, gezählt vom instantanen Apogäum gleich der anomalistischen Bewegung, also $47033''.94157\,t$.

Man hat demnach, wenn die Zeit der obigen zweiten Beobachtung als Epoche angesehen wird, für welche die Länge des Knotens $= \Pi_0$ sei, für eine um t abstehende Zeit:

Die Länge des Knotens $\Pi = \Pi_0 - 190''.68522\,t$

die mittlere Länge des Mondes $M = M_0 + 47434''.97597\,t$**)

das Argument der Breite gleich $M - \Pi$

die Anomalie vom instantanem Apogäum $A = A_0 + 47033''.94157\,t$***)

die Prosthapheräse bestimmt durch $\operatorname{tg} x = \dfrac{r \sin A}{R + r \cos A}$

die wahre Länge des Mondes $W = M - x$.

Dieselben Formeln, deren Berechnung durch Tafeln zum grossen Theile umgangen werden kann, können auch dazu dienen, die Werte M_0, Π_0, A_0 für eine andere Ausgangsepoche zu bestimmen; unbekannt ist aber hierin noch Π_0. Da man eine Mondesfinsternis, in welcher der Mond in seinem mittleren Orte ist (die Prosthapheräse gleich Null) genau in der Ekliptik (Breite gleich Null) nicht leicht finden wird, so wählt Hipparch†) zwei Finsternisse, welche von derselben Grösse sind, in nahe derselben Entfernung vom Knoten, die eine beim aufsteigenden,

*) Daher siderisch (vom alten Knoten) $47625''.66119\,t - 190''.68522\,t = 47434''.97597\,t$, wie früher.

**) Ohne Reduction auf die Ekliptik; $M_0 = 263°\ 58'.4$.

***) $A_0 = 27°\ 54'.9$

†) Hier ist im Almagest, IV. Buch, 9. Cap., nicht deutlich ersichtlich, ob die Methode von Hipparch herrührt; es heisst nur, dass er die beiden Finsternisse verwendete, Δευτέρα δὲ, ἣ καὶ Ιππαρχος συνεχρήσατο; da er aber die Knotenbewegung kannte, so wird er sie wol zur Bestimmung der Epoche der Knoten verwendet haben, wie dies Ptolemäus thut.

die andere beim absteigenden, beide auf derselben Seite der Ekliptik (also auf entgegengesetzten Seiten der beiden Knoten).

Die beiden verwendeten Finsternisse sind (die erste beim aufsteigenden, die zweite beim absteigenden Knoten):

1. 28. Jahr der Ära Nabonassar; 18 Thot $11^h\ 10^m$ M. Z. Alexandrien $= -719$ März 8,
2. 246. Jahr der Ära Nabonassar; 28 Epiphi $10^h 45^m$ M. Z. Alexandrien $= -501$ November 19.

	Tage der jul. Periode	Entfernung vom Apogäum	Mittl. Ort — Wahrer Ort	Zwischenzeit
1.	1458 510·465	12° 24′	+ 59′	79879′983
2.	1538 390·448	2° 44′	+ 13′	

Sei für die erste Beobachtung A (Fig. 18) der Ort des aufsteigenden Knotens, D der wahre Ort des Mondes, $DF = 0° 59'$, also F der mittlere Ort desselben. Zur Zeit der zweiten Beobachtung wird die Bahnebene eine ganz andere Lage haben; dreht man dieselbe jedoch so, dass die Knotenlinie mit AC wieder zusammenfällt, und ist nach dieser Drehung E der wahre Ort des Mondes, $EG = 0° 13'$, demnach G der mittlere Ort des Mondes, so sind für die beiden Beobachtungen AF und AG die Argumente der Breiten, folglich FG die Bewegung des Argumentes der Breite in der Zwischenzeit, welche mit dem früher gegebenen täglichen Werte der Bewegung

$$n.360° + 160° 4'$$

ist, wo n weiter nicht in Betracht kommt.

Es ist daher

$$DE = 160° 4' + 59' - 13' = 160° 50'.$$

Weil aber die Finsternisse in beiden Fällen genau gleich gross waren, so sind die Abstände der wahren Mondorte von den Knoten gleich, also

$$AD = EC = 90 - \tfrac{1}{2} ED = 9° 35'$$

und hiemit

$$AF = 10° 34'; \quad CG = 9° 22'$$

Zur Zeit der ersten dieser beiden Finsternisse war aber die wahre Länge des Mondes $= 13° 45'$ der Jungfrau, seine mittlere Länge $= 14° 44'$ der Jungfrau, also $= 164° 44'$, demnach $\Pi'_0 = 164° 44' - 10° 34' = 154° 10'$, welchen Wert man leicht auf die früher angesetzte, oder irgend eine andere Epoche übertragen kann.

Eine Theorie der Planeten gab Hipparch nicht; die Beobachtungen schienen ihm für eine solche nicht ausreichend, die Zeit hiefür noch nicht gekommen. Nur die Umlaufszeiten, wie sie Ptolemäus im Almagest (IX. Buch, 3. Cap.) mittheilt, rühren von Hipparch her, weshalb wir sie auch an dieser Stelle ansetzen wollen.

Saturn (♄) vollführt in 59 Jahren 1 Tag 18^h0 nach 57 Restitutionen der Anomalie*) 2 Umläufe + 1° 43′

Jupiter (♃) vollführt in 70 Jahren 360 Tagen 2^h4 nach 65 Restitutionen der Anomalie 6 Umläufe — 4° 50′

Mars (♂) vollführt in 79 Jahren 3 Tagen 5^h2 nach 37 Restitutionen der Anomalie 42 Umläufe + 3° 20′

Venus (♀) vollführt in 7 Jahren 362 Tagen 16^h8 nach 5 Restitutionen der Anomalie 8 Umläufe — 2° 15′

Mercur (☿) vollführt in 46 Jahren 1 Tag 0^h8 nach 145 Restitutionen der Anomalie 46 Umläufe + 1° 0′

Es ist jedoch nach einigen Bemerkungen, welche Plinius der jüngere in seiner Naturgeschichte über die Theorie der Planeten macht, ziemlich fraglich, ob dies wirklich alles ist, was Hipparch für die Planetentheorie leistete. Einige Mittheilungen deuten darauf hin, dass Plinius bereits mehr von einer solchen Theorie wusste, als Ptolemäus seinen Vorgängern zuschreibt. Allein der Name Hipparchs wird mit dieser Theorie nicht in Verbindung gebracht, und obgleich aus der ganzen Darstellung kein Zweifel darüber bleiben kann, dass Plinius selbst gewiss nicht als Autor des von ihm gegebenen anzusehen ist, müssen wir doch diese wenigen rudimentären Bemerkungen bei der Besprechung seiner Historia naturalis erwähnen, da der Autor derselben eben nicht bekannt ist.

Aber ehe wir auf diese Besprechung übergehen, müssen wir uns mit anderen Werken desjenigen Volkes befassen, welches die Erbschaft der Griechen in der Astronomie übernahm — und vergeudete. Der schwere Vorwurf, der in diesen wenigen Worten gegen die Römer enthalten ist, ist nicht unbegründet, denn fast alle jene römischen Schriftsteller, welche sich der Astronomie annahmen, verstanden dieselbe nicht oder nur sehr wenig, und glaubten genug gethan zu haben, wenn sie die griechischen Arbeiten oder auch nur einzelne derselben — oft nicht einmal die besten — lasen und commentierten, oder auch den Inhalt in condensierter aber sehr zerbröckelter und häufig unrichtiger Form ihren Landsleuten mittheilten. So scheint es, dass sie zumeist eine einseitige und unvollständige Kenntnis aus mittelmässigen Büchern schöpften, und die guten verstanden sie selten. Man sieht dies aus den zahlreichen Widersprüchen und an der oft unbegreiflichen Begriffsverwirrung, die sich in ihren Berichten finden.

Erst zu den Zeiten des Cicero (106—44 v. Chr.) scheint die Beschäftigung mit den Wissenschaften bei ihnen begonnen zu haben.

*) 57 Retrogradationen oder Oppositionen; die Jahre sind Sonnenjahre zu 365·2467 Tagen.

Cicero selbst sagt in seinen „Academicorum ad M. Varronem libri II“: „Quod si Graeci faciunt, qui in his rebus tot jam saecula versantur, quanto id magis nobis concedendum est, qui haec nunc primum tractare conamur?“ *).

Weiter berichtet Cicero, dass die Wissenschaft lediglich von den Griechen herrührt, und dass er zur Erlernung derselben seine Freunde nach Griechenland sendet, wo sie direct an der Quelle schöpfen sollen **), und beklagt sich, dass die Dichter mehr gelesen werden, als die Gelehrten, was übrigens heutzutage noch ebenso zutrifft: „Quid enim causae est, cur poëtas Latinos Graecis litteris eruditi legant, philosophos non legant? an quia delectat Ennius, Pacuvius, Accius, multi alii, qui non verba, sed vim Graecorum expresserunt poëtarum? quanto magis philosophi delectabunt, si, ut illi Aeschylum, Sophoclem, Euripidem, sic hi Platonem imitentur, Aristotelem, Theophrastum?“ ***). Sinngetreue Übersetzungen scheinen damals noch ganz gefehlt zu haben, und überdies war bei den Römern die Meinung verbreitet, dass die Beschäftigung mit den Wissenschaften denjenigen, welche sie betreiben, nicht zum Ruhme gereichen, denn Cicero fühlt sich bemüssigt †), diese Meinung erst zu widerlegen und die Wissenschaften auf denjenigen Rang zu stellen, der ihnen gebührt.

Wie ärmlich aber ist das, was Cicero von der Astronomie berichtet! Wie ganz anders hat er die philosophischen Lehrmeinungen der Griechen bearbeitet, wenngleich man auch bei diesen über den Ton der Zufriedenheit, welchen er über das erlangte fremde Wissen spricht, erstaunt sein muss: „Enumerasti memoriter et copiose, ut mihi quidem admirari luberet, in homine esse Romano tantam scientiam, usque a Thale Milesio de deorum natura philosophorum sententias“ ††). Aber wie wenig findet man bei ihm von dieser griechischen Gelehrsamkeit in der Astronomie! „Xenocrates in libris de natura deorum deos octo esse dicit, quinque eos, qui in stellis vagis nominantur, unum, qui ex omnibus sideribus, quae infixa caelo sunt, ex dispersis quasi membris simplex sit putandus deus, septimum solem adjungit octavamque lunam“ †††). Dies sind aber nichts anderes als die Sphären; die eine aus allen Fixsternen, wie aus zerstreuten Gliedern bestehende Gottheit ist die Fixsternsphäre.

*) l. c. Lib. I., Cap. 7.
**) Ibid. Lib. I., Cap. 2.
***) Ibid. Lib. I., Cap. 3.
†) Lib. II., Cap. 2.
††) De natura Deorum I., Cap. 33.
†††) Ibid. I., Cap. 13.

Es scheint beinahe, als ob hier eine Wortverwechslung vorliegen würde, und die Gottheit mit dem Göttlichen verwechselt ist. „Atque hac mundi divinitate perspecta tribuenda est sideribus eadem divinitas“ sagt Cicero im zweiten Buche, Cap. 15, und diese Meinung von der Göttlichkeit der Welt ist um so näher liegend, als ja das ewige, unvergängliche als göttlich bezeichnet wurde. Ohne auf diese, wie es scheint, unfruchtbare Discussion näher einzugehen, soll nur mehr in Kürze dasjenige angeführt werden, was Cicero an positiven astronomischen Kenntnissen mittheilt:

Das Jahr wird zu $365\frac{1}{4}$ Tagen angenommen *), auf welche Annahme auch Sosigenes (um 50 v. Chr.) die von Julius Cäsar eingeführte Kalenderreform gründete; die Sonne ist viel grösser als die Erde **); der Mond, der grösser ist, als die halbe Erde, braucht zu Vollendung seines Umlaufs einen Monat, dessen Länge aber nicht näher angeführt ist. Als Umlaufszeiten der Planeten werden angegeben:

Für Saturn 30 Jahre
„ Jupiter 12 Jahre
„ Mars 24 Monate weniger 6 Tage, „ut opinor“ ***).
„ Mercur und Venus etwa 1 Jahr (anno fere vertente †).

Die grössten Elongationen betragen für Mercur ein Sternbild, für Venus zwei Sternbilder.

Andere ganz nebensächliche Bemerkungen finden sich wol noch hin und wieder in dem Werke „De natura Deorum“, doch scheint es unnötig, dieselben hier aufzuzählen, wo wir es nur mit der Aufzählung der positiven astronomischen Kenntnisse zu thun haben; oder sollen wir auch das „Astronomicon“ des Manilius (um 30 v. Chr.), welches „würdig sein wird, im Himmel genannt zu sein“ ††), zu den astronomischen Werken der Römer zählen, wie dies wol manchmal geschah?

Mehr Verständnis für die Astronomie finden wir bei L. A. Seneca (geb. um Chr. Geb., gest. 65 n. Chr. Geb.) Über die Planeten erfahren wir von ihm allerdings auch nicht mehr als bei Cicero, aber von be-

*) Ibid. II. 19.
**) Ibid. II., Cap. 36 und 40.
***) Ibid. II., Cap. 20.
†) Ibid. II., Cap. 20.
††) Sed solus vacuo veluti vectatus in orbe
Liber agam currus, non occursantibus ullis
Nec per iter socios commune regentibus actus.
Sed coelo noscenda canam, mirantibus astris,
Et gaudente sui mundo per carmina vatis: (Manilius Astronomicon II. Buch, Vers 135—139).

sonderer Wichtigkeit ist er für uns, weil wir von ihm sehr umfassende Mittheilungen von den Meinungen der Alten über die Kometen haben. Von den fabelhaften Berichten, welche sich allerdings hier vorfinden, z. B. im 15. Capitel des 7. Buches, dass zu Zeiten des Syrerkönigs Demetrius ein Komet erschienen ist, der nicht kleiner war als die Sonne, oder dass unter dem König Attalus ein Komet erschien, der nach und nach so gross wurde, dass er gleich der Milchstrasse erschien, müssen wir natürlich absehen, wennglich für eine Kometographie solche Berichte, wenn auch auf eine übertriebene Darstellung hinweisend, insoferne nicht zu verwerfen sind, weil sie über das Erscheinen eines neuen Kometen berichten.

Nach einigen soll der Komet aus einer Zusammenballung von Luft, Wirbelwind genannt, entstanden sein *). Gegen diese Meinung haben bereits andere Griechen eingewendet, dass dann niemals ein Komet ohne Wind erscheinen könnte, dass übrigens der Wind nicht hoch hinauf kommt **), dass die Bewegung der Winde unregelmässig ist, die Kometen aber regelmässig auf einer bestimmten Bahn fortschreiten. (Turbinum motus vagus est et disjectus et, ut Sallustii utar verbis, verticosus, cometarum autem compositus et destinatum iter carpens ***).

Andere nehmen an, dass ein Komet entsteht, wenn sich zwei Wandelsterne aneinander hängen, so dass sie die Gestalt eines verlängerten Sternes bilden †), während Apollonius behauptet, dass der Komet selbst ein Wandelstern ist, nicht ein trügender Schein, der von dem Zusammentreffen zweier Sterne herrührt, sondern selbst ein eigentliches Gestirn, wie Sonne und Mond, das sich aber von den anderen Gestirnen dadurch unterscheidet, dass seine Bahn nicht zu sehen ist, weil er die höheren Regionen des Himmels durchwandert, und nur sichtbar wird, wenn er in die untersten Gegenden seines Laufes kommt ††). Gegen beide Meinungen haben andere von den griechischen Philosophen eingewendet, dass die Wandelsterne sich innerhalb der Grenzen des Thierkreises bewegen, und dass ein Komet sich schon in der äusseren Gestalt von den Planeten unterscheidet, namentlich aber dadurch, dass er völlig durchscheinend, demnach ein blosser Feuerschein ist †††).

Seneca selbst widerlegt die erste Meinung, nach welcher ein Komet

*) Quaestiones naturales VII. Buch, Cap. 4.
**) Ibid. VII. Buch, Cap. 7.
***) Lib. VII., Cap. 8.
†) Cap. 12.
††) Cap. 17.
†††) Cap. 12 und 18.

durch das Aneinanderreihen zweier Planeten entsteht, nicht dadurch, dass die Wandelsterne sich nur im Thierkreise bewegen, die Kometen nicht; — dieses ist für ihn durchaus nicht massgebend; die Planeten könnten ganz wol auch ausserhalb desselben auftreten. Aber Seneca sagt viel richtiger, dass man von den uns bekannten Wandelsternen zu gewissen Zeiten alle zugleich am Himmel, u. z. von einander getrennt sieht und doch einen Kometen dazu; dass übrigens ein wirkliches Zusammenfallen zweier Gestirne eine optische Täuschung sein kann, während thatsächlich die hintereinander sehr nahe beisammen gesehenen Planeten durch grosse Zwischenräume getrennt sind*). Seneca selbst ist der Meinung des Apollonius. Schon Artemidorus (in der Mitte des II. Jahrhunderts v. Chr.) hatte den Einwurf, dass die Kometen ausserhalb des Thierkreises sind, als unbegründet angesehen. Nach Seneca**) sagt er, dass die 5 Planeten nicht die einzigen seien, welche wandeln, sondern die einzigen, die man beobachtet hat. Andere gehen auf verborgenen Bahnen, die uns entweder wegen ihres nicht hellen Lichtes unbekannt sind, oder weil ihre Kreise eine solche Stellung haben, dass sie erst dann sichtbar werden, wenn sie an die äussersten Punkte dieser Kreise gekommen sind. Nun findet sich gleich darauf***) die Frage, wie denn Artemidorus beweisen wollte, dass nicht nur die fünf Sterne sich bewegen, sondern dass es auch viele andere gibt, u. z. in vielen Regionen des Himmels, und dass man ebensogut auch behaupten könne, dass sich entweder alle Sterne bewegen, oder dass sich kein Stern bewegt. Allein diese Meinung ist, obzwar Seneca nicht direct sagt, dass es diejenige anderer ist, gewiss nicht die seinige. Denn vom 20. Capitel des 7. Buches bis zum Schlusse desselben verficht er dieselbe Meinung wie Apollonius. Ganz unzweideutig spricht er dies am Beginne des 22. Capitels aus: „Ego nostris non adsentior: non enim existimo cometen subitaneum ignem, sed inter aeterna opera naturae“. Mit ausserordentlicher Klarheit und Bestimmtheit trägt er nunmehr die Beweise hiefür vor: Die Kometen haben einen bestimmten Lauf, und bleiben sich während desselben gleich, nicht wie die irdischen Feuer, die schnell entstehen und vergehen. Sie haben eine ihnen eigenthümliche Stellung am Himmel und werden nicht von den wechselnden Winden herumgetrieben†). Der Einwand, dass sie als Wandelsterne im Thierkreis stehen müssten, ist nichtig, denn wer hat die wandelnden Gestirne in enge Grenzen einge-

*) Cap. 12.
**) Cap. 13.
***) Cap. 14.
†) Cap. 23.

schlossen? Dass man ihre Bahnen noch nicht berechnet, dass man ihre Wiederkehr noch nicht beobachtet hat, ist kein Grund, ihnen die Beständigkeit abzusprechen. Man sieht sie eben aus den von Apollonius angeführten Gründen nur selten und nur im kleinsten Theile ihres Laufes, wenn sie der Erde nahe sind und von den Sonnenstrahlen nicht verdunkelt werden*) und Posidonius erzählt, es habe sich bei einer Sonnenfinsternis ein Komet gezeigt, der zur Tageszeit wegen seiner Nähe zur Sonne nicht sichtbar war. Auch den Einwurf, dass die Kometen von anderer Form sind, wie die übrigen Gestirne, widerlegt Seneca im 27. Capitel: „Nicht alles macht die Natur nach derselben Regel, die ganze Harmonie der Welt besteht aus ungleichartigen Dingen und durch die Abwechslung derselben wird die Einförmigkeit der Natur aufgehoben.“ Die sowol poëtisch schönen als auch geistig hervorragenden und hochbedeutenden Worte Senecas, in welchen er seiner Zeit um Jahrhunderte voraneilt, und in denen sich ein gewaltiger Fortschritt, wenn auch nicht in der mathematischen Astronomie, so doch in der astronomischen Weltanschauung documentiert, mögen deshalb hier vollständig angeführt werden**):

„Si erratica, inquit, stella esset, in signifero esset“. Quis unum stellis limitem ponit? quis in angustum divina compellit? nempe haec ipsa sidera, quae sola moveri creditis, alios et alios circulos habent: quare ergo non aliqua sint, quae in proprium iter et ab istis remotum secesserint? quid est, quare in aliqua parte coeli pervium non sit? Quod si judicas non posse ullam stellam, nisi signiferum adtingit, vadere: cometes potest sic latum habere circulum, ut in hunc tamen parte aliqua sui incidat; quod fieri non est necessarium, sed potest; vide ne hoc magis deceat magnitudinem mundi, ut in multa itinera divisus sit nec hanc unam deterat semitam, ceteris partibus torpeat. Credis autem in hoc maximo et pulcherrimo corpore inter innumerabiles stellas, quae noctem decore varie distinguunt, quae aëra minime vacuum et inertem esse patiuntur, quinque solas esse, quibus exercere se liceat, ceteras stare, fixum et immobilem populum?

Si quis hoc loco me interrogaverit: „quare ergo non, quemadmodum quinque stellarum, ita harum observatus est cursus?“ huic ego respondebo: multa sunt, quae esse concedimus: qualia sunt, ignoramus. Habere nos animum, cujus imperio impellimur et revocamur, omnes fatebuntur: quid tamen sit animus ille rector, dominusque nostri, non magis tibi quisquam expediet, quam ubi sit: alius illum dicet spiritum esse, alius con-

*) Cap. 24.

**) Cap. 24—27.

centum quemdam, alius vim divinam et dei partem, alius tenuissimum aerem, alius incorporalem potentiam; non deerit, qui sanguineum dicat, qui calorem: adeo animo non potest liquere de ceteris rebus, ut adhuc ipse se quaerat. Quid ergo miramur cometas, tam rarum mundi spectaculum, nondum teneri legibus certis nec initia illorum finesque notescere, quorum ex ingentibus intervallis recursus est? Nondum sunt anni mille quingenti, ex quo Graecia „stellis numeros et nomina fecit“; multae hodieque sunt gentes, quae tantum facie noverunt coelum, quae nondum sciunt, cur luna deficiat, quare obumbretur; haec apud nos quoque nuper ratio ad certum perduxit. Veniet tempus, quo ista, quae nunc latent, in lucem dies extrahat et longioris aevi diligentia; ad inquisitionem tantorum aetas una non sufficit, ut tota coelo vacet; quid, quod tam paucos annos inter studia ac vitia non aequa portione dividimus: itaque per successiones ista longas explicabuntur. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta nos nescisse mirentur! Harum quinque stellarum, quae se ingerunt nobis, quae alio atque alio occurrentes loco curiosos nos esse cogunt, qui matutini vespertinique ortus sint, quae stationes, quando in rectum ferantur, quare agantur retro, modo coepimus scire. Utrum mergeretur Jupiter, an occideret, an retrogradus esset — nam hoc illi nomen imposuere cedenti — ante paucos annos didicimus. Inventi sunt, qui nobis dicerent: „erratis quod ullam stellam aut supprimere cursum judicatis aut vertere; non licet stare coelestibus nec averti: prodeunt omnia, ut semel missa sunt, vadunt; idem erit illis cursus, qui sui finis; opus hoc aeternum inrevocabiles habet motus qui si quando constiterint, alia ex aliis incident, quae nunc tenor et aequalitas servat“. Quid est ergo, cur aliqua resistere videantur? solis occursus speciem illis tarditatis imponit*) et natura viarum circulorumque sic positorum, ut certo tempore intuentes fallant: sic naves, quamvis plenis velis eant, videntur tamen stare. Erit, qui demonstret aliquando, in quibus cometae partibus currant, cum tam seducti a ceteris errent, et quanti qualesque sint. Contenti simus inventis: aliquid veritati et posteri conferant.

„Per stellas inquit, ulteriora non cernimus, per cometas aciem transmittimus.“ Primum si fit illud, non in ea parte fit, qua sidus ipsum est spissi ignis ac solidi, sed qua rarus splendor excurrit et in crines dispergitur, per intervalla ignium, non per ipsos vides. „Stellae,

*) Plinius sagt dies etwas anders in seiner Historia naturalis, II. Buch, Cap. 16; bei Seneca ist wol nur die daraus entspringende optische Täuschung, nicht aber wie bei Plinius eine physikalische Erklärung gemeint.

inquit, omnes rotundae sunt, cometae porrecti: ex quo adparet stellas non esse.“ Quis enim concedit tibi cometas longos esse? quorum natura quidem ut ceterorum siderum, globus est, ceterum fulgor extenditur. Quemadmodum sol radios suos longe lateque dimittit, ceterum ipsi alia est forma, alia ei, quod ex ipso fluit, lumini: sic cometarum corpus ipsum conrotundatur, splendor autem longior quam ceterorum siderum adparet.

„Quare?“ inquis. Dic tu mihi prius, quare luna dissimillimum soli lumen accipiat, cum accipiat a sole; quare modo rubeat, modo palleat; quare lividus illi et ater color sit, cum conspectu solis excluditur. Dic mihi, quare omnes stellae inter se dissimilem habeant aliquatenus faciem, diversissimam soli; quomodo nihil prohibet ista sidera esse, quamvis similia non sint, sic nihil prohibet cometas aeternos esse et sortis ejusdem, cujus cetera, etiamsi faciem illis non habent similem. Quid porro? mundus ipse, si consideres illum, nonne ex diversis compositus est? quid est, quare in leone sol semper ardeat, et terras aestibus torreat, in aquario adstringat hiemem, flumina gelu claudat? et hoc tamen et illud sidus ejusdem condicionis est, cum effectu et natura dissimile sit. Intra brevissimum tempus aries extollitur, libra tardissime emergit: et hoc tamen sidus et illud ejusdem naturae sunt, cum illud exiguo tempore adscendat, illud diu proferatur. Non vides, quam contraria inter se elementa sint? gravia et levia sunt, frigida et calida, humida et sicca; tota haec mundi concordia ex discordibus constat: negas cometen stellam esse, quia forma ejus non respondeat ad exemplar nec sit ceteris similis? quid enim? simillima est illa, quae tricesimo anno revertitur ad locum suum, huic, quae intra annum revisit sedem suam? Non ad unam natura formam opus suum praestat, sed ipsa varietate se jactat: alia majora, alia velociora aliis fecit, alia validiora, alia temperatiora; quaedam eduxit a turba, ut singula et conspicua procederent, quaedam in gregem misit. Ignorat naturae potentiam, qui illi non putat aliquando licere, nisi quod saepius fecit.

Wie zeigt sich hier Seneca als der wahre Gelehrte, der wol voraussieht, dass es den kommenden Jahrhunderten vorbehalten ist, das zu erfassen, was ihm noch unbekannt ist; lange Zeiträume der Beobachtung, der fortgesetzten Forschung vieler fleissiger Menschen scheint ihm nothwendig, um auf der Bahn des Fortschrittes vorwärts zu kommen und mit Bedauern nimmt er wahr, dass die Menschen der grossen Mehrzahl nach ihr Leben den Thorheiten widmen! Man lässt es sich sehr wol angelegen sein, dass die Namen der Schauspieler nicht in Vergessenheit gerathen; um die Philosophie kümmert sich keine Seele, und

selbst von denjenigen, welche sie suchen, betrachten sie viele nur als Spiel*). „Miraris, si nondum sapientia omne opus suum inplevit? nondum tota se nequitia protulit; adhuc nascitur et huic omnes operam damus: huic oculi nostri, huic manus serviunt: ad sapientiam quis accedit? quis dignam judicat, nisi quam in transitu noverit? quis philosophiam aut ullum liberale respicit studium, nisi cum ludi intercalantur, cum aliquis pluvius intervenit dies, quem perdere libet: Itaque tot familiae philosophorum sine successore deficiunt: Academici et veteres et minores nullum antistitem reliquerunt; quis est, qui tradat praecepta Pyrrhonis? Pythagorica illa invidiosa turbae schola praeceptorem non invenit. Sextiorum nova et Romani roboris secta inter initia sunt, cum magno impetu coepisset, exstincta est. At quanta cura laboratur, ne cujus pantomimi nomen intercidat? Stat per successores Pyladis et Bathylli domus; harum artium multi discipuli sunt multique doctores: privatum urbe tota sonat pulpitum; in hoc viri, in hoc feminae tripudiant; mares inter se uxoresque contendunt, uter det latus illis; deinde sub persona cum diu trita frons est, transitur ad galeam: philosophiae nulla cura est. Itaque adeo nihil ex his invenitur, quae parum investigata antiqui reliquerunt, ut multa, quae inventa erant, obliterentur: at mehercules, si hoc totis membris premeremus, si in hoc juventus sobria incumberet, hoc majores docerent, hoc minores addiscerent: vix ad fundum veniretur, in quo veritas posita est, quam nunc in summa terra et levi manu quaerimus.

Während aber Seneca mehr den philosophischen Theil der naturwissenschaftlichen Lehrmeinungen auffasst und zum Vortrage bringt, befasst sich Plinius (23—79 n. Chr.) mehr mit dem empirischen Theil und den daraus gefolgerten Schlüssen, wobei er allerdings nicht immer das richtige mittheilt. Der Umlauf der Venus wird von ihm zu 348 Tagen, derjenige des Mercur um 9 Tage schneller angegeben**); die grössten Abstände gibt er zu 46° und 23°. Im 15. Capitel trägt er die Lehre von den Stationen und Retrogradationen vor; allein die geometrische Erklärung dieser Ursache gibt Plinius sehr falsch. „Pluribus de causis haec omnia accidunt; prima circulorum quos Graeci ἀψῖδας in stellis vocant“. Liegt hier ein Missverständnis des Plinius vor? Meint er, dass der erste Grund die Excentricität des Deferenten ist?

*) 7. Buch, Cap. 32.

**) Historia naturalis, Buch II, Cap. 8. Die siderischen Umlaufszeiten sind aber beziehungsweise 225 und 88 Tage, die synodischen 584 und 116 Tage, die zodiacale Umlaufszeit beträgt für beide 1 Jahr.

Diese würde die Retrogradation und Station nie erklären; meint er mit diesen Apsiden die Epicykeln, die er nie unter diesem Namen anführt, oder ist hier der Text verdorben? Nach dem Ausspruche des Ptolemäus hatte allerdings Hipparch noch keine Planetentheorien aufgestellt, aber Apollonius hatte, wie wir sahen, schon die Anwendung der Epicykeltheorie wenigstens theoretisch auf die Planeten versucht. Merkwürdig ist dabei, dass Plinius die Orte seiner Apsiden anführt, und wie er sie anführt. Merkwürdig deshalb, weil dadurch die Muthmassung an Boden gewinnt, dass Plinius sehr wol die Bedeutung der Apsiden kannte, aber der angeführte Text verdorben sei; merkwürdig aber auch deshalb, weil die angeführten Apsidenorte für die oberen Planeten und für die Sonne mit den von Ptolemäus berechneten eigenthümlich übereinstimmen. Die Orte der oberen Apsiden sind:

	nach Plinius		nach Ptolemäus*)
Für den Saturn	im Scorpion		23° Scorpion
„ „ Jupiter	in der Jungfrau	in der	11° Jungfrau
„ „ Mars	im Löwen	Mitte	25° 30′ Krebs
„ die Sonne	in den Zwillingen	des	5½° Zwillinge
„ „ Venus	im Schützen	Zeichens	25° Stier
„ den Mercur	im Steinbock		10° Wage

Für die Sonne hat dies nichts auffallendes, da schon Hipparch den Ort bestimmt hatte.

Aber wie konnte Plinius bei einer unklaren Anschauung von den Apsiden ihren Ort wissen oder gar finden, und dabei ganz richtig auf eine optische Ungleichheit der Bewegung schliessen: „Sic fit, ut tardius moveri videantur, cum altissimo ambitu ferunter, non quia accelerent tardentve naturales motuus, qui certi ac singuli sunt illis, sed quia deductas ab summa apside lineas coartari ad centrum necesse est sicut in rotis radios, idemque motus alias major alias minor centri propinquitate sentitur“**). Wäre auch für die beiden unteren Planeten eine solche Übereinstimmung zu verzeichnen, so wäre man versucht, an eine Einschaltung späterer Commentatoren nach Ptolemäus zu schliessen; dass diese Übereinstimmung gerade hier nicht vorhanden ist, könnte jedoch die Meinung begründen, dass schon Hipparch die Apogäen der Planeten bestimmt, und wahrscheinlich die von Plinius mitgetheilten Werte gefunden hatte. Plinius aber sagt noch mehr: „Altera sublimitatium causa, quoniam a suo centro apsidas altissimas habent in aliis signis . . .“ Diese von ihren Orten aus gesehenen höchsten Apsiden fallen

*) S. das folgende Capitel.

**) Historia naturalis, II. Buch, Cap. 16.

nach Plinius für den Saturn in 20° Waage, für den Jupiter in 15° Krebs, für den Mars in 28° Steinbock, für die Sonne in 29° Widder, für die Venus in 17° Fische, für Mercur in 15° Jungfrau, für Mond in 4° Stier. Das ist eigentlich ganz unverständlich, und lässt nur Muthmassungen zu. Hatte vielleicht Hipparch wahre Orte für gewisse Epochen angegeben, in welchen die oberen Planeten z. B. in Opposition waren, so dass der Ort des Gestirnes gleichzeitig der Ort der Apside des Epicykels war? Geben diese Zahlen die Anomalien, also die Entfernungen von den Apsiden der Epicykeln für gewisse Epochen? Nur eines lässt sich mit ziemlicher Gewissheit hieraus schliessen, dass Hipparch in der Planetentheorie mehr geleistet hat, als Ptolemäus mittheilt; denn auch über die Breiten erhalten wir von Plinius Mittheilungen. Venus überschreitet den Thierkreis um 2°, und da der Thierkreis zu 12° (6° nördlich, 6° südlich) angenommen wurde, so beträgt die grösste nördliche oder südliche Breite 8°; ebenso nach Plinius für den Mond 6°, für den Mercur nördlich 5°, südlich 3°, Mars 2°, Jupiter 3°, Saturn 1°. Plinius sagt zwar, dass diese Planetentheorie neu, und noch von keinem Anderen vorher dargestellt worden ist „a nullo ante nos reddita“*); allein die Unklarheit der Darstellung lässt darauf schliessen, dass sich diese Worte nur auf die gleich zu erwähnende physikalische Erklärung bezieht, nicht aber auf die eben dargestellten Resultate einer mathematischen Theorie.

Gestützt auf die Erfahrungsthatsache, dass die unteren Planeten nach dem Morgenaufgange ihre Geschwindigkeit steigern, und dass bei den drei oberen die Geschwindigkeit zwischen den beiden Stationen entgegengesetzt ist (retrograde Bewegung), schliesst Plinius, dass nach dem Morgenaufgange der unteren Planeten und nach der zweiten Station der oberen die Entfernung der Planeten wächst**), weil sich besonders aus den Mondbeobachtungen ergab, dass die Geschwindigkeit eines Himmelskörpers immer dann grösser sei, wenn er sich in der Nähe der Erde befindet. Hieraus würde demnach folgen, dass zur Zeit der Oppositionen der Planet von der Erde am weitesten sei, was allerdings den Thatsachen nicht entspricht, und auch gegen die Epicykeltheorie verstösst. Mit Hintansetzung der letzteren oder aus Unkenntnis derselben wird nun aus der Hypothese der grössten Entfernung zur Zeit der Opposition die folgende physikalische Erklärung hiefür gegeben: Wenn

*) Ibid, II. Buch, Cap. 16.

**) Plinius (Historia naturalis, II. Buch, 16 Cap.) gebraucht hier für Entfernung bald das Wort altitudo, bald latitudo, so dass eigentlich die ganze Stelle ziemlich unklar bleibt.

die Sonne, während sie sich von den oberen Planeten entfernt, in eine Entfernung von 120° gekommen ist, so werden die Planeten durch den Gedrittschein gehindert, ihren geraden Lauf fortzusetzen, und werden durch die Feuerkraft gehoben, d. h. sie bewegen sich von der Erde in gerader Richtung weg, wodurch der Anblick der Stillstände entsteht. Die wachsende Gewalt der Strahlen und die zurückstossende Hitze zwingt die Planeten weiter zurückzugehen, und zwar immer rascher, je näher die Sonne zur Opposition rückt. Nach der Opposition wirken die Sonnenstrahlen in der entgegengesetzten Richtung, und bringen nunmehr bis zum zweiten Gedrittschein die entgegengesetzten Wirkungen hervor, also: Verlangsamung der retrograden Bewegung, Station und nach dem zweiten Gedrittscheine, bei weiterer Annäherung der Sonne an das Gestirn directe Bewegung. Das über die unteren Planeten Gesagte ist noch unverständlicher*), und da dieser Versuch einer physikalischen Erklärung, wie schon erwähnt, auch nicht mit der epicyklischen Theorie im Einklange steht, so wollen wir sie nicht weiter verfolgen; auch wurde sie nur der historischen Vollständigkeit wegen angeführt.

Viel richtigere Ansichten hat Plutarch (50—125 n. Chr.) von den Ursachen der Bewegungen; wenn er auch die Theorie der Anziehung nicht mit aller Bestimmtheit erfasst hat, so hat er sie gewiss geahnt, worauf viele Stellen in seinen Schriften**) deuten. „Den Mond sichert vor dem Falle schon seine eigene Bewegung und die reissende Geschwindigkeit seines Laufes, wie das was auf eine Schleuder gelegt wird, durch den raschen Umschwung gehindert wird, herabzufallen***); denn jeder Körper trägt seine natürliche Bewegung, so lange er nicht durch eine andere Kraft aus seiner Richtung gebracht wird... Man hätte eher Grund zur Verwunderung, wenn er unverrückt auf derselben Stelle bliebe, wie die Erde". Man darf allerdings nicht schliessen, dass diese „Kraft" eine allgemeine Gravitation ist, aber wenn auch der Name nicht derselbe ist, der Sache nach ist der Unterschied nicht so gar gross, es ist dieselbe „Gemeinschaft und natürliche Verwandtschaft", welche sich zwischen der Erde und ihren Theilen zeigt: „Übrigens muss die Erde, wenn jeder schwere Körper dieselbe Neigung hat, und mit allen Theilen nach seinem eigenen Mittelpunkte strebt, nicht nothwendig die Mitte des Weltalls einnehmen; die Erde wird auch als selbständiges Ganze alle schweren Körper als ihre Theile anziehen. Wenn in die Höhe geworfene Körper wieder zu ihr zurücksinken, so ist das nicht ein Beweis dafür, dass sie die

*) l. c., 17. Cap.

**) Besonders „De facie in orbe Lunae".

***) De facie in orbe Lunae. § 7.

Mitte der Welt einnimmt, sondern bloss dafür, dass die von ihr abgestossenen und wieder zu ihr zurückkehrenden Theile eine Gemeinschaft und natürliche Verwandtschaft mit der Erde haben. Wie die Sonne ihre Bestandtheile an sich zieht, so nimmt auch die Erde den Stein als einen ihr zugehörigen Theil auf und trägt ihn mit sich“ *). „Überhaupt aber kann man nicht sagen, dass die Erde in der Mitte der Welt sei; denn das Weltall ist unendlich, das Unendliche aber hat weder Anfang noch Ende, folglich auch keine Mitte,.... daher treibt sich die Erde im Unendlichen ohne Ziel herum**)“.

Ausser dieser physikalischen Theorie, die uns wegen der Klarheit der Anschauungen besonders in Erstaunen setzen muss***), haben wir aus Plutarchs Schriften nur wenig astronomisches zu berichten, da wir ja schon gelegentlich seine Berichte über die Lehrmeinungen anderer angeführt haben. Zu erwähnen wäre nur noch, dass er das Verhältnis der Entfernungen von Sonne und Mond nach Aristarch zu 18 bis 20 und die Entfernung des Mondes gleich 56 Erdhalbmessern angiebt. Man kann daraus mit einiger Wahrscheinlichkeit schliessen, dass die letztere Entfernung, welche mit der von Ptolemäus gegebenen übereinstimmt, schon von Hipparch aus den Parallaxen des Mondes ermittelt wurde, und dass Hipparch die Ptolemäische Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der Entfernungen noch nicht kannte.

*) Ibid, § 8.

**) Ibid, § 11.

***) Whewell (Geschichte der inductiven Wissenschaften, Deutsch von J. J. Littrow, I., pag. 75) sagt: „Der Fehler der philosophischen Schulen Griechenlands bestand darin, dass, obschon sie beides, Thatsachen und Ideen, im Überflusse besassen, doch diese Ideen weder bestimmt, noch jenen Thatsachen angemessen waren.“ Diese immer wiederkehrende Meinung Whewells scheint jedoch unrichtig zu sein. Es scheint vielmehr, dass die Ursache in dem unentwickelten Causalbedürfnisse zu suchen ist; für die Griechen war das bereits prima causa, mit der sie sich zufrieden gaben, was später nicht als solche erkannt wurde, oder wo man gar keinen Causalnexus fand. In dieser Beziehung findet man schon bei Plinius und Plutarch bedeutende Fortschritte; des letzteren physikalische Erklärung ist geradezu merkwürdig klar.

III.

PTOLEMÄUS.

Das Verdienst, uns die Leistungen der Griechen in der Theorie der Epicykeln voll und ganz überliefert zu haben, gebührt Ptolemäus (bis 140 n. Chr.). Seine Verdienste haben allerdings eine ziemlich verschiedene, nicht immer consequente Beurtheilung gefunden; Delambre (Histoire de l'Astronomie ancienne) behauptet*), dass die ganze Astronomie der Griechen in dem Almagest des Ptolemäus gelegen wäre; andererseits aber setzt er in dessen Beobachtungen das grösste Mistrauen**) und sagt geradezu, dass Ptolemäus gar kein Beobachter war (welche Meinung später auch in anderen Büchern ohne Kritik aufgenommen wurde), was ihn jedoch nicht hindert, dem Almagest den ganzen zweiten Band seiner Geschichte der alten Astronomie zu widmen. Beide Behauptungen sind falsch; denn erstens findet sich im Almagest keine Spur von der Eudoxischen Theorie, und zweitens lässt sich mit grosser Wahrscheinlichkeit nachweisen, dass die Ptolemäischen Beobachtungen wirklich reelle sind. Es ist wol möglich, dass Ptolemäus aus einer grösseren Zahl von Beobachtungen jene verwarf, welche mit der Epicykelntheorie in directem Widerspruche standen; aber es steht fest, dass er zahlreiche Abweichungen der Beobachtungen durch Erweiterung der Theorie zu heben bestrebt war. Wir werden in der Folge Gelegenheit haben, den gegen Ptolemäus erhobenen Vorwurf zu entkräften, es ist nicht zu läugnen, dass einzelne Stellen, übereinstimmende Resultate mit Hipparch, einen Verdacht entstehen lassen können, aber eine genaue Revision der Rechnungen zeigt zur Evidenz die Grundlosigkeit

*) II. Band, pag. 67.

**) Einleitung, pag. XXV, sagt er, dass dieselben wahrscheinlich nach den Tafeln des Hipparch gerechnet wurden.

der Delambre'schen Behauptung; indem wir hierauf an entsprechender Stelle ausführlich zu sprechen kommen, sei hier nur als charakteristisch erwähnt ein bei der Berechnung der Grösse des Marsepicykels auftretender Rechenfehler und nebst einer Reihe von geringfügigen Umständen die von Delambre völlig unverstandene Theorie der Breitenbewegung des Almagest: die Verschiedenheit der beiden Neigungen des Deferenten und des Epicykels bei den oberen Planeten, die Verschiedenheit der ἔγκλισις und λοξώσεις bei den unteren, deren Erklärung in den beiden ersten Capiteln des XIII. Buches des Almagest Delambre für einen „Galimathias" erklärt*), während sie in einer natürlichen und zwanglosen Weise sich als völlig richtig herausstellt, wenn man auf gewisse Beobachtungsfehler Rücksicht nimmt und nicht cum praejudicio an die Interpretation geht.

Für die Sonnentheorie hatte Ptolemäus nichts wesentlich Neues hinzuzufügen; er benützte nur die neueren Beobachtungen, um die Elemente der Sonnenbahn nach der Hipparch'schen Theorie zu verbessern. Für die Bestimmung der Umlaufszeit führt er die Beobachtungen an (Almagest, III. Buch, 2. Cap.):

178. Jahr nach dem Tode Alexanders**), am 3. Epomenentage 12^h = = — 145 Sept. 26·5 = 1668 365·5 jul. Per. ein von Hipparch beobachtetes Herbstäquinoctium.

463. Jahr nach dem Tode Alexanders, 8. Athyr 19^h***) = + 139 Sept. 25·792 = 1772 095·792 jul. Per. ein von Ptolemäus beobachtetes Herbstäquinoctium.

Nun ist die Zwischenzeit

103730·292 Tage = 284 × 365 + 70·292 Tage†)

statt 71 Tage, wie es sein sollte, wenn die Umlaufszeit gleich $365^1/_4$ Tage wäre, oder

= 284 × 365·2475 Tage.

Aus zwei in denselben Jahren beobachteten Frühlingsäquinoctien folgt aber

178. Jahr nach Alexanders Tode, 27 Mechir morgens = — 145 März 23·75 = 1668 178·75 jul. Per.

---

*) Die von Delambre gegebene Darlegung der Breitenbewegung des Almagest ist völlig mislungen und stimmt mit diesen beiden Capiteln nicht überein. Im folgenden ist eine andere Darstellung dieses Theiles gegeben, welche sich den Worten des Almagest völlig anschliesst.

**) Ära Philippi.

***) 9. Athyr eine Stunde nach Sonnenaufgang; die Temporalstunde gleich der Äquinoctialstunde, weil es eine Beobachtung zur Zeit des Äquinoctiums ist.

†) Nach Ptolemäus = 70 + $^1/_4$ + $^1/_{20}$ = 70·30.

463. Jahr nach Alexanders Tode, 7 Pachon 1^h Nachmittag $= +140$ März 22·042 $= 1772$ 274·042 jul. Per.

Hier ist die Zwischenzeit

$$104095{\cdot}292 = 285 \times 365 + 70{\cdot}292 \text{ Tage}$$

statt $71\frac{1}{4}$ Tage, oder

$$= 285 \times 362{\cdot}2466 \text{ Tage.}$$

Der mir vorliegende griechische Text*) hat aber die Zwischenzeit in beiden Fällen gleich, nämlich 285 ägyptische Jahre und 70·30 Tage, was der Fall wäre, wenn die erste angeführte Beobachtung auf den 3. Epogomenentag des 177. Jahres nach Alexanders Tode fallen würde; denn von den Hipparch'schen Beobachtungen fällt das Frühlingsäquinoctium vor das Herbstäquinoctium, bei den Ptolemäischen jedoch nachher. Wollte man auch einen Fehler im Texte annehmen, so wäre doch die gefundene Jahreslänge noch zu gross. Mit der wahren, tropischen Jahreslänge jener Zeit $365{\cdot}24232^d$ müsste die Zwischenzeit zwischen zwei gleichartigen Äquinoctien 285 Jahre und 69·06 Tage werden, daher findet bei der ersten Beobachtung ein Irrthum von einem Jahre, bei beiden aber ein Fehler von $1\frac{1}{4}$ Tagen statt. Nun ist allerdings ein Fehler wegen Refraction zulässig, dessen Grösse wir aus dem Almagest selbst entnehmen können. Das oben angeführte, von Hipparch beobachtete Äquinoctium des 27. Mechir des 178. Jahres Philippi wurde nochmals 5^h später beobachtet. Dies rührt daher, dass die Beobachtung des Äquinoctiums dem Principe nach durch das Verschwinden des Lichtes an der Innenseite eines im Äquator aufgestellten Ringes gemacht wurde. Wegen Refraction erscheint die Sonne gehoben, daher des Morgens in grösserer scheinbarer Declination, also wird das Frühlingsäquinoctium des Morgens zu zeitlich, das Herbstäquinoctium zu spät beobachtet. Nimmt man den Maximalfehler gleich 5^h**), so kann der daraus entstehende Irrthum höchstens 10^h gleich 0·417 Tage werden, welcher die stattfindende Abweichung nicht erklärt. Bedenkt man aber, dass mit der Zwischenzeit von 285 Jahren 70·292 Tagen die Jahreslänge 365·2466 Tage genau gleich der Hipparch'schen wird, so würde allerdings die Ansicht Delambres begründet, dass diese Ptolemäi-

*) Ausgabe Halma.

**) Für eine gegebene Polhöhe ist $d\delta = \cos p\, dh$ und für $\delta = o$, $h = o : \cos p = \sin \varphi$; daher $d\delta = \sin \varphi\, dh$ für die Polhöhe von Alexandrien, und die Horizontalrefraction $dh = 35'$ ist $d\delta = 20'7$, was zur Zeit des Frühlingsäquinoctium einem Zeitraum von etwa 20^h entspricht; da aber 6 Stunden später die Sonne im Meridian, die Refraction sehr klein ist, so kann der Fehler höchstens 6 Stunden betragen.

schen Beobachtungen sehr zweifelhaft sind oder ein wenig verdächtig, „un peu suspectes“, wie sich Delambre in seinen Noten zur Halmaschen Ausgabe ausdrückt.*)

Zur Bestimmung der Sonnenbahn wählt Ptolemäus die folgenden Beobachtungen:

463. Jahr Philippi Herbstäquinoctium 9. Athyr nach dem Sonnenaufgang =
= 1772 095·792^d jul. Per. = + 139 Sept. 25
Frühlingsäquinoctium 7 Pachon Nachmittag = 1772 274·042^d
jul. Per. = + 140 März 22
Sommersolstitium 11 Mesore nach Mitternacht = 1772 368^{d}5
jul. Per. = + 140 Juni 24,

woraus sich trotz der wahrscheinlich unrichtigen Angabe der ersten Zahl merkwürdigerweise dieselben Differenzen von 94¼, 92½ und 178¼ Tagen wie bei Hipparch ergeben. Nach den Formeln (pag. 57) folgt (s. Fig. 13)

$$A = 65^\circ\ 25'7^{**})$$

$OE = \rho = 0{\cdot}04137 = 2^p\ 28'9$ (Ptolemäus hat $2^p\ 29\frac{1}{2}'$) für $OL = 1$

Zur Berechnung der Mittelpunktgleichung ist jetzt (Fig. 13)

$$\frac{\sin x}{\rho} = \sin v = \sin (M - x)$$

folglich

$$\operatorname{tg} x = \frac{\rho \sin M}{1 + \rho \cos M}$$

$$v = M - x$$

Die grösste Mittelpunktgleichung findet statt für $v = 90^\circ$, und es ist

$$\sin x_0 = \rho, \text{ also } x_0 = 2^\circ\ 22'3$$

Zur Bestimmung der Epoche dient die Beobachtung eines Herbstäquinoctiums im 17. Jahr Hadrians (880. Nabonassar) am 7. Athyr 2 Äquinoctialstunden nach Mittag = 1769 539·0833 jul. Per. (+ 131 Sept. 25). Da hiefür $v = 180 - A = 114^\circ\ 34'3$, also $x = 2^\circ\ 9'4$ ist, so wird für den Tag 1769 539·0833 der julianischen Periode

$$M_0 = 116^\circ\ 43'7$$

mit $A = 65^\circ\ 25'7$; $\log \rho = 8{\cdot}61665$.

Für eine andere Zeit hat man

$$M = M_0 + 3548''{\cdot}287002\ t$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{\rho \sin M}{1 + \rho \cos M}$$

wahre Länge der Sonne $= A + M - x$.

*) Doch wäre es sehr ungerecht, deshalb auch schon die übrigen Beobachtungen zu verurtheilen.

**) Ptolemäus erhält 65° 30′

Ptolemäus nimmt als Epoche den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar und erhält hiefür

$$M_0 = 265^\circ\ 15'; \quad A = 65^\circ\ 30'$$

Mittlere Länge der Sonne $A + M_0 = 0^\circ\ 45'$ der Fische ($330^\circ\ 45'$).

Statt des excentrischen Kreises hätte Ptolemäus ebenso gut den Epicykel wählen können; er zog aber die erste Hypothese vor, weil sie einfacher ist. Die Identität beider Hypothesen bewies Ptolemäus auf folgende Weise (Almagest, III. Buch, 3. Cap.): Sei E (Fig. 20) die Erde, LBX der Deferent, PQ der Epicykel, dessen Mittelpunkt in B ist, so dass seit dem Apogäum die Bewegung desselben LB, die Bewegung des Gestirnes im Epicykel PQ ist derart, dass $PBQ = LEB$ ist. Macht man auf EL die Strecke EC gleich dem Epicykelhalbmesser BP und verbindet C mit Q, so ist wegen $\sphericalangle PBQ = \sphericalangle BEL$ auch QB gleich und parallel CE, folglich EB gleich und parallel QC, d. h. der Ort des Gestirnes Q ist jederzeit von dem um $EC = BP$ von E entfernten Punkte C gleich weit entfernt, und die Gerade CQ bewegt sich um C mit derselben Geschwindigkeit wie EB und E, d. h. die Bewegung von Q erfolgt in dem mit dem Halbmesser EB um den Mittelpunkt C beschriebenen Kreis, oder anders ausgesprochen: der geometrische Ort des sich im Epicykel PQ bewegenden Gestirnes, vorausgesetzt, dass die Geschwindigkeiten im Epicykel und Deferenten dieselben sind, ist der excentrische Kreis $L'QX'$, für den die Excentricität CE gleich dem Epicykelhalbmesser QB ist*).

Ptolemäus beweist übrigens speciell, dass die grösste Mittelpunktsgleichung sowol im excentrischen Kreis als auch im Epicykel stattfindet, wenn die Entfernung des wahren Ortes 90° vom Apogäum ist (so wie es oben die Formel ergab). Im excentrischen Kreise (Fig. 19) sei E die Erde, O der Kreismittelpunkt, so ist für irgend eine Lage des Gestirnes P der Winkel EPO die Mittelpunktsgleichung; ist $EB \perp EL$, so ist EBO die grösste Mittelpunktsgleichung. Denn es ist

$$EP > EB'$$

daher

$$\sphericalangle PB'E > B'PE$$

und da

$$\sphericalangle PB'O = B'PO$$

so ist

$$\sphericalangle PB'E - PB'O > B'PE - B'PO$$

*) Wobei selbstverständlich nur das Verhältnis $\frac{CE}{LE}$ massgebend ist.

oder

$$OB'E > OPE \text{ w. z. b. w.}$$

Ist in der epicyklischen Theorie E (Fig. 21) die Erde, EX die Richtung nach dem Apogäum, B derjenige Ort des Epicykelmittelpunktes, für welchen der Ort des Gestirnes in Q ist, so dass EQ den Epicykel berührt, für welchen Fall die grösste Mittelpunktgleichung stattfindet, so muss $\sphericalangle XEB = PBQ$ sein, weil die Geschwindigkeit des Epicykelmittelpunktes gleich derjenigen des Himmelskörpers im Epicykel ist. Zieht man in B die Tangente an den Deferenten und den Radius BQ des Epicykels, so ist

$$\sphericalangle PBT = \sphericalangle BQE = 90°;$$

da aber

$$\sphericalangle TBQ = 90 - QBE = BEQ$$

ist, so ist auch

$$PBT = PBQ - TBQ = XEB - BEQ = QEX,$$

folglich $QEX = 90°$. Dies gilt aber zunächst nur, wenn die Geschwindigkeit im Epicykel gleich der des Epicykelmittelpunktes im Deferenten ist. Allein Ptolemäus zeigte ferner, dass, wenn diese Geschwindigkeiten nicht gleich sind, die Bewegung des Gestirnes doch so wie in einem excentrischen Kreise erfolgt, dessen Apsiden aber gleichmässig rotieren, u. z. in derselben Richtung wie der Epicykelmittelpunkt, wenn die Geschwindigkeit im Epicykel kleiner ist, wie diejenige des Epicykelmittelpunktes im Deferenten. Sei in einer gewissen Zeit die Bewegung des Epicykelmittelpunktes von der Richtung des Apogäums EL (Fig. 22) gleich LEB, die Bewegung des Gestirnes im Epicykel $PBQ < LEB$; zieht man parallel zu BQ, die gerade EL' und macht $OE = BQ$, so ist der Ort Q derselbe, als wenn das Gestirn sich in dem um O beschriebenen Kreise MQ um den Winkel $MOQ = MEB = PBQ$ bewegt hätte. Inzwischen ist die Richtung des Apogäums EO von EL nach EL' gekommen, und die Drehung ist

$$LEL' = LEB - BEO = LEB - PBQ,$$

also, da die beiden letzten Winkel proportional der Zeit wachsen, auch die Drehung des Apogäums proportional der Zeit. Es wurde schon erwähnt, dass Hipparch nach den Mittheilungen des Ptolemäus beide Theorien anwandte, und in beiden verschiedene Werte erhielt, dass der letztere jedoch, nachdem er die Identität der beiden Hypothesen erkannte, die epicyklische Theorie anwandte *).

*) Whewell bemerkt, dass es einfacher gewesen wäre, die Mittelpunktsgleichung durch den excentrischen Kreis, und die Evection durch einen Epicykel darzustellen. (l. c. I., pag. 177.) Es wurde schon bemerkt, welche Ursache Ptolemäus wahrscheinlich zu seiner Anordnung bewog.

Zur Bestimmung der Elemente der Mondbahn verwendet er die von Hipparch gelehrte Methode aus 3 Mondesfinsternissen, u. z. verwendet Ptolemäus zwei Gruppen. Die erste Gruppe sind drei alte assyrische Finsternisse.

1. 1. Jahr Mardocempad 29. Thot $2^1/_2$ Äquinoctialstunden vor Mitternacht (M. Z. Babylon)*) = — 720, März 19.
2. 2. Jahr Mardocempad 18. Thot Mitternacht Babylon = — 719, März 8.
3. 2. Jahr Mardocempad 15. Phamenoth $4^1/_3$ Stunden vor Mitternacht (M. Z. Alexandrien) = — 719 September 1.

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Anomalie
1.	1458 156·361	$24^1/_2{}^\circ$ Jungfrau	$354^d.104$	349° 15′	345° 51′	306° 25′
2.	1458 510·465	$13^3/_4{}^\circ$ Jungfrau	176.888	169° 30′	170° 7′	150° 26′
3.	1458 687·353	$3^1/_4{}^\circ$ Fische				

daraus folgt: (s. Fig. 17**)

$$\frac{OB}{OE} = 0.08694$$

die Anomalie für die zweite Beobachtung . $LOB = 12^\circ\ 24'$
die zugehörige Prosthapheräse . . . . . $LEB = 0^\circ\ 59'$.

Die zweite Reihe der zur Berechnung verwendeten Finsternisse ist von Ptolemäus selbst beobachtet; sie sind:

1. 17. Jahr Hadrian (456 Philippi) 20 Payni $^3/_4{}^h$ vor Mitternacht = + 133, Mai 6
2. 19. Jahr Hadrian (458 Philippi) 2 Chojak 1^h vor Mitternacht = + 134 October 20
3. 20. Jahr Hadrian (459 Philippi) 19 Pharmuthi 4^h nach Mitternacht = + 136, März 5.

	Tage der julianischen Periode	Wahrer Ort des Mondes aus den Sonnentafeln	Zwischenzeit	Wahre Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Anomalie
1.	1769 762·469	$13^1/_4{}^\circ$ Scorpion	$531^d.989$	161° 55′	169° 37′	110° 21′
2.	1770 294·458	$25^1/_6{}^\circ$ Widder	502.209	138° 55′	137° 34′	81° 36′
3.	1770 796·667	14° 12′ Jungfrau.				

Hieraus findet sich:

$$\frac{OB}{OE} = 0.08722 = 5^p\ 14' \text{ (Ptolemäus hat } 5^p\ 13')$$

$LOB = 64^\circ\ 38'$
$LEB = 4^\circ\ 20'$

Mittlerer Ort des Mondes zur Zeit der zweiten Finsternis 29° 30′ Widder.

---

*) Längenunterschied gegen Alexandrien gleich $^1/_2 + ^1/_3$ Stunde angenommen.

**) Die angeführten Zahlen für die mittleren Bewegungen in Länge und Anomalie sind die, manchmal nicht unerheblich fehlerhaften Ptolemäischen Zahlen.

Aus den beiden mittleren Finsternissen

	Wahre Länge des Mondes	Mittlere Länge des Mondes	Anomalie*)
1458 510^d.465 jul. Per.	13° 45′ Jungfrau	14° 44′ Jungfrau	12° 24′
1770 294.458 „ „	25° 10′ Widder	29° 30′ Widder	64° 38′

ergiebt sich eine Correction der mittleren Bewegung in Anomalie. Für die Zwischenzeit von 311783·993 Tage folgt mit den Hipparch'schen Zahlen die mittlere Bewegung in Länge 224° 46′ (Überschuss über n 360°) übereinstimmend mit der Beobachtung; mittlere Bewegung in Anomalie 52° 31′, also um 17′ zu gross; hieraus folgt die corrigierte mittlere Bewegung in Anomalie 13° 3′ 53″ 56‴ 17⁗ 51^v 59^{vi} = 47033″.93830 täglich oder 17179145″.96 in einem julianischen Jahre ($365^1/_4{}^d$) (demnach die Beschleunigung seit Hipparch — Ptolemäus 12″.41). Um auch eine Correction der Bewegung des Argumentes der Breite zu erhalten, wählte Ptolemäus zwei Finsternisse, welche dieselbe Grösse hatten, auf derselben Seite der Ekliptik (beide nördlich oder beide südlich) bei demselben Knoten und in derselben Entfernung von denselben waren, so dass eine völlige Revolution des Argumentes der Breite stattgefunden hatte. Die beiden verwendeten, beim absteigenden Knoten gelegenen, sind:

1. 31. Jahr des Darius, zu Babylon 3 Tybi (257. Jahr Nabonassar) $1^1/_3{}^h$ vor Mitternacht Alexandrien = — 490 April 25
2. 9. Jahr Hadrian, zu Alexandrien 17 Pachon (872. Jahr Nabonassar) $3^3/_5{}^h$ vor Mitternacht Alexandrien = + 125 April 5

	Julianische Periode	Anomalie	Mittlerer — wahrer Ort
1.	1542 200.444	100° 19′	+ 5° 0′
2.	1766 809.350	251° 53′	— 4° 53′

Die mittlere Bewegung in der Zwischenzeit ist daher $n \cdot 360° - 9° 53'$; nach der Hipparchschen Bewegung des Argumentes der Breite wäre sie aber n 360° — 10° 2′ also um 9′ zu klein, womit die corrigierte mittlere Bewegung des Argumentes der Breite 13° 13′ 45″ 39‴ 48⁗ 56^v 37^{vi} = 47625″.66359 wird.

In den „Hypothesen", in denen er eine Recapitulation der Theorien des Almagest gibt, werden die Zeiten für die Restitutionen der Ungleichheiten etwas anders gegeben, wie im Almagest. In 3277 Lunationen finden 3512 Restitutionen der Anomalie statt; für die mittlere Bewegung in Breite wird jedoch dasselbe Verhältnis beibehalten, wie im Almagest, nämlich 5923 Restitutionen des Argumentes der Breite in 5458 synodischen Monaten, was aber die ältere, Hipparch'sche Breitenbewegung geben würde.

*) Entfernung des Mondes im Epicykel vom Apogäum.

Die Epoche des Knotens wurde von Ptolemäus aus den bereits mitgetheilten Finsternissen gefunden, (pag. 72) u. z. wie dort erwähnt (s. Fig. 18).

$$AF = 10^\circ\ 34'$$

oder am Tage 1458510·465 der julianischen Periode das vom Punkte B der grössten nördlichen Breite gezählte Argument $BCAF = 280^\circ\ 34'$, woraus sich mit Hilfe der oben angegebenen täglichen Bewegung und unter Voraussetzung der grössten Breite gleich 5° die jeweilige Breite ermitteln lässt.

Übertragen auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar *) wird

Mittlere Länge des Mondes $L_0 = 11^\circ\ 22'$ Stier $= 41^\circ\ 22'$

Argument der Breite**) ... $B_0 = 354^\circ\ 15'$

Anomalie (vom Apogäum) . $A_0 = 268^\circ\ 49'$

Wir hatten vorhin bemerkt, dass die Sonnenbeobachtungen des Ptolemäus zu gerechten Zweifeln in ihre Realität Veranlassung gaben. Wir werden wol noch andere derartige Beobachtungen kennen lernen. Allein deswegen alle Beobachtungen für zweifelhaft anzusehen, wie dies Delambre***) thut, oder Ptolemäus für einen blossen Theoretiker zu erklären, der alle Beobachtungen von anderen entlehnt†), ist entschieden Unrecht. Dass Ptolemäus kein guter Beobachter war, ist vielleicht richtig, aber, wenn man bedenkt, wie hoch er die Wahrheitsliebe seines grossen Vorgängers Hipparch stellt, so wird man auch bei ihm dieselbe anzunehmen bemüssigt sein, und die harten Worte Delambres als ungerechtfertigt und ungerecht ansehen. Die Beobachtungen der Finsternisse, an und für sich leichte Beobachtungen, sind ihm gewiss gut gelungen, und ebenso vielleicht viele andere, während man zugeben muss, dass er sehr viele vor der Beobachtung vorausgerechnet haben mag, und durch Voreingenommenheit manches verdarb. Für diese Meinung spricht auch noch die folgende Überlegung: Die aus den Jahren — 720 bis — 199 angeführten älteren Finsternisse sowol, als auch die von ihm selbst beobachteten aus den Jahren + 125 bis + 136 geben mit den aus den Hipparch'schen Elementen der Sonnenbahn (Excentricität $= {}^1/_{24}$, Länge des Apogeums 65° 30';

*) = 1448638 der julianischen Periode = — 746 Febr. 26.

**) Das heisst Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega_0 = 41^\circ\ 22' - 84^\circ\ 15' = 317^\circ\ 7'$.

***) Delambre citirt aus Bailly: „Ptolemée, qui trouvait dans les observations tout ce qu'il voulait . . . . und setzt hinzu: „je serais même tenté d'ajouter, qui savait au besoin supposer des observations". Histoire de l'Astronomie ancienne, I., pag. 478.

†) Lalande Astronomie, pag. 159.

mittlere tägliche Bewegung 0° 59′ 8″ 17. 13. 12. 31) gerechneten Sonnenorten sehr gute Übereinstimmung für die Elemente der Mondbahn, während die Hipparch'schen Elemente der Mondbahn unter einander ziemlich abweichen. Kann nun dies einerseits schon als ein Zeichen für die Selbständigkeit des Ptolemäus in seinen Untersuchungen aufgefasst werden, so könnte man anderseits schliessen, dass diese Übereinstimmung ihm die Richtigkeit der Hipparch'schen Sonnenbewegung zeigte, unter deren Zugrundelegung er die Beobachtungen der Äquinoction und Solstitien von + 139 vorausrechnete, und im voraus befangen beobachtete, oder aber, dass er andere aus früherer Zeit, die ihm andere mittlere Bewegungen und Mittelpunktsgleichungen gaben, verwarf; ein Vorgang, der allerdings auch nicht gebilligt werden darf, aber weitaus mit dem ihm von Delambre zugemutheten Betrug nichts zu thun hat.

Es ist übrigens merkwürdig, dass Ptolemäus von seinen für die Bestimmung der Evection gemachten Beobachtungen nur eine einzige mittheilt, nämlich + 139 Febr. 9, während er drei Hipparch'sche (— 127 Aug. 4, — 126 Mai 2, — 126 Juli 7) anführt, und nur sagt, dass noch andere Beobachtungen ihm dasselbe Resultat gaben. Er mag sie mit gutem Grunde unterdrückt haben, gedichtet hat er gewiss keine! —

Schon Hipparch musste nothwendig die Nichtübereinstimmung der gemessenen Distanzen ausserhalb der Syzygien mit der einfachen Ungleichheit sehen, allein die Gesetzmässigkeit der Abweichungen fand er wol nicht, denn Ptolemäus bemerkt ausdrücklich, dass er selbst auf dieselbe geführt wurde. „In den Conjunctionen und Oppositionen", sagt er (Almagest, V. Buch, 2. Cap.) „weicht diese Anomalie nicht merklich ab von der einfachen. Die Differenz ist ebenfalls Null oder am kleinsten in den beiden Quadraturen, wenn in diesen der Mond im Apogäum oder Perigäum des Epicykels ist*). Die Differenz ist am grössten, wenn das

*) Um ein richtiges Bild zu bekommen, inwieweit Ptolemäus diese Ungleichheit erkannte, möge der analytische Ausdruck der beiden Ungleichheiten angeführt und hiemit die Ptolemäischen Äusserungen verglichen werden. Der Wert der Mittelpunktsgleichung ist $M \sin A$, wenn A die Anomalie des Mondes und $M = 6{\cdot}3°$ ist; die Evection ist $E \sin (2a - A)$, wenn a die Entfernung der Sonne vom Mond gleich mittlere Länge des Mondes — mittlere Länge der Sonne, und $E = 1{\cdot}3°$ ist. Für die Conjunctionen und Oppositionen ist $a = o$ oder 180°, demnach die Summe der beiden Ungleichheiten $(M - E) \sin A = 5° \sin A$; diesen Wert $M - E$ fanden auch Hipparch und Ptolemäus aus den ekliptischen Oppositionen für die grösste Mittelpunktgleichung; für jene Quadraturen, in denen der Mond im Apogäum oder Perigäum des Epicykels ist, wird $a = 90°$ oder 270°, $A = o$ oder 180°, demnach $E \sin (2a - A) = o$, $M \sin A = o$, folglich der Einfluss einer zweiten Ungleichheit auch nicht wahrnehmbar.

Gestirn im mittleren Theile seiner Bewegung ist*) (dabei mit der Sonne in Quadratur); wenn die erste Anomalie subtractiv ist, so wird der Ort des Mondes kleiner als nach der ersten Subtraction, und wenn die erste Ungleichheit additiv ist, so ist der Mond weiter, als er gemäss dieser sein sollte"**). In den Quadraturen scheint also die Mittelpunktsgleichung grösser, daher der Epicykel der Erde näher; er muss also auf einem excentrischen Kreis geführt werden, so aber, dass die Entfernung des Epicykels nicht nach einem ganzen, sondern schon nach einem halben synodischen Umlauf dieselbe wird, was dann eintreten wird, wenn nach einem halben Umlauf des Epicykels der Deferent um seinen Mittelpunkt ebenfalls eine halbe Drehung ausgeführt hat. Die von grossem Scharfsinn zeigende Theorie des Ptolemäus ist nun die folgende:

Die um 5° gegen die Ekliptik geneigte Mondbahn geht um den Betrag: Differenz der Bewegung des Argumentes der Breite — Bewegung in Länge also täglich um

$$\omega = 190''.68762$$

zurück (Rückweichen der Knoten). Natürlich geht die Knotenlinie stets durch den Endort; $O\Omega_0$, $O\Omega_1$ (Fig. 23) sind die durch O zu den Knotenlinien gezogenen Parallelen. Das Apogäum des Deferenten, gezählt vom momentanen Knoten geht zurück um den Betrag doppelte Entfernung von Sonne und Mond — Bewegung des Argumentes der Breite. Da die tägliche Varition der Entfernung von Sonne und Mond gleich der Differenz der täglichen Bewegung des Mondes in Länge ($l = 47434''.97597$) und der täglichen Bewegung der Sonne in Länge ($3548''.28700$), also gleich $e = 43886''.68897$ ist, so beträgt das Rückweichen des Apogeums täglich $2e - b = 40147''.71435$. Die Bewegung des Epicykelmittelpunktes vom Apogeum des Deferenten beträgt täglich $2e = 87773''.37794$, daher die tägliche siderische Bewegung des Epicykelmittelpunktes gleich

$$2e - [(2e - b) + (b - l)] = l.$$

---

*) Nämlich im Epicykel, also $A = 90°$ oder $270°$; für jede andere Quadratur ist nämlich die zweite Ungleichheit gleich $E \sin (180 - A)$, also die Summe der beiden Ungleichheiten $(M + E) \sin A$, daher der Maximalwert für $A = 90°$ oder $270° = M + E = 7°6$.

**) Es ist nämlich die Summe beider Ungleichheiten $=$
$(M - E) \sin A + E [\sin (2a - A) + \sin A] = (M - E) \sin A + 2E \sin a \cos (a - A)$;
also für $a = 90°$ oder $270°$, wenn $M - E = 5° = M'$ gesetzt wird,

$$M' \sin A + 2E \sin A.$$

Je nachdem nun die erste Ungleichheit additiv oder subtractiv ist, ist es auch die zweite, d. h. die Verschiebung des Mondes vermöge der zweiten Ungleichheit findet im selben Sinne statt, wie vermöge der ersten.

Diese Drehung findet auch um die Erde E statt, aber der Ort des Epicykelmittelpunktes ist in dem excentrischen Kreise; d. h. es ist:

$$L_1 E_1 C_1 = L_1 O C_1' = A_0 + 2et$$

und C_1 der Ort des Epicykelmittelpunktes.

Es ist also

$$\Omega_0 \Omega_1 = \omega t$$
$$\Omega_0 L_0 - \Omega_1 L_1 = (2e - b)\, t$$
$$L_1 C_1' = A_0 + 2et$$

daher

$$\begin{aligned} L_0 C_1' &= L_1 C_1' - L_0 L_1 \\ &= A_0 + 2et - (\Omega_0 L_0 + \Omega_0 \Omega_1 - \Omega_1 L_1) \\ &= A_0 + 2et - (2e - b)\, t - (b - l)\, t \\ &= A_0 + lt \end{aligned}$$

Für eine Conjunction ist $L_1 E_1 C_1 = 0$, daher C_1 im Apogäum; nun bewegt sich C_1 vorwärts, L_1 zurück, so dass in der Quadratur $L_2 C_2 = 180°$, daher $C_2 O E_2 = 0$ ist, d. h. der Epicykelmittelpunkt im Perigäum; für die nächste Opposition wird sich C_1 um circa 194° vom ursprünglichen Orte nach C_3 bewegt haben, L_1 um circa 166° zurück nach L_3, so dass C_3 wieder im Apogäum von E_3 ist, u. s. w.

Zur Bestimmung der Grösse der zweiten Ungleichheit wurden die Entfernungen des Mondes von der Sonne gemessen, wenn diese nahe 90° und die Bewegung des Mondes sehr nahe gleich der mittleren war. (Weil in diesem Falle der Mond sich gegen die Erde hin bewegen muss, damit die Bewegung des Mondes gleich derjenigen des Epicykelmittelpunktes werde, so muss sich der Mond in der von E_2 an den Epicykel gezogenen Tangente $E_2 T$ befinden.) Ptolemäus beobachtete*):

Im 2. Jahr Antonini (462 Philippi) 25. Phamenoth $5\frac{1}{4}$ Äquinoctialstunden vor Mittag $= +139$ Febr. $8 = 1771866^d78$ jul. Per. den wahren Ort der Sonne**) $= 18° 50'$ Wassermann; mittlerer Ort der Sonne 16° 27′ Wassermann; den wahren Ort des Mondes $= 9° 40'$ Scorpion; mittlerer Ort des Mondes 17° 20′ Scorpion.

Die mittlere Entfernung von Sonne und Mond ist nahe 90°, der wahre Ort ist um $7\frac{2}{3}°$ statt um 5° gegen den mittleren zurück (Anomalie des Mondes $= 87° 19'$).

Hipparch beobachtete zu Rhodus im 620. Jahr Nabonassar, 15. Epiphi $17\frac{3}{4}^h$ Nachmittag $= -127$ Aug. $4 = 1674\,887^d74$ jul. Per.

*) Almagest, V. Buch, 3. Cap.

**) Wahrer und mittlerer Sonnenort sowie mittlerer Mondort sind aus den Tafeln zu entnehmen, der wahre Mondort ist durch Vergleichung mit Sternen bestimmt.

wahrer Ort der Sonne $= 8° 20'$ Löwe, mittlerer Ort der Sonne $10° 27'$ Löwe; wahrer Ort des Mondes $= 12° 20'$ Stier, mittlerer Ort des Mondes $= 4° 25'$ Stier.

Anomalie des Mondes $257° 47'$; Entfernung Sonne vom Mond $= 86° 15'$; der wahre Ort ist dem mittleren um $7° 55'$ voraus.

Ist nun (Fig. 23) $OL_0 = R$; $OE_0 = \rho$; $L_0T_0 = r$, und ist

$$L_0E_0T_0 = 5° = b,\ TE_2C_2 = 7\tfrac{2}{3}° = a, \text{ so ist}$$

$$r = (R + \rho) \sin b = (R - \rho) \sin a$$

und hieraus

$$\frac{\rho}{R} = \frac{\sin a - \sin b}{\sin a + \sin b} = \frac{\operatorname{tg} \frac{a - b}{2}}{\operatorname{tg} \frac{a + b}{2}}$$

Hieraus folgen die Werte

$\rho = 0.2097, R + \rho = 1.2097, R - \rho = 0.7903, r = 0.1054$ für $R = 1$

oder

$\rho = 10.401, R - \rho = 39.197, r = 5.229, R = 49.599$ für $R + \rho = 60$

Ptolemäus findet $10^p19'$ $39^p22'$ $5^p15'$ $49^p41'$ 60^p

Allein hiemit ist die Mondtheorie noch nicht erledigt. Aus einer Reihe von Beobachtungen, die Ptolemäus angestellt hat, die er aber nicht mittheilt, ergab sich, dass die Richtung des Apogäums nicht gegen O oder E gerichtet ist, sondern gegen einen Punkt, der auf der entgegengesetzten Seite von E so liegt, dass $OE_0 = E_0N$ ist. Merkwürdigerweise führt hier Ptolemäus keine seiner Beobachtungen an, sondern scheint dies aus der Übereinstimmung der aus zwei Hipparch'schen Beobachtungen abgeleiteten Resultate zu folgern, obzwar er sagt, dass seine eigenen Beobachtungen dasselbe Resultat lieferten*).

Hipparch beobachtete**) im Jahre 197 der Ära Philippi (nach dem Tode Alexanders) den 11. Pharmuthi zu Beginn der zweiten Tagesstunde, also am 10. Pharmuthi $18^h = 1675\,157{\cdot}75$ jul. Per. $= -126$ Mai 1, den wahren Ort des Mondes $21° 27'$ Fische, der mittlere Ort des Mondes war $22° 13'$ Fische, der wahre Ort der Sonne $7° 45'$ Stier, der mittlere Ort der Sonne $6° 41'$ Stier.

Nun ist die Entfernung der mittleren Sonne und des mittleren Mondes $= 315° 32'$, die doppelte Entfernung $= 271° 4' = ACC'$ (Fig. 24), wenn A die momentane Lage des Apogäums des Deferenten ist, daher $AEC' = 88° 56' = \alpha$. Ferner ist um diese Zeit die Anomalie des Mondes $185° 30'$ angegeben; der mittlere Ort ist dem wahren um $0° 46'$

*) Almagest, V. Buch, 4. Cap.

**) Almagest, V. Buch, 5. Cap.

voraus; macht man daher $C'Ex = 0° 46'$, so ist P' der wahre Ort des Mondes, und wenn $P'DM' = 185° 30'$ oder $P'C'N = 5° 30'$ gemacht wird, so ist M' der Ort des Apogäums des Epicykels. Da nun für jede beliebige Lage von C, L, M, P:

$$EC = \rho \cos \alpha + \sqrt{R^2 - \rho^2 \sin \alpha^2}$$

$$\sin CPx = \frac{EC}{r} \sin CEP$$

$$PCE = CPx - CEP$$

$$NCE = MCL = ECP + PCN$$

$$EN = EC \frac{\sin NCE}{(\sin AEC - NCE)}$$

ist, so hat man (C', L', M', P' für C, L, M, P setzend), da

$$AEC' = 88° 56', \quad C'EP' = 0° 46',$$

ist, für $R = 1$ mit den oben erhaltenen Werten von r und ρ

$$\log EC' = 9{\cdot}99197, \quad C'P'x = 7° 9{\cdot}4, \quad P'C'E = 6° 23{\cdot}4$$

$$M'C'L' = 11° 53{\cdot}4$$

$$\log EN = 9{\cdot}31687$$

$EN = 0{\cdot}2072$ also sehr nahe gleich OE.

Eine zweite ebenfalls von Hipparch gemachte Beobachtung im selben Jahre 197 Philippi am 17. Payni $3^h/_3$ Nachmittag = — 126 Juli 7 = 1675 224·167 der jul. Per. ergab den wahren Ort des Mondes 29° Löwe; der mittlere Ort war 27° 20′ Löwe „ „ „ der Sonne 10° 40′ Krebs*); „ „ „ „ 12° 5′ Krebs und die Anomalie des Mondes 333° 12′.

Hier ist die doppelte Entfernung des mittleren Sonnenortes vom mittleren Mondorte 90° 30′ = AEC und $CEP = 1° 40'$, um welchen Betrag der wahre Ort dem mittleren voraus ist; da überdies die Anomalie 333° 12′ ist, so muss der Mond in dem von der Erde entfernteren Theil des Epicykels sein. Hier ist

$$\log CE = 9{\cdot}98943$$

$$CPE = 15° 37{\cdot}1$$

$$PCL = 17° 17{\cdot}1$$

*) Die Daten widersprechen sich; angeführt ist: der wahre Ort der Sonne 11° — $^1/_{10}$ Krebs, Ort des Mondes = 29° Löwe; Entfernung von der Sonne 48° 6′, mittlere Sonne 12° 5′ Krebs, mittlerer Mond 27° 20′ Löwe; wahre Sonne 10° 40′ Krebs. Hienach würde die Entfernung von der Sonne, wenn die zweite Angabe des Sonnenortes benützt wird, 48° 20′ sein; die erste Angabe der wahren Sonne ist jedoch unrichtig; denn aus den Ptolemäischen Sonnentafeln folgt die Anomalie der Sonne = 36° 34′2, der mittlere Ort 12° 4′2 Krebs, die Prosthapheräse = — 1° 22′0, daher der wahre Ort der Sonne 10° 42′2 Krebs. Derartige Ungenauigkeiten finden sich jedoch, wie wir schon gesehen haben, bei Ptolemäus häufiger.

Da aber der von P aus gegen L hin gezählte Bogen

$$360° - 333° 12' = 26° 48'$$

ist, so ist $LCM = 9° 30·9$, hiemit $EN = 0·1634$; durch einen eigenthümlichen Rechenfehler (und zwar durch Einführung des wahren Sonnenortes, mit Benützung des falschen Wertes desselben 10·9° Krebs folgt Entfernung wahre Sonne — wahrer Mond 48° 6′; mit dem richtigen die Werte 10° 40′ Krebs ist die Entfernung wahre Sonne — mittlerer Mond = 46° 40′; folglich die Mondgleichung 48° 6′ — 46° 40′ = 1° 26′) findet hier Ptolemäus beinahe denselben Wert wie oben; in der That erhält man mit $CEP = 1° 26'$ für EN den Wert 0·2067.

Wenn auch der Wert von EN aus diesen beiden Beobachtungen als durchaus nicht hinreichend sicher bestimmt erscheint und angenommen werden dürfte, so müssen wir hier, um die Ptolemäische Theorie zum Abschluss zu bringen, den Wert von EN nach Ptolemäus einfach benützen, um nunmehr zu zeigen, wie Ptolemäus in dieser complicierten Bewegung einen Mondort rechnet.

Um unnöthige Wiederholungen zu vermeiden, wollen wir zuerst zeigen, wie Ptolemäus aus den Argumenten $AEC = 2\eta$ = doppelte Entfernung von Sonne und Mond (Fig. 24) und MP = Anomalie des Mondes mit den Constanten $\rho = OE$ und $\rho' = EN$ ($OA = 1$ gesetzt) CEP ermittelt. Man hat:

$$EC = \rho \cos 2\eta + \sqrt{R^2 - \rho^2 \sin 2\eta^2}$$

$$\operatorname{tg} MCL = \frac{\rho' \sin 2\eta}{EC + \rho' \cos 2\eta}$$

$$LCP = MCP + MCL$$

$$\operatorname{tg} CEP = \frac{r \sin LCP}{CE + r \cos LCP}.$$

Nun könnte eine Tafel direct mit dem Argumente η den Wert von MCL geben, und CEP müsste dann gerechnet werden; um aber diese Rechnung, welche ohne unsere Hilfsmittel viel complicierter ist, zu umgehen, wurden noch andere Tafeln beigefügt:

Die Ptolemäische Tafel gibt

1. mit dem Argumente 2η den Wert MCL (die Prosthapheräse des Apogäums);
2. mit dem Argumente LCP den Wert $(CEP)_a$ für $CE = AE$, also die Prosthapheräse im Apogäum des Deferenten nach

$$\operatorname{tg} (CEP)_a = \frac{r \sin LCP}{(R + \rho) + r \cos LCP}$$

3. Ist ferner für das Perigäum des Deferenten

$$\operatorname{tg}(CEP)_p = \frac{r \sin LCP}{(R-\rho) + r \cos LCP}$$

so gibt die dritte Tafel die Differenz

$$D = (CEP)_p - (CEP)_a$$

ebenfalls mit dem Argumente LCP.

4. Die grösste Prosthapheräse im Apogäum ist 5° 1′, die grösste im Perigäum 7° 40′; in der Entfernung CE ist die grösste Prosthapheräse P gegeben durch

$$\sin P = \frac{r}{CE}$$

und nun wird der Bruch

$$\frac{P - 5° 1'}{7° 40' - 5° 1'} = \frac{P - 5° 1'}{2° 39'} = x$$

(ausgedrückt im Sexagesimalsystem) tabuliert. Ist nun P' die dem Argumente LCP entsprechende Prosthapheräse in derjenigen Lage des Epicykelmittelpunktes, welchem die grösste Prosthapheräse P entspricht, so kann angenommen werden, dass

$$\frac{P' - (CEP)_a}{(CEP)_p - (CEP)_a} = \frac{P - 5° 1'}{2° 39'} = x$$

ist, woraus

$$P' = (CEP)_a + x\,D$$

folgt. $(CEP)_a$ und D werden mit dem Argumente LCP aus der zweiten und dritten Columne, x mit dem Argumente 2η aus der vierten Columne genommen; die letzte Columne gibt die Breite des Mondes, wobei als Argument das vom Punkte der grössten Breite (90° vom Knoten abstehend) gezählte Argument der Breite gilt. Da die Anwendung dieser Tafel bedeutend complicierter ist wie die der übrigen Ptolemäischen Tafeln, so ist diese Tafel im folgenden aufgenommen. Für die erste Columne ist das Argument 2η, der Tafelwert MCL. Für die zwei folgenden Columnen ist das Argument LCP, der Tafelwert in (2) ist $(CEP)_a$, in (3): D; für (4) ist das Argument 2η, der Tafelwert x, welches in Decimalbrüchen nebst den aufeinanderfolgenden Differenzen neu berechnet wurde. Der dritte in dieser Columne enthaltene Wert ist der von Ptolemäus gegebene, welcher, wie man sieht, sehr fehlerhaft und meist zu klein ist. Der grösste Fehler ist bei 162°, wo es 58′ 13″ statt 57′ 55″ heissen sollte. Ist z. B. $\eta = 21°$, $M = 288°$, so ist $M + MCL = 288° + 6° 7' = 294° 7'$; hiemit

$$(CEP)_a + x.D = + 4° 24' + (0{\cdot}1047 \times 2° 11') = + 4° 38'$$

daher wahre Länge des Mondes = mittlere Länge des Mondes $+ 4° 38'$.

Argument	1 Prosthapheräse des Apogäums des Epicykels	2 Prosthapheräse in Länge im Apogäum	3 Prosthapheräse im Perigäum — Prosthapheräse im Apogäum	4 Proportionaltheile in Decimalbrüchen		4 Proportionaltheile nach Ptolemäus	5 Breite	Argument
0	+ 0° 0′	− 0° 0′	− 0° 0′	0.0000	21	0′ 0″	+ 5° 0′	360
6	0 53	0 29	0 14	0·0021	65	0 12	4 58	354
12	1 46	0 57	0 28	0·0086	108	0 24	4 54	348
18	2 39	1 25	0 42	0·0194	151	1 20	4 45	342
24	3 31	1 53	0 56	0·0345	193	2 16	4 34	336
30	4 23	2 19	1 10	0·0538	234	3 24	4 20	330
36	5 15	2 44	1 23	0·0772	275	4 32	4 3	324
42	6 7	3 8	1 35	0·1047	313	6 25	3 43	318
48	6 58	3 31	1 45	0·1360	352	8 18	3 20	312
54	7 48	3 51	1 54	0·1712	388	10 22	2 56	306
60	8 36	4 8	2 3	0 2100	421	12 26	2 30	300
66	9 22	4 24	2 11	0·2521	450	15 5	2 2	294
72	10 6	4 38	2 18	0·2971	477	17 44	1 33	288
78	10 48	4 49	2 25	0·3448	499	20 34	1 3	282
84	11 27	4 56	2 31	0 3947	517	23 24	+ 0 32	276
90	+ 12 0	− 4 59	− 2 35	0·4464	528	26 36	0 0	270
96	12 28	5 1	2 38	0·4992	535	29 49	− 0 32	264
102	12 48	4 59	2 39	0 5527	533	33 1	1 3	258
108	13 3	4 53	2 38	0·6060	526	36 14	1 33	252
114	13 9	4 44	2 37	0·6586	512	39 26	2 2	246
120	13 4	4 32	2 32	0·7098	490	42 38	2 30	240
126	12 50	4 16	2 24	0·7588	462	45 28	2 56	234
132	12 16	3 57	2 16	0·8050	426	48 18	3 20	228
138	11 29	3 35	2 5	0·8476	385	50 45	3 43	222
144	10 33	3 10	1 51	0·8861	336	53 12	4 3	216
150	9 22	2 43	1 35	0·9197	283	54 54	4 20	210
156	7 48	2 13	1 19	0 9480	224	56 36	4 34	204
162	6 3	1 41	1 2	0·9704	164	57 55	4 45	198
168	4 11	1 9	0 42	0·9868	99	59 4	4 54	192
174	2 11	0 35	0 21	0·9967	33	59 37	4 58	186
180	+ 0 0	− 0 0	− 0 0	1·0000		60 0	− 5 0	180

Zur Berechnung eines Mondortes hat man jetzt, alles zusammengestellt:

Für die Epoche 1 Thot des Jahres 1 Nabonassar = 1448 638 der julianischen Periode

$\Omega_0 = 317° 7'$
$L_0 = 41° 22'$
$A_0 = 268° 49'$
$H_0 = 70° 37'$ (Entfernung mittlerer ☾ — mittlere ☉)
$B_0 = 354° 15'$

Ferner die täglichen Bewegungen:

$\omega = 190''68762$
$l = 47434 \cdot 97597$
$a = 47033 \cdot 93830$
$\eta = 43886 \cdot 68897$
$b = 47625 \cdot 66359$

Ist t die seit der Epoche verflossene Zeit, in mittleren Sonnentagen ausgedrückt, so wird für diese Zeit

$\Omega = \Omega_0 - \omega t$
$L = L_0 + lt$
$A = A_0 + at$
$H = H_0 + \eta t$
$B = B_0 + bt$ oder $B = L - \Omega - 90°$

$2H$ dient als Argument für die erste und vierte Columne, der um den Tafelwert der ersten Columne vermehrte Wert von A für die zweite und dritte und B für die fünfte Columne. Ist das Argument zwischen 0° und 180°, so gelten die linksstehenden Zeichen; ist das Argument zwischen 180° und 360°, so gelten die rechtsstehenden Zeichen.

Die wahre Länge des Mondes ist $L + [(CEP)_a + xD]$.

Die Breite des Mondes wird aus der fünften Columne entnommen.

Da die Bestimmung des Epicykelhalbmessers aus Finsternissen erfolgte, so ist noch die Frage zu erledigen, ob durch die Excentricität des Deferenten und die Richtung der Apsidenlinie MN des Epicykels nicht Fehler in der Reduction entstehen können*); da in den Syzygien der Epicykel immer in das Apogäum des Deferenten fällt, so kann man annehmen, dass er auf einem Kreise, dessen Halbmesser EA ist, dahin gekommen wäre, worauf dann die früheren Rechnungen anwendbar sind. Da ferner das Apogäum des Epicykels nach N gerichtet ist, so kann ein merklicher Fehler in der Nähe der Syzygien auch nicht entstehen.

*) Almagest, V. Buch, 9. Cap.

Nimmt man den ungünstigsten Fall, dass die wahren Orte von Sonne und Mond von ihren mittleren Orten am weitesten im entgegengesetzten Sinne entfernt sind, also für die Sonne 2° 23′, für den Mond 5° 1′ nach Ptolemäus, so ist für die Zeit der wahren Opposition die Entfernung der mittleren Orte 187° 24′, die doppelte Entfernung nahe 15°, somit die Correction der Anomalie (des Apogäums des Epicykels) 2° 12′; die grösste Änderung der Mittelpunktsgleichung im Apogäum des Deferenten ist 29′ für 6° Änderung der Anomalie; demnach für 2° 12′ etwa 10′; allein die Änderung von 29′ findet statt, wenn der Mond im Apogäum des Epicykels ist, also der wahre Ort mit dem mittleren zusammenfällt, während für den hier angenommenen Fall, dass der mittlere Ort vom wahren am weitesten absteht, also die Anomalie 90° oder 270° ist, eine Änderung von 2° im Apogäum die Mittelpunktsgleichung fast gar nicht ändert. Ist die Anomalie 48°, also der Abstand der mittleren Sonne und des mittleren Mondes für die wahre Conjunction 183½°, der doppelte Abstand 7°, so ist die Correction der Anomalie 1° 2′, und da die Änderung derselben für 6° etwa 20′ beträgt, so ist die durch die Richtung der Apsiden bedingte Correction etwa 3′, was die wahre Syzygie etwa um 6 Zeitminuten verschieben würde. Ist der Mond im Perigäum des Epicykels, so dass der mittlere Ort des Mondes mit dem wahren identisch ist, so kann die doppelte Entfernung der mittleren Sonne vom Mond nahe gleich 5° werden, womit $MCL = 45'$ wird; da die Anomalie nahe 180° wird, so entspricht dieser Änderung der Anomalie eine Änderung der Mittelpunktsgleichung von etwa 4½′, allerdings schon ziemlich beträchtlich, aber nach Ptolemäus noch zulässig, da man sich bei der Beobachtung leicht um den äquivalenten Betrag von etwa 9 Zeitminuten irren kann.

Nimmt man wieder die doppelte Entfernung der mittleren Orte von Sonne und Mond zur Zeit der wahren Opposition 15° an, so wird hiefür $x = 0{\cdot}0123$; die grösste Änderung der aus der Columne 2 zu entnehmenden, für die Syzygien geltenden Prosthapheräsen ist daher xD, daher im Maximum $0{\cdot}0123 \times 2° 39' = 2'$, demnach noch geringer als die erste Wirkung.

Ptolemäus hat auch Beobachtungen angestellt, um die Entfernungen von Sonne und Mond zu finden. Zwar sagt er*), dass schon Hipparch diese Entfernungen zu bestimmen versuchte, indem er aus den Erscheinungen einer Sonnenfinsternis mit zwei hypothetischen, verschiedenen sehr kleinen Werten der Sonnenparallaxe zwei Werte für

*) Almagest, V. Buch, 11. Cap.

die Entfernung des Mondes findet. Ptolemäus schlägt den umgekehrten Weg ein, er bestimmt die Mondparallaxe direct und mit deren Hilfe aus der Beobachtung der Grösse der Mondesfinsternisse die Sonnenparallaxe.

Um zunächst die Mondparallaxe zu finden, beobachtete Ptolemäus die Breite des Mondes in Alexandrien, wenn er in der Nähe des Zenits stand*). (Mit den Zahlen des Ptolemäus hat man für die Polhöhe von Alexandrien 31°, die Schiefe der Ekliptik 23° 51′, die grösste Mondbreite 5° 1′, die kleinste Zenitdistanz des Mondes 2° 8′.) Da dann die Parallaxe gleich 0 angenommen werden kann, so folgt hieraus die grösste Mondbreite 5° 1′. Ferner beobachtete er den Mond in einer sehr grossen Zenitdistanz und verglich die beobachtete mit der berechneten. Die Beobachtung war im 20. Jahr Hadrian (883. Nabonassar) 13 Athyr $= +135$ October 1, $5^5/_6{}^h = 1770\ 640{\cdot}243$ der jul. Periode, und gab die scheinbare Zenitdistanz 50° 55′, während die aus den Tafeln entnommene Mondbreite von + 4° 59′ bei einer Länge von 273° 10′ (die zugehörige Declination gleich — 18° 50′) die wahre Zenitdistanz 49° 48′ ergab. Mit der hieraus sich ergebenden Höhenparallaxe von 1° 7′ **) findet Ptolemäus die Entfernung des Mondes gleich $39^3/_4$ Erdhalbmessern zur Zeit der Beobachtung, für welche sich aus den Tafeln die Entfernung (Fig. 24) $EP = 0{\cdot}6736$ für $EA = 1$ ($40^p\ 25'$ für $EA = 60^p$) ergibt; demnach ist $EA = 59$ Erdhalbmesser als mittlere Entfernung in den Syzygien (Anomalie des Mondes 90 oder 270°). Die grösste Entfernung des Mondes, wenn der Epicykel im Apogäum des Deferenten (in den Syzygien) ist, der Mond im Apogäum des Epicykels, ist gleich $64^1/_6$ Erdhalbmessern; die kleinste Entfernung, wenn der Epicykel im Perigäum des Deferenten (in den Quadraturen), der Mond im Perigäum des Epicykels ist, ist gleich 33 Erdhalbmessern.

Um nun die Entfernung der Sonne zu finden, sucht Ptolemäus erst die Grösse des Erdschattens in einer gewissen Entfernung von der Erde, zu welchem Zwecke die Beobachtung der Grösse einer Finsternis dient. Im Jahre 127 Nabonassar am 27. Athyr 5^h nach Mitternacht $=$ — 620 April 21 $= 1494\ 714{\cdot}71$ jul. Per. wurde in Babylon eine Finsternis beobachtet gleich dem halben Halbmesser des Mondes. Aus den Tafeln folgt die Breite des Mondmittelpunktes gleich $48^1/_2{}'$ nördlich; da aber die Schattengrenze um einen halben Mondhalbmesser vom Mondmittelpunkte entfernt war, so ist der Halbmesser des Schattenquer-

*) Almagest, V. Buch, 13. Cap.

**) Refraction wird nicht berücksichtigt.

schnittes in der Entfernung des Mondes, die sich ebenfalls aus der Theorie zu $64^1/_6$ Erdhalbmessern ergibt (Anomalie = 0) gleich $40^2/_3'$. Ein ähnliches Resultat folgt aus einer zweiten angeführten assyrischen Finsternis (vom 17. Phammoth des 225. Jahres Nabonassar).

Sei nunmehr SS' (Fig. 25) die Sonne, EE' die Erde, EOE' der Erdschatten, $EL_1 = d = 64^1/_6\, EE'$, so ist $L_1'EL_1 = \alpha = 40^2/_3'$.

Ferner gibt Ptolemäus an*), dass in derselben Entfernung $d = 64^1/_6\, EE'$ der Mondhalbmesser gleich ist dem Sonnenhalbmesser, gleich $\beta = 15^2/_3'$, so dass von E aus SS' und der Mondhalbmesser LL' unter demselben Winkel β gesehen würden.

Da nun, wenn $SS' = x$, $ES = y$ gesetzt wird:

$$x = y \operatorname{tg} \beta$$
$$x - 1 = y \operatorname{tg} L_1\, O\, L_1'$$

und

$$\operatorname{tg} L_1\, O\, L_1' = \frac{1 - d \operatorname{tg} \alpha}{d}$$

ist, so folgt

$$x = y \operatorname{tg} \beta = 1 + \frac{y}{d}(1 - d \operatorname{tg} \alpha)$$

und damit

$$y = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta - \frac{1}{d}}$$

Man findet für die Entfernung der Sonne $y = 1246$ Erdhalbmesser (nach Ptolemäus 1210) $= 19{\cdot}4$ Mondweiten, ferner den Sonnenhalbmesser $x = 5{\cdot}7$ Erdhalbmesser, den Mondhalbmesser $LL' = 0{\cdot}29$ Erdhalbmesser, so dass nach Ptolemäus**)

Halbmesser des Mondes : Halbmesser der Erde : Halbmesser der Sonne =
$$1 : 3^2/_5 : 18^4/_5.$$

Wenn nun auch die Zahlen von der Wahrheit weit abweichen, so ist nicht zu übersehen, dass hier eine streng wissenschaftliche und für jene Zeiten ganz gut brauchbare Methode vorliegt. Andererseits aber liefern die Grundlagen zu diesen Untersuchungen wieder den Beweis, dass Ptolemäus ein strenger, nicht leichtsinniger Forscher war, dass es auch ihm um Erforschung der Wahrheit zu thun war, dass er, was nicht genug oft hervorgehoben werden kann, wirklich beobachtete, und

*) Almagest, V. Buch, 14. Cap.

**) Die Zahlen sind etwas andere, wenn man $\alpha = 40'\ 40''$, $\beta = 15'\ 40''$ annimmt; Ptolemäus nimmt $\alpha = 40'\ 40''$ und $L_1L_1' = 2{\cdot}6\, LL'$, womit $\beta = 15'\ 38''5$ würde. (Almagest, V. Buch, 15. Cap.)

wenngleich man von dem heutigen Standpunkte aus gestehen muss, dass die von ihm verwendeten Beobachtungen viel zu wenig zahlreich waren, um richtige Werte zu liefern oder die Constanten der Theorie zu suchen und zu prüfen, so muss jeder Unbefangene gestehen, dass Ptolemäus sowie sein Vorgänger Hipparch allen nur möglichen Scharfsinn aufgewendet hat, um in jener fernen Zeit, aus der wir thatsächlich keinen Forscher anführen können, der die Wissenschaft auch nur annähernd so förderte wie die zwei genannten Männer, aus den gemachten Beobachtungen den möglichsten Nutzen für die Theorie zu ziehen. Uns ist es leicht, die Fehler jener Theorien zu finden, und Delambre brauchte gerade nicht besonders viel Anstrengung, um zu zeigen, wie es Ptolemäus besser hätte machen können. Schon Copernicus hat manches „besser gemacht", und jeder, der das heutige Sonnensystem mit den Kepler'schen Ellipsen kennt, wird ohne viel Mühe die Übertragung auf das Ptolemäische System selbst durchführen, weshalb es unnöthig erscheint, dieselbe hier anzuführen, wenn nicht speciell damit der Zweck verbunden wird, die thatsächlich auftretenden Erscheinungen ohne den Anblick des gestirnten Himmels aus der Theorie vorzuführen, wie wir dies in der Folge bei den Planeten mitunter nöthig haben werden. Aber eigenthümlich klingen die von Delambre vorgeschlagenen „Verbesserungen" der Ptolemäischen Planetentheorie, z. B. für die unteren Planeten Mercur und Venus*): „Tout serait parfaitement exact, s'il (Ptolemée) avait donné au centre de l'epicycle le mouvement vrai du soleil, au lieu du mouvement moyen: et s'il avait donné à la planète une ellipse au lieu de l'epicycle; s'il avait donné sur cette ellipse le mouvement vrai de la planète ..." und ähnlich für die oberen Planeten.

Die Reihenfolge, welche Ptolemäus den Planeten gibt, ist: Saturn, Jupiter, Mars, Sonne, Venus und Mercur. Er sagt ausdrücklich, dass sich hiefür sowol wie für ihre wahren Entfernungen kein Beweis geben lässt, da keines dieser Gestirne eine merkbare Parallaxe habe, aus der allein man auf die Entfernungen schliessen könnte**). Μὴ δυναμένης

*) Histoire de l'Astronomie ancienne, II., pag. 315.

**) Dass hieraus Littrow (Übersetzung von Whewells Geschichte der inductiven Wissenschaften I., pag. 183) schliessen kann, dass Ptolemäus für die unteren Planeten den Halbmesser des Deferenten gleich dem Halbmesser der Erdbahn, den des Epicykels gleich dem der Planetenbahn, und für die oberen Planeten umgekehrt annahm, ist wol ein Missverständnis, wahrscheinlich entstanden durch falsche Interpretation einer Stelle im X. Buche, 6. Cap. über die wahren Planeten- und mittleren Sonnenorte zur Zeit der Conjunctionen und Oppositionen. Durch die genannte Identificierung erhält man aber unmittelbar den Übergang auf das heliocentrische System.

δὲ μηδὲ κατ' ἄλλον τρόπον τῆς τοιαύτης καταλήψεως προχωρεῖν, διὰ τὸ μηδένα τῶν ἀχέρων ποιεῖσθαί τινα παράλλαξιν αἰσθητὴν, ἀφ' οὗ μόνου φαινομένου τὰ ἀποχήματα λαμβάνεται. (Almagest, IX. Buch, 1. Cap.) Als Grund, warum die Ordnung so genommen wird, dass die Sonne die Planeten in zwei Gruppen theilt, wird angegeben, dass dadurch eine natürliche Scheidung derjenigen Planeten, welche in jede beliebige Entfernung von der Sonne kommen können, von denjenigen, welche nur bis zu einer gewissen Entfernung gelangen können, entsteht.

Die Bewegung der Planeten ist so compliciert, dass nach der Aussage des Ptolemäus Hipparch sich nicht getraute, eine Theorie zu geben, da er nur zu wenige Beobachtungen als Grundlage für eine solche hatte. Hienach wäre es allerdings noch möglich, dass bereits Hipparch die Lösung durch die Combination eines excentrischen Kreises mit dem Epicykel voraussah, möglicherweise auch die Methoden gab, um die Elemente zu bestimmen, aber die numerischen Werte aus Mangel an Beobachtungsmaterial nicht finden konnte*). Da aber alles, was uns über die Anwendung dieser Theorie bekannt geworden ist, von Ptolemäus herrührt, so geben wir dieselbe hier vollständig als dessen geistiges Eigenthum.

Denken wir uns O (Fig. 26) als Mittelpunkt eines Kreises, des Deferenten K, in dessen Peripherie sich der Mittelpunkt B eines zweiten Kreises K', des Epicykels, bewegt. In dem letzteren bewegt sich der Planet P; sei der Sinn der Drehung des Epicykelmittelpunktes ABC (im Sinne der Zeichen, d. h. der wachsenden Längen, also direct), dann ist die Bewegung im Epicykel in der Richtung I, III, II. Ist der Planet in I, so ist seine scheinbare Geschwindigkeit am grössten (gleich der Summe der Geschwindigkeiten von B und P), in II ist dieselbe am kleinsten (gleich der Differenz der beiden) und kann auch entgegengesetzt werden (retrograde Bewegung); ist der Planet in der Tangente $OIII$ an den Epicykel, so ist seine Geschwindigkeit gleich der mittleren (gleich derjenigen des Punktes B). Die grösste und kleinste Geschwindigkeit kann beobachtet werden, die mittlere Geschwindigkeit ist aus der zodiacalen Umlaufszeit des Planeten bekannt (für Venus und Mercur gleich der Geschwindigkeit der Sonne, für Mars, Jupiter und Saturn gleich der siderischen Bewegung). Man kann demnach auch die Zwischenzeiten zwischen diesen Epochen beobachten; da die Zeit zwischen dem Momente der schnellsten Bewegung (in I) und der mittleren Bewegung (in III) wegen der gleichmässigen Bewegung

*) Man vergleiche hiemit das im vorigen Capitel, pag. 82, Gesagte.

des Gestirns im Epicykel (dabei hat sich der Epicykel selbst natürlich wegbewegt, was aber für die Betrachtung unwesentlich ist) grösser ist als zwischen dem Momente der mittleren Bewegung (in *III*) und demjenigen der langsamsten Bewegung (in *II*), so wählt Ptolemäus*) den Epicykel an Stelle des excentrischen Kreises zur Darstellung dieser Ungleichheit, denn in dem letzteren sind die Erscheinungen — entgegen der Erfahrung — die umgekehrten. Denn wäre E der Beobachtungsort, die Bewegung des Planeten in K gleichmässig, so wäre die schnellste scheinbare Bewegung in C, die langsamste in A, die mittlere in K, wenn $EK \perp AC$ ist, und die Zeit zwischen der schnellsten Bewegung (in C) und der mittleren (in K) kleiner als zwischen der mittleren (in K) und der kleinsten (in A).

Für die unteren Planeten Mercur und Venus kann man direct die grössten Elongationen des Planeten von seinem mittleren Orte beobachten; da findet sich aber, dass diese nicht immer gleich sind; die grösste Elongation ist $BOIII$; wenn dieser Winkel verschieden ist für verschiedene Lagen von B, so kann dies einfach dadurch erklärt werden, dass der Beobachtungsort (die Erde) sich nicht in O, sondern excentrisch in E befindet, denn dann wird die grösste Elongation AEx_1 in A kleiner als diejenige CEx_2 in C, erstere überhaupt am kleinsten, letztere am grössten sein, wenn AC die Verlängerung der Verbindungslinie OE ist. In gleichen Abständen von OA, wie z. B. in OB und OB', werden die grössten Elongationen $B'Ey$ gleich sein, was ohne weiteres klar ist. Diese excentrische Lage des Deferenten wird nun auch für die oberen Planeten angenommen und mit den Beobachtungen in Übereinstimmung gefunden. Nehmen wir an, $O\nu \parallel E\nu$ sei die Richtung nach dem Anfangspunkte der Zählung (0° Aries), P' der Ort des Planeten für einen gewissen Moment; bewegt sich der Mittelpunkt des Deferenten gleichmässig um O, so ist $\nu OB'$ die mittlere Länge, $\nu EP'$ die wahre Länge des Planeten, und der Unterschied zwischen wahrem und mittlerem Ort ist:

$$\nu EP' - \nu OB' = \nu EB' + B'EP' - \nu OB' = EB'O + B'EP'.$$

Die Ungleichheit des Planeten setzt sich also aus zwei Theilen zusammen; der eine Theil $B'EP'$ hängt von der Stellung des Planeten im Epicykel und von der Excentricität des Deferenten OE ab; der andere Theil $EB'O$ ist die Differenz der gleichmässigen und scheinbaren Bewegung des Epicykelmittelpunktes; die grösste und kleinste

*) Almagest, IX. Buch, 2. Cap. Die Bewegungsrichtung im Epicykel ist also hier entgegengesetzt derjenigen beim Monde.

Abweichung des wahren vom mittleren Orte (AEx_1 und CEx_2) würde einen gewissen Wert von OE, OA und AM ergeben, womit auch $B'EP'$ bestimmt ist; allein wenn O als Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung von A angesehen wird, so wird der Winkel $EB'O$ nur ungefähr die Hälfte vom wahren Betrage sein, weshalb Ptolemäus als Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung einen Punkt D so annimmt*), dass $OD = OE$ ist, dann ist die mittlere Länge $\nu DB'$, daher der Unterschied des wahren und mittleren Ortes gleich

$$\nu EP' - \nu DB' = \nu EB' + B'EP' - \nu DB' = DB'E + B'EP'.$$

Es wird daher die Bewegung des Himmelskörpers in folgender Weise stattfinden:

In E befindet sich die Erde; O ist der Mittelpunkt des Deferenten; die Bewegung des Epicykelmittelpunktes B' in diesem erfolgt so, dass der Winkel $\nu DB'$ proportional der Zeit wächst (d. h. D ist der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung des Epicykelmittelpunktes**). Der Planet bewegt sich im Epicykel so, dass er in der Erdnähe II seine langsamste Bewegung hat***) (retrograd wird). Überdies sind, um die Breitenbewegung zu erklären, die Ebenen des Deferenten und Epicykels gegen die Ekliptik geneigt; doch wird die Reduction auf die Ekliptik bei der Bestimmung der wahren Länge vernachlässigt.

Was die Geschwindigkeit der Planeten anbelangt, so folgen dieselben aus den bereits von Hipparch angeführten Umlaufszeiten. Die Umlaufszeit des Epicykelmittelpunktes ist gleich derjenigen des mittleren Ortes, die sogenannte zodiacale Umlaufszeit, für die oberen Planeten gleich der siderischen, für die unteren gleich einem Jahr; die Umlaufszeit der Planeten im Epicykel (gezählt vom instantanen Apogäum) ist gleich der Zwischenzeit zwischen zwei Retrogradationen. Hiemit folgt nach pag. 73:

Mittlere tägliche zodiacale Bewegung $= \mu$

Saturn	0°	2′	0″	33‴	31⁗	28ᵛ	51ᵛᴵ	= 120″55874,5
Jupiter	0	4	59	14	26	46	31	= 299.24077,1
Mars	0	31	26	36	53	51	33	= 1886.61496,1
Venus	0	59	8	17	13	12	31	= 3548.28700,2
Mercur	0	59	8	17	13	12	31	= 3548.28700,2

*) Almagest, X. Buch, 6. Cap.

**) Später das punctum aequans genannt.

***) Ausser diesen allgemeinen Voraussetzungen ist für den Mercur noch eine specielle Bewegung von O nöthig, von welcher später gesprochen wird.

Mittlere tägliche Bewegung der Anomalie = μ'

Saturn	0°	57′	7″	43‴	41⁗	43ᵛ	40ᵛᴵ	=	3427″.72825,8
Jupiter	0	54	9	2	46	26	0	=	3249.04623,1
Mars	0	27	41	40	19	20	58	=	1661.67204,2
Venus	0	36	59	25	53	11	28	=	2219.43142,0
Mercur	3	6	24	6	59	35	50	=	11184.11655,5

In seinen „Hypothesen“ gibt Ptolemäus andere Zahlen:

Saturn vollführt in 324 Sonnenjahren = 324 ägyptischen Jahren 83ᵈ2072
313 Restitutionen der Anomalie;

Jupiter vollführt in 771 Sonnenjahren = 771 ägyptischen Jahren 198ᵈ0250
706 Restitutionen der Anomalie;

Mars vollführt in 1010 Sonnenjahren = 1010 ägyptischen Jahren 259ᵈ3805
473 Restitutionen der Anomalie;

Venus vollführt in 964 Sonnenjahren = 964 ägyptischen Jahren 247ᵈ5672
603 Restitutionen der Anomalie;

Mercur vollführt in 993 Sonnenjahren = 993 ägyptischen Jahren 255ᵈ0144
3130 Restitutionen der Anomalie.

Da die Oppositionen in der Richtung der wachsenden Längen vorwärts rücken, so wird nach einer Reihe von Oppositionen, welche sich immer nach etwas mehr als einem Jahre wiederholen, wenn der Planet wieder an den ursprünglichen Ort des Himmels gekommen ist, ein Jahr mehr, als die Anzahl der Oppositionen beträgt, verstrichen sein*). Dieses bemerkt auch Ptolemäus im 3. Cap. des IX. Buches des

*) Es ist (s. pag. 26 ff.) für die oberen Planeten

$$\frac{1}{\Sigma} = 1 - \frac{1}{S};$$

Für eine beliebige Anzahl von K Jahren hat man

$$\frac{K}{\Sigma} = K - \frac{K}{S}$$

Nun ist $\frac{K}{\Sigma}$ die Anzahl A_n der synodischen Umläufe, $\frac{K}{S}$ die Anzahl A_s der siderischen Umläufe, daher $A_n + A_s = K$. Für die unteren Planeten ist

$$\frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{S} - 1, \text{ daher } A_n = A_s - K.$$

Da, wenn man die Umlaufszeiten in Tagen ausdrückt, für die oberen Planeten

$$\frac{1}{S} + \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{365 \cdot 2422}$$

ist, so folgt durch Multiplication mit 360°, weil $\frac{360°}{S}$ die mittlere zodiacale Bewegung des Planeten (μ), $\frac{360}{\Sigma}$ die mittlere synodische Bewegung (μ') und $\frac{360}{365 \cdot 2422}$ die mittlere Bewegung der Sonne ($\odot$) ist:

$$\mu + \mu' = \odot.$$

Almagest. Es folgt aber noch eine andere Beziehung hieraus; nennt man die mittlere tägliche zodiacale Bewegung μ, die mittlere tägliche Bewegung in Anomalie μ', die mittlere tägliche Bewegung der Sonne $\odot$, so muss für die oberen Planeten:

$$\mu + \mu' = \odot$$

sein. Auch diese Beziehung scheint Ptolemäus gekannt zu haben, denn die von ihm angeführten und hier mitgetheilten Zahlen genügen dieser Bedingung, stimmen aber nicht völlig mit den von Hipparch angeführten Zahlen der Umläufe. Allerdings bemerkt Ptolemäus, dass die von ihm gegebenen Werte der mittleren Bewegungen aus Beobachtungen, welche längere Zeiträume umfassen, corrigiert wurden (Almagest, IX. Buch, Cap. 10; X. Buch, Cap. 4 und 9; XI. Buch, Cap. 3 und 7), doch müsste dies ein merkwürdiger Zufall sein, wenn aus nur je zwei Beobachtungen sich Zahlen ergeben würden, die zufällig überall dieses Gesetz befolgen. Noch ein anderer Grund scheint dafür zu sprechen, dass Ptolemäus dieses Gesetz kannte und auch anzuwenden wusste.

Zur Zeit der wahren Conjunction nimmt Ptolemäus den Ort der mittleren Sonne*) auf EB_0 (Fig. 27), den Planeten in L, wenn E die Erde, B_0 der Epicykelmittelpunkt ist. Der Planet ist also nicht im Apogäum Π_0 des Epicykels, sondern er hat die Anomalie $LB_0\Pi_0$.

Daraus folgt, dass zur Zeit der Conjunction der wahre Ort des Planeten gleich dem mittleren Ort der Sonne ist. Für die Opposition ist der Planet in K, die mittlere Sonne in der Richtung EM, woraus wieder folgt, dass zur Zeit der Opposition der wahre Ort des Planeten gleich dem um 180° vermehrten mittleren Ort der Sonne ist.

Ist für einen späteren Moment B der Ort des Epicykelmittelpunktes, so ist die Bewegung desselben in der Zwischenzeit

$$B_0DB = \mu t.$$

Ferner ist der Planet in der Zwischenzeit von L nach P gekommen, seine Bewegung ist also

$$LB_0\Pi_0 + \Pi BP = \mu' t.$$

Zieht man $EX \parallel BP$, und $B(\Pi) \parallel B_0\Pi_0$, $B(L) \parallel B_0L$, so ist

$$\begin{aligned} B_0EX &= (L)BP = (L)B(\Pi) + (\Pi)B\Pi + \Pi BP \\ &= LB_0\Pi_0 + B_0DB + \Pi BP \\ &= \mu t + \mu' t = \odot t \end{aligned}$$

d. h. es ist B_0EX gleich der mittleren Bewegung der Sonne in der Zwischenzeit, und da EB_0 die Richtung nach der mittleren Sonne zur

*) Almagest, X. Buch, Cap. 6.

Zeit der Conjunction war, so muss EX die Richtung nach der mittleren Sonne sein, woraus folgt, dass die Verbindungslinie des Epicykelmittelpunktes mit dem Orte des Planeten im Epicykel stets parallel ist zur Visur nach der mittleren Sonne. Ptolemäus bemerkt, dass die Länge der mittleren Sonne (AEX) gleich ist der Summe aus der mittleren Länge des Planeten (ADB) und der Anomalie desselben (ΠBP), worin aber der Satz

$$\mu + \mu' = \odot$$

enthalten ist. Hieraus folgt aber ferner, dass von einer festen Richtung, z. B. B_0 (L) gezählt, die Bewegung im Epicykel (L)BP gleich ist der mittleren Sonnenbewegung, dass also die Bewegung der oberen Planeten im Epicykel ein Spiegelbild der Sonnenbewegung ist. Dass Ptolemäus dies nicht erkannte, rührt daher, dass er die Grösse der Anomalie nicht von einer festen Richtung, sondern vom instantanen Apogäum II an zählte.

Da hienach für jede Opposition der wahre Ort des Planeten mit seinem mittleren zusammenfällt, so kann man für den Moment der Opposition von der Bewegung des Planeten im Epicykel absehen und in Folge dessen aus drei beobachteten Oppositionen die Lage und Grösse der Excentricität bestimmen. Sei E (Fig. 28) die Erde, O der Mittelpunkt des Deferenten, D der Mittelpunkt der gleichförmigen Bewegung (Ptolemäus zieht auch die denselben entsprechenden Kreise, weil er auf ihnen die Winkel misst); seien A, B, C die Mittelpunkte der Epicykel für die drei Oppositionszeiten in dem um O beschriebenen Kreise, so dass die Winkel ADB, BDC oder die Bögen FG, GH proportional den Zwischenzeiten sind. Dann sind die Visuren EA, EB, EC nach den wahren Planetenorten gerichtet, daher die Winkel AEB, BEC oder die Bögen KL, LM gleich den Winkeln zwischen den wahren Planetenorten. Wir bezeichnen die mittleren Bewegungen

$$ADB = 2a, \quad BDC = 2b,$$

die wahren Bewegungen

$$AEB = \alpha, \quad BEC = \beta.$$

Wären die Punkte A, B, C auf dem um D beschriebenen Kreise, d. h. wären die Winkel

$$FEG = \alpha', \quad GEH = \beta'$$

bekannt, so wäre die Aufgabe wieder dieselbe wie diejenige, nach welcher die Elemente der Mondbahn aus drei Mondesfinsternissen gefunden wurden*). Allein so einfach ist die Sache hier nicht. Ptole-

*) Das Rückwärtseinschneiden oder das Pothenot'sche Problem. Man sieht, dieses Problem hatte schon Ptolemäus unter sehr complicierten Umständen sehr sinnreich gelöst.

mäus löst die Aufgabe indirect, indem die Winkel AEF, BEG, CEH in erster Näherung gleich Null angenommen werden, d. h. $\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ angenommen wird.

Man hat aus den Winkeln (s. Fig. 29)

$$FDG = 2a; \quad GDH = 2b$$
$$FEG = \alpha'; \quad GEH = \beta'$$

das Verhältnis $\frac{DE}{DF}$ und den Winkel LDG zu ermitteln.

Mit den in der Figur angebrachten Bezeichnungen erhält man, genau denselben Weg wie pag. 62 einschlagend, zur Bestimmung von e und A:

$$c = 180 - (\alpha' + \beta') + (a + b) \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin c \dfrac{\sin b}{\sin a} \dfrac{\sin \alpha'}{\sin \beta'}}{1 + \cos c \dfrac{\sin b}{\sin a} \dfrac{\sin \alpha'}{\sin \beta'}} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} x &= 180 - (\alpha' + y) \\ z &= 90 - a; \quad DGE = x - z \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$t = 2r \frac{\sin a}{\sin \alpha'} \sin y \qquad (4)$$

$$\left.\begin{aligned} e \sin A' &= r \sin (x - z) \\ e \cos A' &= t - r \cos (x - z) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

$$A = A' + (x - z) \qquad (6)$$

Statt dieser sehr kurzen Rechnung, welche Ptolemäus aus bereits mehrfach erwähnten Gründen nicht anwenden konnte, schlägt er*) den im folgenden angedeuteten Weg ein, wobei aber sein Verfahren noch bedeutend länger ist, da hier durch Einführung der trigonometrischen Functionen an entsprechender Stelle das Rechnungsschema stark verkürzt erscheint.

Es ist, wenn EX die Verlängerung von EH ist:

$$GXH = b$$
$$XEF = 180 - (\alpha' + \beta')$$
$$XEG = 180 - \beta'$$
$$GX = EX \frac{\sin \beta'}{\sin (\beta' - b)}$$
$$FX = EX \frac{\sin (\alpha' + \beta')}{\sin (\alpha' + \beta' - [a + b])}$$
$$FG^2 = FX^2 + GX^2 - 2\,FX.GX \cos a$$
$$GD = \frac{GF}{2 \sin a}$$

*) Almagest, X. Buch, 7. Cap.

Indem bisher $EX = 60''$ vorausgesetzt wurde, werden nun die Werte sämmtlich nach einfacher Proportion so geändert, dass GD, der Halbmesser des Deferenten gleich 60 wird, und hienach finden sich die Werte von GF, GX, FX, EX in demselben Masstabe ausgedrückt. Dann wird weiter:

$$\sin \tfrac{1}{2} XDF = \frac{FX}{2\,GD}$$

$$XDH = 360^\circ - (XDF + 2a + 2b)$$

$$HX = 2\,GD \sin \tfrac{1}{2} HDX$$

$$HE = HX - XE$$

$$HE.EX = LE.EL' = EZ^2 \text{ (wenn } EZ \perp LL')$$

$$= GD^2 - ED^2$$

folglich

$$ED^2 = GD^2 - HE.EX$$

$$EY = \tfrac{1}{2}(EX - HE)$$

$$\sin EDY = \frac{EY}{ED}$$

$$HDL' = \tfrac{1}{2} XDH - EDY$$

$$GDL = 180 - (HDL' + 2b);\quad LDF = 2a - GDL$$

Nachdem auf diese Art Näherungswerte für DE und DEG erhalten wurden, wird man die Werte der kleinen Winkel $FEA = \xi$, $GEB = \eta$, $HEC = \zeta$ (Fig. 28) berechnen. Hiezu ist nun PDA, PDB, PDC sowie DE und OA bekannt. Es ist

$$PDA = A_1^*);\quad DO = \tfrac{1}{2} DE = \tfrac{1}{2} e;\quad OA = DF \text{ bekannt;}$$

setzt man

$$PEA = B_1;\quad PEF = \mathfrak{B}_1$$

so ist

$$AD = \sqrt{OA^2 - DO^2 \sin A_1^2} - DO \cos A_1 \qquad (7)$$

$$\left.\begin{aligned} EA \sin B_1 &= DA \sin A_1 \\ EA \cos B_1 &= DE + DA \cos A_1 \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

$$\left.\begin{aligned} EF \sin \mathfrak{B}_1 &= DF \sin A_1 \\ EF \cos \mathfrak{B}_1 &= DE + DF \cos A_1 \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

$$\xi = \mathfrak{B}_1 - B_1 \qquad (10\,a)$$

und wenn die Werte für die anderen beiden Orte ähnlich mit den Indices 2 und 3 bezeichnet werden, so wird

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \mathfrak{B}_2 - B_2 \\ \zeta &= \mathfrak{B}_3 - B_3 \end{aligned}\right\} \qquad (10\,b)$$

*) Gezählt in der Bewegungsrichtung des Epicykelmittelpunktes.

wobei mit Rücksicht auf die Zeichen der goniometrischen Functionen bei jeder beliebigen Lage von A, B, C

$$\begin{aligned} \alpha' &= \alpha + \eta - \xi \\ \beta' &= \beta + \zeta - \eta \end{aligned} \qquad (11)$$

wird. Mit diesen Werten wird die Rechnung nach (1), (2) bis (6) wiederholt, hienach nochmals die Winkel ξ_1 η_1 ζ_1 berechnet u. s. w., bis keine Änderung der Werte mehr eintritt.

Man hat dann hieraus z. B. für die Epoche der zweiten Beobachtung

$$M_0 = PDB;$$

war die beobachtete wahre Länge für die zweite Beobachtung L_2, so ist die Länge des Apogäums Π_0 gegeben durch

$$\Pi_0 = L_2 - A' + \eta \text{ *)}$$

und da $EBD = A - A' + \eta$ ist, und der Planet in der Richtung EB, also in N war, so ist die Anomalie ΠBN für die Epoche

$$A_0 = 180 - (A - A' + \eta).$$

Für irgend eine andere Zeit ist dann die Entfernung des mittleren Ortes vom Apogäum und die Anomalie:

$$\begin{aligned} M &= M_0 + \mu t \\ A &= A_0 + \mu' t. \end{aligned}$$

Um nun die Grösse des Epicykels zu finden, wird der Planet einmal ausserhalb der Opposition beobachtet. Sei für die Beobachtungszeit die Entfernung des mittleren Ortes vom Apogäum (Fig. 27):

$$ADB = M_1$$

die Anomalie

$$\Pi BP = A$$

so ist

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2 \sin M^2} - OD \cos M \text{ **)}$$

ferner wenn $AEB = v$ gesetzt wird,

$$\begin{aligned} EB \sin v &= BD \sin M \\ EB \cos v &= DE + BD \cos M \\ DBE &= M - v \\ PBE &= 180 - A - DBE \end{aligned}$$

---

*) Es ist nämlich $DBE = DGE + GEB = (A - A') + \eta$; $PEB = PEG - BEG = A' - \eta$; denn der durch Auflösung der Formeln (1) bis (6) gefundene Wert von A' ist PEG.

**) Statt dessen kann man auch rechnen:

$$\sin DBO = \frac{DO}{BO} \sin M$$

$$\begin{aligned} AOB &= M - DBO \\ EB \sin v &= OB \sin (M - DBO) \\ EB \cos v &= OB \cos (M - DBO) + OE \end{aligned}$$

BEP = Beobachtete Länge — (Länge des Apogäums + v)

$$BP = BE \frac{\sin BEP}{\sin (PBE + BEP)}.$$

Umgekehrt kann man nun aus den Werten DO, DE, BP, OB die Prosthapheräse $AEP - ADB$ bestimmen. Man hat wieder

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2 \sin M^2} - OD \cos M \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} EB \sin v &= BD \sin M \\ EB \cos v &= DE + BD \cos M \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$\operatorname{tg} BEP = \frac{BP \sin (A + M - v)}{EB + BP \cos (A + M - v)}. \qquad (3)$$

Die Formeln (1), (2) können durch eine Tafel der Werte EB und $M - v$ mit dem Argumente M ersetzt werden.

Zur Verbesserung der mittleren Bewegung wählt Ptolemäus eine Beobachtung, die einer viel früheren Zeit angehörte, und bestimmt die Anomalie für dieselbe mit Verwendung des erhaltenen Wertes r für den Epicykelhalbmesser aus der Bedingung, dass die Verbindungslinien des Planetenortes mit dem Mittelpunkte des Epicykels parallel ist mit der Richtung der mittleren Sonne, welche man aus den Sonnentafeln erhält.

Ist

$a_\odot = AEX$ = mittlere Länge der Sonne — Länge des Apogäums,

$a_p = AEP$ = wahre Länge des Planeten — Länge des Apogäums,

so ist, da $BP \parallel EX$, wenn noch $BX' \parallel EP$ gezogen wird, aus dem Dreiecke $EB'X'$, in welchem $EX' = BP = r$, $B'EX' = 180 - a_\odot$, $B'X'E = PEX = a_\odot - a_p$ und $X'B'E = AEP = a_p$ ist:

$$EB' = r \frac{\sin (a_\odot - a_p)}{\sin a_p} \qquad (1)$$

welcher Wert positiv oder negativ werden kann, dann ist

$$OB' = EO - EB' \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} BB' &= OB' \cos a_p + \sqrt{OB'^2 - OB'^2 \sin a_p^2} \\ BO \cos BOA &= BB' \cos a_p - OB' \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

(die Bestimmung aus $\sin BOA = \frac{BB'}{OB} \sin a_p$ ist zweideutig, da der Sinus stets das Zeichen von $\sin a_p$ hat, der Cosinus aber unbestimmt bliebe).

$$\left.\begin{aligned} DB \sin M &= OB \sin BOA \\ DB \cos M &= OB \cos BOA - \tfrac{1}{2} DE. \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Da ferner

$$DBB' = M - a_p$$

$$PBB' = 180 - a_\odot + a_p$$

ist, so ist

$$\Pi BP = 180 - (M - a_p) - (180 - a_\odot + a_p)$$

oder

$$\Pi BP = a_\odot - M. \qquad (5)$$

I. Für den **Saturn** wurden die folgenden von Ptolemäus beobachteten Oppositionen benützt (Almagest, XI. Buch, 5. Cap.).

1. 11. Jahr Hadrian (874 Nabonassar) 7. Pachon 6^h Abend = + 127 März 26 = 1767 529·25; ♄ in 1° 13′ Wage *)
2. 17. Jahr Hadrian (880 Nabonassar) 18. Epiphi 4^h Nachmittag = + 133 Juni 3 = 1769 790·17; ♄ in 9° 40′ Schütze
3. 20. Jahr Hadrian (883 Nabonassar) 24. Mesore Mittag = + 136 Juli 8 = 1770 921·00; ♄ in 14° 14′ Steinbock

	Zwischenzeit	Scheinbare Bewegung	Mittlere Bewegung in Länge
1.2	2260^d.92	68° 27′	75° 43′
2.3	1130.83	34° 34′	37° 52′.

Hier ist

$$a = 37° 51'.5 \qquad \alpha = 68° 27'.0$$
$$b = 18\ 56.0 \qquad \beta = 34\ 34.0.$$

Setzt man in erster Näherung $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, so wird $\log e = 9·07061$, $e = 0·11766 = 7^p 4'$; $A = 19° 26'.2$ (Ptolemäus erhält $7^p 8'$ und 19° 51′). Mit diesen Werten erhält man $\xi = -10'.4$, $\eta = +6'.5$, $\zeta = +10'.1$ (nach Ptolemäus $-9'$, $+6'$, $+10'$), folglich

$$\alpha' = 68° 43'.9$$
$$\beta' = 34\ 37.6$$

(nach Ptolemäus 68° 42′ und 34° 38′). Die wiederholte Rechnung liefert:

$$\log e = 9·05518,\ e = 0·11355 = 6^p 48'.9$$
$$A' = 16° 3'.8$$

folglich mit Rücksicht auf die Werte von $2a$, $2b$:

$$PDF = 302° 9'; \quad PDG = 17° 52'; \quad PDH = 55° 44'$$

(nach Ptolemäus 302° 55′; 18° 38′; 56° 30′; $e = 6^p 50'$).

Da $L_2 = 9° 40'$ Schütze, $A' = 16° 3'.8$ ist, so ist

$$\Pi_0 = 233° 36'.2 \text{ (nach Ptolemäus } 23° \text{ Scorpion)}$$
$$A_0 = 178° 11'.8$$
$$M_0 = 17° 52'.0.$$

*) Der genaue Moment der Opposition ergibt sich aus dem Momente, in welchem die Sonne den dem beobachteten Planetenorte gerade entgegengesetzten Ort einnimmt. Aus den so berechneten Momenten folgt die Zwischenzeit, und mit dieser die mittlere Bewegung des Planeten.

Ptolemäus gibt für die dritte Opposition (1770 921 der julianischen Periode)

$$\Pi_0 = 23^\circ \text{ Scorpion}$$
$$A_0 = 174^\circ 44'$$
$$M_0 = 56^\circ 30'$$

Zur Bestimmung der Grösse des Epicykels wird die folgende Beobachtung gewählt*):

2. Jahr Antonin 6 Méchir 4^h vor Mitternacht (886 Nabonassar = +138 Dec. 22) = 1771 818·33 jul. Per.

Saturn war beobachtet in 9° 4′ Wassermann, also in 76° 4′ Entfernung vom Apogäum. Die Bewegung in Länge seit der dritten Opposition ist

$$\mu t = 30^\circ 3'$$

die Bewegung in Anomalie

$$\mu' t = 134^\circ 24'$$

daher zur Zeit der Beobachtung

$$M = 86^\circ 33'$$
$$A = 309^\circ 8'.$$

Man erhält hiemit lg $BD = 9{\cdot}99781$, $v = 80^\circ 5{\cdot}7$, $M - v = 6^\circ 27{\cdot}3$, $PBE = -135^\circ 35'3$, $BED = 76^\circ 4' - 80^\circ 5{\cdot}7 = -4^\circ 1{\cdot}7$, log $BP = 9{\cdot}03764$, $BP = 0{\cdot}10905 = 6^p 32{\cdot}5$; Ptolemäus gibt $6^p 30'$, so dass jetzt nach diesem

die Excentricität des Deferenten $6^p 50'$
der Halbmesser des Epicykels 6 30

beträgt. Ptolemäus theilt auch den mittleren Ort der Sonne aus den Sonnentafeln für die Zeit der Beobachtung gleich 28° 41′ des Schützen = 268° 41′ mit. Zieht man hievon den Wert $\Pi_0 + v = 313^\circ 6'$ ab, so bleibt $BE\odot = 315^\circ 35'$. Andererseits ist $L_1 BP = A + (M - v) = 315^\circ 35{\cdot}3$, so dass die Richtungen $E\odot$ und BP parallel sind. Nimmt man $\Pi_0 = 233^\circ 36'$, so ändert dies nichts, denn es wird $M - 36'$, $v - 36'$ an Stelle von M und v zu setzen sein, so dass $\Pi + v$ unverändert bleibt (wenigstens sehr nahe, nämlich bis auf die geringe Änderung in $M - v$). Setzt man jedoch für M_0 den Wert 55° 44′ statt 56° 30′, so wird auch v um 46′ kleiner, demnach $BE\odot = 316^\circ 21'$. Zum Theile mag die zufällige Übereinstimmung der Winkel $BE\odot$ und LBP in einem Rechenfehler, zum Theil aber auch darin zu suchen sein, dass Ptolemäus wahrscheinlich aus allen seinen Beobachtungen ausser der Opposition, deren er wol mehrere hatte, diese als die in Folge des

*) Almagest, XI. Buch, 6. Cap.

erhaltenen Resultates seiner Theorie am besten entsprechende beibehielt, die übrigen aber, als mit zu grossen Beobachtungsfehlern behaftet, verwarf.

Zur Correction der mittleren Bewegung in Anomalie wird eine ältere Beobachtung aus dem 519. Jahr Nabonassar, am Abend des 14. Tybi, als der mittlere Ort der Sonne 6° 10′ der Fische war, verwendet. Die Beobachtung fällt auf den Tag 1637 841 der jul. Periode (= — 228 März 1) und ergab den Ort des Planeten $9^1/_2{}^\circ$ Jungfrau, während das um die Präcession corrigierte Apogäum auf $19^1/_3{}^\circ$ Scorpion fiel. Es war daher die Entfernung des wahren Ortes vom Apogäum des Deferenten $a_p = 290^\circ\ 10'$, diejenige der mittleren Sonne vom Apogäum des Deferenten $a_\odot = 106^\circ\ 50'$; daher $a_\odot - a_p = -\ 183^\circ\ 20'$.

$$\log B'E = 7_n82963$$
$$\log OB' = 8{\cdot}80297$$
$$\log BB' = 0{\cdot}00864$$
$$BOL = -\ 73^\circ\ 14{:}7$$
$$M = -\ 76^\circ\ 25{:}3$$
$$\Pi BP = 183^\circ\ 15{:}3$$

als Anomalie zur Zeit der Beobachtung.

Ptolemäus findet 183° 17′, was mit den späteren Beobachtungen, die er zur Bestimmung der Excentricität und des Epicykelhalbmessers verwendete, verbunden, sehr nahe auf die angeführte mittlere tägliche Bewegung der Anomalie führt.

Übertragen auf den Mittag des 1. Thot des 1. Jahres Nabonassar folgen die Elemente*)

$\Pi_0 = 14^\circ\ 18'$ Scorpion
$A_0 = 34^\circ\ 2'$
mittlere Länge $L_0 = 26^\circ\ 43'$ Steinbock
Excentricität des Deferenten = $6^p\ 50'$
Halbmesser des Epicykels = $6^p\ 30'$
für den Halbmesser des Deferenten = 60^p.

*) Nach Ptolemäus ist die Zwischenzeit 518 ägyptische Jahre und $123^1/_4$ Tage; sie ist aber thatsächlich 518 ägyptische Jahre und $133^1/_4$ Tage. Der erstere Wert würde dem 4. Tybi entsprechen, an welchem aber der mittlere Ort der Sonne laut der Sonnentafeln des Ptolemäus 26° 18′ Wassermann ist, während die Angabe 6° 10′ Fische lautet, welche dem 14. Tybi entspricht. Die Bewegung in Länge μt wird 216° 8:5; dies von dem gefundenen Wert — 76° 25:3 = 283° 34:7 subtrahiert, gibt $M_0 = 67^\circ\ 26{:}2$, daher die mittlere Länge $M_0 + \Pi_0 = 291^\circ\ 44' = 21^\circ\ 44'$ Steinbock, also um 5° kleiner als bei Ptolemäus. Die Angabe 26° 43′ findet sich aber nicht nur hier, sondern auch bei den Tafeln, so dass es nicht wol ein Schreibfehler oder Druckfehler sein kann.

II. Für den **Jupiter** werden vorerst die drei folgenden Oppositionen benützt*):

1. 17. Jahr Hadrian (880 Nabonassar) 1. Epiphi 1^h vor Mitternacht $= + 133$ Mai $17 = 1769\ 773{\cdot}458$ julianische Periode $\odot = 23°\ 11'$ Scorpion
2. 21. Jahr Hadrian (884 Nabonassar) 13. Paophi 2^h vor Mitternacht $= + 136$ August $31 = 1770\ 975{\cdot}417$ julianische Periode $\odot = 7°\ 54$ Fische
3. 1. Jahr Antonin (885 Nabonassar) 2. Athir 5^h nach Mitternacht $= + 137$ October $7 = 1771\ 377{\cdot}708$ julianische Periode $\odot = 14°\ 23$ Widder

	Zwischenzeit	Wahre Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Länge
1.2	1201.959 Tage	104° 43′	99° 55′
2.3	402.291 „	36.29	33° 26′

Hier ist

$$a = 49°\ 57{:}5 \quad \alpha = 104°\ 43'$$
$$b = 16°\ 43{:}0 \quad \beta = 36°\ 29'.$$

Setzt man in erster Näherung $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, so wird: $A' = 178°\ 43{:}7$; $A = 178°\ 50{:}5$, $\log e = 8{\cdot}94992$; $e = 0{\cdot}08911 = 5^p\ 20{:}7$ (Ptolemäus findet $A = 179°\ 25'$; $e = 5^p\ 23'$). Damit werden die Correctionen $\xi = + 2{:}8$, $\eta = - 0{:}3$; $\zeta = + 6{:}8$; $\alpha' = 104°\ 39{:}9$, $\beta' = 36°\ 36{:}1$ (nach Ptolemäus $+ 3' - 1' + 7'$; $104°\ 39'$ und $36°\ 37'$). Die wiederholte Rechnung liefert für die zweite Opposition, d. h. für den Tag 1770 975·417 der julianischen Periode ($A' = 177°\ 13{:}6$, $A = 177°\ 28{:}8$, $L_2 = 337°\ 54'$):

$$M_0 = 177°\ 28{:}8$$
$$\Pi_0 = 160°\ 40{:}4 = 10°\ 40{:}4 \text{ Jungfrau}$$
$$A_0 = 179°\ 44{:}8$$
$$\log e = 8{\cdot}96094$$
$$e = 0{\cdot}09140 = 5^p\ 29{:}0.$$

Ptolemäus gibt für die dritte Opposition: $M_0 = 210°\ 36'$; $\Pi_0 = 11°$ Jungfrau, $A_0 = 182°\ 47'$. Für die Bestimmung des Epicykelhalbmessers wählt Ptolemäus**) die Beobachtung im 2. Jahr Antonini (886 Nabonassar) 26 Mesore, 5^h nach Mitternacht $= + 139$ Juli $10 = 1772\ 018{\cdot}708$ jul. Per. Mittlerer Ort der Sonne $= 16°\ 11'$ Krebs; beobachteter Ort des Jupiter $15°\ 45'$ Zwillinge. Die Bewegung seit der Zeit der dritten Opposition ist in Länge $53°\ 17'$, in Anomalie $218°\ 31'$, so dass die Entfernung des Epicykelmittelpunktes vom Apogäum des Deferenten

*) Almagest, XI. Buch, 1. Cap.
**) Almagest, XI. Buch, 2. Cap.

$$M = 263^\circ\,53'$$

die Anomalie

$$A = 41^\circ\,8'$$

ist. Die Rechnung gibt

$$v = 269^\circ\,6{\cdot}4;\ \log EB = 9{\cdot}99923;\ BEP = 5^\circ\,38{\cdot}6,$$

somit

log Radius des Epicykels 9·28949

Radius des Epicykels 0·19475 = $11^p\,41{\cdot}1$ (nach Ptolemäus $11^p\,30'$)

Da der Ort der mittleren Sonne zu $106^\circ\,11'$ angegeben wird, und $\Pi_0 + v = 70^\circ\,6{\cdot}4$ ist, so bleibt

$$BE\odot = 36^\circ\,4{\cdot}6.$$

Andererseits ist $A = 41^\circ\,8'$; $M - v = -5^\circ\,13{\cdot}4$, folglich

$$LBP = 35^\circ\,54{\cdot}6,$$

daher (bis auf 10′) die Richtungen $E\odot$ und BP parallel, wie es die Theorie des Ptolemäus erfordert.

Aus den alten Beobachtungen zur Correction der mittleren Bewegung wird gewählt*):

83. Jahr Philippi 17. Epiphi morgens = — 240 Sept. 3 = 1633 644·75; $\Omega = 7^\circ\,33'$ Krebs; Apogäum des Jupiter mit Rücksicht auf die Präcession $7^\circ\,13'$ Jungfrau; Entfernung des Jupiter vom Apogäum $300^\circ\,20'$; der Ort der mittleren Sonne war $9^\circ\,56'$ Jungfrau, daher die Entfernung vom Apogäum des Jupiter $2^\circ\,43'$, folglich

$$a_\odot = 2^\circ\,43'$$
$$a_p = 300^\circ\,20'$$
$$BOA = 288^\circ\,6{\cdot}0$$
$$M = 285^\circ\,34{\cdot}6$$
$$\Pi BP = 77^\circ\,8{\cdot}4$$

demnach die Anomalie $77^\circ\,8{\cdot}4$; die mittlere Länge des Planeten gleich $\Pi_0 + 285^\circ\,34{\cdot}6 = 22^\circ\,47{\cdot}6$ Zwillinge (Ptolemäus findet $77^\circ\,2'$ für die Anomalie und $22^\circ\,54'$ Zwillinge für die mittlere Länge). Verglichen mit den Ergebnissen für die dritte Opposition findet Ptolemäus Übereinstimmung mit der mittleren Bewegung der Anomalie, die er angenommen hatte.

Übertragen auf den 1. Thot des 1. Jahres Nabonassar wird

$$\Pi_0 = 2^\circ\ 9'\ \text{Jungfrau}$$
$$A_0 = 146^\circ\ 4'$$
$$\text{mittlere Länge } L_0 = 4^\circ\,41'\ \text{Wage}$$
$$\text{Excentricität des Deferenten} = 5^p\,30'$$
$$\text{Halbmesser des Epicykels} = 11^p\,30'$$
$$\text{für den Halbmesser des Deferenten} = 60^p.$$

*) Almagest, IX. Buch, 3. Cap.

III. Für den **Mars** bestimmt Ptolemäus die Lage und Grösse der Excentricität des Deferenten aus den folgenden drei Oppositionen*):

1. 15. Jahr Hadrian (878 Nabonassar) 26. Tybi 1^h nach Mitternacht $= +130$ December $14 = 1768\ 888{\cdot}542$, $\sigma = 21°$ Zwillinge
2. 19. Jahr Hadrian (882 Nabonassar) 6. Pharmuthi 3^h vor Mitternacht $= +135$ Februar $21 = 1770\ 418{\cdot}375$, $\sigma = 28°\ 50'$ Löwe
3. 2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 12. Epiphi 2^h vor Mitternacht $= +139$ Mai $27 = 1771\ 974{\cdot}417$, $\sigma = 2°\ 34'$ Schütze

	Zwischenzeit	Wahre Bewegung in Länge	Mittlere Bewegung in Länge
1.2	1529.833 Tage	$67°\ 50'$	$81°\ 44'$
2.3	1556.042 „	$93°\ 44'$	$95°\ 28'$

Hier ist:

$$a = 40°\ 52' \qquad \alpha = 67°\ 50'$$
$$b = 47°\ 44 \qquad \beta = 93°\ 44'.$$

Setzt man in erster Näherung $\alpha' = \alpha$, $\beta' = \beta$, so wird $A' = 37°\ 43{\cdot}9$; $A = 45°\ 22{\cdot}5$; $\log e = 9{\cdot}33714$; $e = 0{\cdot}21734 = 13^p\ 2{\cdot}4$ (Ptolemäus findet $A = 45°\ 13'$, $e = 13^p\ 7'$). Hiemit wird $\xi = -30{\cdot}7$, $\eta = +33{\cdot}5$, $\zeta = -49{\cdot}6$, $\alpha' = 68°\ 54{\cdot}2$, $\beta' = 92°\ 20{\cdot}9$ (Ptolemäus hat $-32'$, $+33'$, $-50'$; $68°\ 55'$, $92°\ 21'$). Die Wiederholung der Rechnung gibt $A' = 32°\ 55{\cdot}6$, $A = 39°\ 5{\cdot}5$, $\log e = 9{\cdot}29575$, $e = 0{\cdot}19758 = 11^p\ 51'$ (nach Ptolemäus $A = 38°\ 59'$, $e = 11^p\ 50'$).

Die Wiederholung der Rechnung mit diesen Werten liefert endlich $\xi = -27{\cdot}8$, $\eta = +34{\cdot}7$, $\zeta = -39{\cdot}5$; $\alpha' = 68°\ 52{\cdot}5$, $\beta' = 92°\ 29{\cdot}8$, $A' = 33°\ 25{\cdot}1$; $A = 39°\ 40{\cdot}8$; $\log e = 9{\cdot}29676$, $e = 0{\cdot}19804 = 11^p\ 52{\cdot}9$

(nach Ptolemäus: $\xi = -28'$, $\eta = +28'$, $\zeta = -40'$, $\alpha' = 68°\ 46'$, $\beta' = 92°\ 36'$, $A = 40°\ 11'$, $e = 12^p$).

Man hat daher für die zweite Opposition 1770 418.375 der julianischen Periode:

$$\Pi_0 = 115°\ 59{\cdot}6 = 25°\ 59{\cdot}6 \text{ Krebs}$$
$$A_0 = 173°\ 9{\cdot}6$$
$$M_0 = 39°\ 40{\cdot}8$$
$$\log e = 9{\cdot}29676,\ e = 0{\cdot}19804,$$

daraus für die dritte Opposition

$$A_0 = 171°\ 22{\cdot}5$$
$$M_0 = 135°\ 8{\cdot}8;$$

*) Almagest, X. Buch, 7. Cap.

Ptolemäus findet für die Zeit der dritten Opposition:

$$\Pi_0 = 25^\circ 30' \text{ Krebs}$$
$$A_0 = 171^\circ 25'$$
$$M_0 = 135^\circ 39'$$
$$DE = 12^p.$$

Zur Bestimmung des Epicykelhalbmessers mit diesen Elementen diente dem Ptolemäus eine Beobachtung drei Tage nach der dritten Opposition*):

2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 15 Epiphi, 3^h vor Mitternacht $= +139$ Mai $30 = 1771\ 977{\cdot}375$: $\sigma = 1^\circ 36'$ Schütze. Der mittlere Ort der Sonne war $5^\circ 27'$ Zwillinge. Die Entfernung des Mars vom Apogäum des Deferenten war $125^\circ 6'$. In der Zwischenzeit beträgt die Bewegung in Länge $1^\circ 32'$, in Anomalie $1^\circ 21'$; demnach ist die Entfernung des Epicykelmittelpunktes vom Apogäum $137^\circ 11' = M$, ferner die Anomalie $172^\circ 46'$. Es ist demnach der Halbmesser des Epicykels gleich $0{\cdot}68133 = 40^p 52'.8$ (Ptolemäus findet $39^p 30'$).

Verwendet man jedoch zur Berechnung die ersteren Elemente für die Epoche $1770\ 418{\cdot}375$ der jul. Periode, so erhält man zunächst als Zwischenzeit bis zum Tage $1771\ 977{\cdot}375$ der jul. Periode 1559 Tage, in welchen die Bewegung in Länge $\mu t = 97^\circ 0'.5$, in Anomalie $\mu' t = 359^\circ 35'.8$ beträgt, so dass jetzt

$$\Pi_0 = 115^\circ 59'.6$$
$$M = 136^\circ 41'.3$$
$$A = 172^\circ 45'.4.$$

Mit diesen Werten folgt nun merkwürdigerweise**) wieder der Epicykelhalbmesser $39^p 49'.0$, also nahe richtig; denn für den Erdbahn-

*) Almagest, X. Buch, 8. Cap.

**) Die Rechnung steht für die beiden Voraussetzungen wie folgt:

	Nach Ptolemäus	Neue Reduction
$\sin M$	$9{\cdot}83229$	$9{\cdot}83638$
$\cos M$	9_n86542	9_n86184
$\sqrt{OP^2 - OD^2 \sin M^2}$	$9{\cdot}99900$	$9{\cdot}99899$
$- OD \cos M$	$8{\cdot}86115$	$8{\cdot}85757$
Add.	$0{\cdot}03052$	$0{\cdot}03028$
BD	$0{\cdot}02952$	$0{\cdot}02927$
$BD \cos M$	9_n89494	9_n89111
DE	$9{\cdot}29676$	$9{\cdot}29676$
Add.	$0{\cdot}47195$	$0{\cdot}46681$
$EB \sin v$	$9{\cdot}86181$	$9{\cdot}86505$
	$9{\cdot}89109$	$9{\cdot}89458$
$EB \cos v$	9_n76871	9_n76357
Π_0	$115^\circ 30'.0$	$115^\circ 59'.6$

halbmesser (Epicykelhalbmesser) = 1 ist die grosse Halbaxe der Marsbahn (Halbmesser des Deferenten) gegeben durch

$$\log a = 0{\cdot}18289;$$

demnach ist für den Halbmesser des Deferenten gleich der Einheit der Halbmesser des Epicykels bestimmt durch

$$\log r = 9{\cdot}81711$$
$$r = 0{\cdot}6563 = 38^{p}\,23{\cdot}9$$

Ptolemäus findet somit hier durch eine eigenthümliche Compensation von Rechenfehlern nahe den wahren Wert. Es ist dies deshalb zu beachten, weil die richtige Reduction der Beobachtung auch die Elemente richtig ergibt, woraus man gewiss auf die Realität und verhältnismässige Brauchbarkeit seiner Beobachtungen schliessen kann; denn der hier gefundene Beweis dafür muss schon deshalb von Jedem — selbst von einem beständigen Zweifler wie Delambre — als völlig zureichend erkannt werden, weil ja Ptolemäus von der wahren Entfernung der Planeten keine Idee hatte; eine einfache Betrachtung aber, auf welche wir bei Copernicus zu sprechen kommen, lehrt, dass für die oberen Planeten

$$\frac{\text{Radius des Epicykels}}{\text{Radius des Deferenten}} = \frac{\text{grosse Halbaxe der Erdbahn}}{\text{grosse Halbaxe der Planetenbahn}}.$$

Die zur Verbesserung der Anomalie verwendete Beobachtung war*) 52. Jahr Philippi 20 Athyr morgens = — 271 Jänner 17 = 1622 092·75.

Der mittlere Ort der Sonne war 23° 54′ Steinbock, die wahre Länge des Mars 2° 15′ Scorpion und die Länge des Apogäums mit Rücksicht auf die Präcession 21° 25′ Krebs. Es ist daher:

$$a_{\odot} = 182^{\circ}\,29'; \quad a_{p} = 100^{\circ}\,50'.$$

	Nach Ptolemäus		Neue Reduction	
v	128°54′3		128°19′7	
M	137 11·0		136 41·3	
$\Pi_0 + v$	244 24·3		244 19·3	
Wahre Länge	241 36 0		241 36·0	
$M - v$	+ 8 16·7		+ 8 21·6	
$180 - A$	+ 7 14·0		+ 7 14·6	
BEP	— 2 48·3		— 2 43·3	
PBE	— 1 2·7		— 1 7·0	
$BEP + PBE = \Sigma$	— 3 51·0		— 3 50·3	
EB	9·97072		9·97107	
sin BEP	8·68963		8·67655	
sin Σ	8·82701		8·82569	
log r	9·83334		9·82193	
r	0·6813	$= 40^{p}52{\cdot}8$	0·6636	$= 39^{p}49{\cdot}0$

*) Almagest, XI. Buch, 9. Cap.

Mit dem Werte $\log r = 9{\cdot}82193$ folgt hiemit

$$M = 72^\circ\ 13'.9$$

und die Anomalie für die Zeit der Beobachtung $110^\circ\ 15'.1$. Ptolemäus findet mit dem Radius des Epicykels $= 39^\circ\ 30'$ die Anomalie gleich $109^\circ\ 42'$. Die Übertragung auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar liefert ihm

$$\Pi_0 = 16^\circ\ 40'\ \text{Krebs}$$
$$A_0 = 327^\circ\ 13'$$
$$\text{mittlere Länge } L_0 = 3^\circ\ 22'\ \text{Widder}$$
$$\text{Excentricität des Deferenten} = 12^p\ 0'$$
$$\text{Halbmesser des Epicykels} = 39^p\ 30'$$
$$\text{für den Halbmesser des Deferenten} = 60^p.$$

Für die unteren Planeten Venus und Mercur werden die Methoden wesentlich andere. Nach der Ptolemäischen Theorie (s. pag. 109) sind die grössten Digressionen zu beiden Seiten des Apogäums des Deferenten gleich; wäre die Bewegung des Planeten um den Epicykelmittelpunkt ein Kreis, so müsste offenbar die östliche und westliche Digression dieselbe sein; Ptolemäus findet dieselbe jedoch verschieden; weniger gross sind die Abweichungen bei der Venus als bei dem Mercur; abgesehen davon, dass diese Fehler theilweise dem Umstande zuzuschreiben sind, dass Ptolemäus die Digressionen vom mittleren statt vom wahren Sonnenorte nimmt, rühren die Differenzen offenbar von der Ellipticität der Planetenbahn her*). Ptolemäus jedoch nimmt auf diese Abwei-

*) Um die Verhältnisse deutlicher zu erkennen, sei (Fig. 30) für eine nahe kreisförmige Planetenbahn, unter Voraussetzung einer elliptischen Erdbahn, S die Sonne, P die Planetenbahn, E die Erdbahn, so müssen die grössten beiderseitigen Digressionen von der wahren Sonne, so oft diese an dieselbe Stelle des Himmels kommt, gleich sein; in A erscheint das Maximum, in B das Minimum der grössten Digressionen; in E und E' müssen dieselben gleich sein; die Richtung des Apogäums gilt für die Erdbahn, die Excentricität ist diejenige der Erdbahn. Ist die Bahn des Planeten auch elliptisch, jedoch nicht so stark wie die Erdbahn; sind übrigens die Apsidenlinien nur wenig gegen einander geneigt, so werden die Verhältnisse insoferne geändert, als die Apsidenlinie nicht rein gegeben wird, und die Excentricität gleich der Differenz oder Summe der beiden Excentricitäten gefunden wird, je nachdem die Apsidenlinien gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind; ungefähr findet dies bei der Venus statt, für welche die Apsiden gleich gerichtet allerdings um circa 30° gegen einander geneigt sind. Ptolemäus findet für das Apogäum der Venusbahn 55° (dasjenige der Sonnenbahn 65° 30′), die Excentricität der Venusbahn $1^p\ 13'$ (diejenige der Sonnenbahn $2^p\ 29'$).

Wenn jedoch die Planetenbahn viel stärker excentrisch ist, wie beim Mercur, so werden die Verhältnisse wesentlich andere. Sei S (Fig. 31) die Sonne, die innere Ellipse stelle die elliptische Planetenbahn vor; $ABCD$ sei die kreisförmig ange-

chungen bei der Venus nur insoferne Rücksicht, als er für die Bestimmung des Apogäums des Deferenten immer zwei entgegengesetzt liegende Digressionen wählt; also wenn für die mittlere Sonne in C eine westliche Digression beobachtet wurde (Venus als Morgenstern), für die Stellung der mittleren Sonne in C' die östliche Degression (Venus als Abendstern) verwendet wird. Ausser dieser für stark excentrische Planetenbahnen sehr nöthigen Vorsichtsmassregel wird für einen anderen Ort nur das Mittel aus der östlichen und westlichen Digression genommen. Für den Mercur wird überdies zur Erklärung dieser Ungleichheit eine Drehung des Deferentenmittelpunktes (also eine variable Excentricität) angenommen.

IV. Die Theorie der **Venus** gründet Ptolemäus ganz auf eigene Beobachtungen und die gleichzeitigen des Mathematikers Theon, indem er bemerkt, dass sich ältere Beobachtungen, die er in passender Weise hätte combinieren können, nicht fanden*). Möglich ist nun, dass er selbst zahlreiche Beobachtungen machte und die passendsten auswählte, allein selbst in diesem Falle können die Beobachtungen nicht genau

nommene Erdbahn. Ist die Erde in B, so wird die grösste Digression α ein Minimum; ist die Erde in A, so wird die grösste Digression β nicht immer ein Maximum, denn man sieht schon hier, dass auch grössere Digressionen φ auf der einen Seite mit kleineren ε auf der anderen Seite auftreten können, und dass nicht immer $\beta > \frac{\varepsilon + \varphi}{2}$ sein muss; in der Richtung AB aber wird die östliche und westliche Digression von der wahren Sonne gleich sein, sobald die Sonne am selben Punkte des Himmels angekommen sein wird. Das Apogäum der Planetenbahn (des Deferenten) hat dann die Richtung der Sonne für denjenigen Stand derselben, wo das Minimum der grössten Digression stattfindet, also in der Richtung BS (d. h. in ♎, die Figur bezieht sich auf die Mercurtheorie; für diesen ist $\beta = 23\frac{1}{4}°$, $\alpha = 19\frac{1}{20}°$, $\gamma = 21\frac{1}{4}°$, $\delta = 26\frac{1}{2}°$, $\varepsilon = 20\frac{1}{4}°$, $\varphi = 26\frac{1}{4}°$), wenn die Richtungen BS nach ♎, AS nach ♈, CS, $C'S$ und DS beziehungsweise nach den Zeichen Wassermann, Zwillinge, Krebs gerichtet sind). In C und C' sind die grössten Digressionen gleich, und zwar die östliche von C aus gesehene und die westliche von C' aus gesehene und umgekehrt. Wesentlich complicierter wird es, wenn auch die Erdbahn als stark excentrisch angenommen werden müsste. Ungefähr treten die in dieser Figur angedeuteten Verhältnisse bei der Mercursbahn auf, deren Excentricität ausserordentlich viel grösser ist als diejenige der Erdbahn. Durch die Excentricität der letzteren werden die gemessenen Digressionen etwas unsicher und passen nicht in das aus dem obigen Schema entspringende Gesetz; so würden die von C und C' gesehenen Digressionen nicht mehr gleich sein, es würde keinen Ort A und B geben, von dem aus die beiderseitigen Digressionen gleich wären, wenn die Apsidenlinie der Erdbahn mit derjenigen der Planetenbahn nicht zusammenfällt. Dies ist thatsächlich der Fall, aber Ptolemäus konnte die geringen hieraus entstehenden Unterschiede nicht von den Beobachtungsfehlern trennen.

*) Almagest, X. Buch, 1. Cap

passen, weil er die Digressionen auf den mittleren Sonnenort bezog, den er ja nicht sehen konnte. Seine Resultate können demnach nur Approximationen sein, selbst dann, wenn seine Theorie an sich richtig wäre.

Zur Bestimmung der Richtung des Apogäums der Venusbahn führt Ptolemäus die folgenden Beobachtungen von grössten Digressionen an:

1. Theon beobachtete 16. Jahr Hadrian (879 Nabonassar) 21. Pharmuthi abends = + 132 März 8 = 1769 338^{d}25 julianische Periode
2. Ptolemäus beobachtete 4. Jahr Antonin*) (888 Nabonassar) 11. Thot morgens = + 140 Juli 29 = 1772 403·75
3. Theon beobachtete 12. Jahr Hadrian**) (875 Nabonassar) 21. Athyr morgens = + 127 October 11 = 1767 728·75
4. Ptolemäus beobachtete 21. Jahr Hadrian (884 Nabonassar) 9. Mechir abends = + 136 December 25 = 1771 091·25

	Mittlerer Ort der ☉	Wahrer Ort der Venus	Digression***)
1.	14° 15′ Fische	1° 30′ Stier	47° 15′ östlich
2.	5° 45′ Löwe	18° 30′ Zwillinge	47 15 westlich
3.	17° 52′ Wage	0° 20′ Jungfrau	47 32 westlich
4.	2° 4′ Steinbock	19° 36′ Wassermann	47 32 östlich.

Die beiden ersten Beobachtungen, in welchen Venus in gleichen Digressionen beobachtet war, lieferte als Ort des Apogäums oder Perigäums des Deferenten $\frac{31° 30′ + 78° 30′}{2} = 25°$ Stier; die beiden letzten liefern $\frac{150° 20′ + 319° 36′}{2} = 24° 58′$ Scorpion. (Natürlich kann man ebensowol die Orte der mittleren Sonne wie diejenigen der Venus verwenden, da dieselben symmetrisch gegen die Richtung des Apogäums liegen.)

Nun wurden grösste Digressionen gesucht, welche sich zu Zeiten ereigneten, in denen die mittlere Sonne in 25° Stier und 25° Scorpion war. Die erste von Theon gemachte fällt im 13. Jahr Hadrian (876 Nabonassar) 2. Epiphi morgens = + 129 Mai 19 = 1768 314·75,

*) Die Halma'sche Ausgabe des Almagest hat 14. Jahr Antonin, die Ausgabe Schreckenfuchs hat 4. Jahr Antonin; die mittlere Länge der Sonne war am 11. Thot um 18^h gleich 128° 22′ für das 14. Jahr Hadrian, 125° 42′ für das 4. Jahr Antonin und 123° 16′ für das 14. Jahr Antonin.

**) Schreckenfuchs hat 2. Jahr Hadrian; nach den Sonnentafeln des Ptolemäus ist die Sonnenlänge 17° 51′ für den 21. Athyr, 18^h des 12. Jahres Hadrian.

***) Die Übersetzung von Halma verwechselt hier östlich und westlich mit am Abend und Morgen.

die zweite von Ptolemäus gemachte fällt
im 21. Jahr Hadrian (885 Nabonassar) 2. Tybi abends $= +137$ Nov. $18 = 1771\ 419{\cdot}25$.

Die Beobachtungen lieferten:

	Wahrer Ort der Venus	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1.	10° 36′ Widder	25° 24′ Stier*)	44° 48′
2.	12° 50′ Steinbock	25° 30′ Scorpion	47° 20′

Hieraus folgert Ptolemäus, dass das Apogäum in 25° Stier, das Perigäum in 25° Scorpion ist.

Sei O (Fig. 26) der Mittelpunkt des Deferenten, E die Erde, AC die Apsidenlinie, so ist im Apogäum des Deferenten

$$x_1 EA = a = 44° 48'$$

und im Perigäum

$$x_2 EC = b = 47° 20'.$$

Setzt man $OA = R$, $Ax_1 = Cx_2 = r$, $OE = e$, so ist

$$r = (R + e) \sin a = (R - e) \sin b.$$

Hieraus folgt

$$e = \frac{\operatorname{tg} \frac{b - a}{2}}{\operatorname{tg} \frac{b + a}{2}} R,$$

somit:

$$\log e = 8{\cdot}32844, \quad e = 0{\cdot}02130 = 1^p 16'.7$$
$$\log r = 9{\cdot}85712, \quad r = 0{\cdot}71965 = 43^p 10'.7$$

für $R = 1$ beziehungsweise 60^p.

Ptolemäus findet $e = 1\frac{1}{4}{}^p$, $r = 43\frac{1}{6}{}^p$.

Sei für eine gewisse Zeit der mittlere Ort der Sonne in DB (Fig. 26), d. h. ADB gleich der mittleren Bewegung der Sonne vom Apogäum, also von der Erde E aus gesehen in Ex, wenn $Ex \parallel DB$ ist, dann ist die östliche Digression xEP kleiner als die westliche xEP_1; die Differenz der beiden

$$xEP_1 - xEP = BEP_1 + BEx - (BEP_1 - BEx) = 2BEx = 2EBD$$

wird von Ptolemäus zur Bestimmung der Entfernung des Mittelpunktes der gleichen Bewegung D von dem Erdorte E verwendet.

(Ptolemäus findet nämlich die Digression, indem er von dem wahren Orte des Planeten den mittleren Ort der Sonne abzieht, das heisst es ist grösste Digression $= AEP - ADB = xEP$).

*) Hier heisst es $25\frac{2}{3}°$ (κε̄ καὶ δύο τρίτα), die grösste Digression wird aber zu $44\frac{4}{5}°$ (μωιρᾶς μ.δ̄ και δ̄ πεμπτα) angegeben und auch mit dieser weitergerechnet.

Ist $PEx = a$, $P_1Ex = b$*) und $ADB = M$, so ist:

$$BE = \frac{r}{\sin\frac{a+b}{2}}$$

$$DBE = \frac{b-a}{2}$$

$$ED = \frac{BE \sin DBE}{\sin M}$$

oder zusammengefasst

$$ED = \frac{r}{\sin M} \cdot \frac{\sin\frac{b-a}{2}}{\sin\frac{b+a}{2}}$$

Versteht man unter b die westliche, unter a die östliche Digression, so ist $\frac{b-a}{2}$ mit sin M gleich bezeichnet.

Die hiezu dienenden Beobachtungen waren**):

1. 18. Jahr Hadrian (881 Nabonassar) 2. Pharmuthi = + 134 Februar 17 = 1770 049 jul. Periode
2. 3. Jahr Antonin (887 Nabonassar) 4. Pharmuthi = + 140 Februar 18 = 1772 241 jul. Periode

	Wahrer Ort der Venus	Mittlerer Ort der Sonne	Digression***)
1.	11° 55′ Steinbock	25° 30′ Wassermann	43° 35′ westlich
2.	13° 50′ Widder	25° 30′ Wassermann	48° 20′ östlich

Hier ist $M = 325° 30' - 55° 0' = 270° 30'$; $a = 48° 20'$, $b = 43° 35'$ folglich

$$\log ED = 8{\cdot}61790,\ ED = 0{\cdot}04149 = 2^p\ 29'.4.$$

Ptolemäus nimmt $ED = 2EO = 2\frac{1}{2}^p$.

Mit diesen Werten sollten aber nunmehr in der Ptolemäischen Theorie für die vier zuerst angeführten Beobachtungen (21. Pharmuthi 879, 11. Thot 888, 21. Athyr 875 und 9. Mechir 884) die grössten Digressionen, beziehungsweise 47° 49′ östlich, 47° 49′ westlich, 48° 28′ westlich und 48° 28′ östlich sein, da ADB = 70° 41′, 289° 19′, 142° 52′ und 217° 8′ ist, womit $\frac{a+b}{2} = 45° 35'.4$ und 47° 1′.2 und

*) $\frac{a+b}{2}$ ist nie grösser als die grösste Digression in C und nie kleiner als die grösste Digression in A; hieraus schliesst Ptolemäus, dass der Mittelpunkt des Deferenten O unbeweglich ist (vgl. hiemit die Theorie des Mercur).

**) Almagest, X. Buch, 3. Cap.

***) Halma vertauscht östlich und westlich.

$\frac{b-a}{2} = \pm 2^\circ 13'.6$ und $\pm 1^\circ 27'.4$ folgt*). Dieses stimmt nun mit den beobachteten Werten recht schlecht zusammen, indem die Theorie die Digression um 34′ und 56′ zu gross gibt. Natürlich vertheilen sich diese Fehler auf Beobachtung und Theorie, aber gerade dadurch kann man wieder schliessen, dass Ptolemäus seine Beobachtungen wirklich machte und sie so gut als möglich verwertete, wenngleich es in Erstaunen setzen muss, dass er seine Resultate an jenen ersten vier verwendeten Beobachtungen nicht prüfte.

Da sich aus den grössten Digressionen die Epoche der Anomalie und die Correction der Bewegung derselben nicht mit Sicherheit finden lassen, weil für die grösste Digression der Planet sich in der Richtung gegen die Erde bewegt, so sollte man für diese Bestimmungen Beobachtungen verwenden, die möglichst weit von der grössten Digression abstehen, wobei allerdings eine Grenze durch die Sichtbarkeit des Planeten gesteckt ist. Beide von Ptolemäus verwendeten Beobachtungen, die eine von ihm selbst gemacht, die andere von Tymocharis, sind nahe der grössten Digression; von der letzteren glaubte Ptolemäus sogar, dass sie in die grösste Digression fällt, da „die Digression $42^\circ 53'$ beträgt, und 4 Tage später dieselbe nur mehr $42^\circ 9'$ war“. Es ist zu verwundern, dass Ptolemäus nicht diese letztere als passender erkannte.

Zur Berechnung hat man (s. Fig. 27) nach pag. 116:

$$\sin x = \frac{DO}{BO} \sin M$$

$$EB \sin v = BO \sin (M - x)$$

$$EB \cos v = BO \cos (M - x) + OE$$

BEP = beobachtete Länge des Planeten — (Länge des Apogäums $+ v$)

$$\sin BPE = \frac{BE}{BP} \sin BEP$$

$$LBP = BPE + BEP$$

$$LB\Pi = M - v$$

Anomalie $\Pi BP = LBP - LB\Pi$.

*) Man hat zur Berechnung von a und b für ein gegebenes M:

$$BD = \sqrt{OB^2 - OD^2 \sin M^2} - OD \cos M$$

$$EB \sin v = BD \sin M$$

$$EB \cos v = BD \cos M + DE$$

$$\sin \frac{b+a}{2} = \frac{BP}{EB}$$

$$\frac{b-a}{2} = M - v$$

Die beiden verwendeten und die dritte mitgetheilte, aber nicht verwendete Beobachtung sind*):

1. 2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 29. Tybi $16\frac{3}{4}^h$ = + 138
   December 15 = 1771 811·70
2. 13. Jahr Philadelphus (476 Nabonassar) 17. Mesore**) = — 271
   October 11 = 1622 359·75
3. 13. Jahr Philadelphus (476 Nabonassar) 21. Mesore***) = — 271
   October 15 = 1622 363·75

	Wahrer Ort der Venus	Mittlerer Ort der Sonne	Ort des Apogäums der Venus	M
1.	6° 30′ Scorpion	22° 9′ Schütze	25° Stier	207° 9′
2.	4° 10′ Jungfrau†)	17° 3′ Wage	20° 55′ Stier†)	146° 8′
3.	8° 50′ Jungfrau	20° 59′ Wage	20° 55′ Stier	150° 4′

Die Anomalie für die erste Beobachtung wird 228° 34′8 (nach Ptolemäus 230° 32′), für die zweite 254° 42′3 (nach Ptolemäus 252° 7′)††), doch ist die zweite Beobachtung ziemlich unpassend, die dritte gibt die Anomalie zu 254° 18′8, und da die Bewegung in vier Tagen 2° 28′ beträgt, so wäre sie für die zweite Beobachtung 251° 51′, also 2° 51′ kleiner, als sie aus der zweiten Beobachtung folgt, aber zufällig nur um 16′ von dem von Ptolemäus gefundenen Werte verschieden. Eine Correction für den ursprünglich gefundenen Wert findet Ptolemäus nicht.

Übertragen auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar folgt:

$$\Pi_0 = 16° 10′ \text{ Stier}$$
$$A_0 = 71° 7′ \dagger\dagger\dagger)$$
$$\text{mittlere Länge } L_0 = 0° 45′ \text{ Fische}$$

---

*) Almagest, X. Buch, 4. Cap.

**) Es heisst: Τῷ ιϝ ἔτει Φιλαδέλφου κατ' Αἰγυπτίους Μεσορὶ ιζ εἰς τὴν ιϝ, ὡρῶν ιβ. Es schiene also, dass wegen ιζ εἰς τὴν ιϝ der 18. um Mitternacht beginne; die Angabe der mittleren Sonne gleich 17° 3′ Wage gibt aus den Sonnentafeln des Ptolemäus nach dessen Zählweise (Beginn des Tages um Mittag) die Beobachtungszeit 17 Mesore $18\frac{1}{2}^h$; demnach $6\frac{1}{2}^h$ nach Mitternacht, was mit ὡρῶν ιβ auf die ältere Zählung des Tages von Abend bis Abend schliessen lässt.

***) Die Beobachtungszeit ergab sich aus den Sonnentafeln, scheint aber von Ptolemäus nur genähert angenommen, denn beinahe alle Morgenbeobachtungen sind auf 18^h angesetzt.

†) Mit Rücksicht auf die Präcession.

††) Die Werte von BEP sind — 46° 43′1 und — 41° 34′0; nach Ptolemäus nahe dieselben: 46° 45′ und 41° 31′; für die dritte Beobachtung ist

$$BEP = -40° 58′2.$$

†††) Aus der dritten Beobachtung (Bewegung in der Zwischenzeit = 183° 26′6) folgt 70° 52′2.

V. Zur Bestimmung der Lage des Apogäums des **Mercur** dienen die folgenden Beobachtungen*):

1. 16. Jahr Hadrian (879 Nabonassar) 16. Phamenoth abends = + 132
   Februar 2 = 1769 303 julianische Periode
2. 18. Jahr Hadrian (881 Nabonassar) 18. Epiphi morgens = + 134
   Juni 3 = 1770 155 julianische Periode
3. 1. Jahr Antonin (885 Nabonassar) 20. Epiphi abends = + 138
   Juni 4 = 1771 617 julianische Periode
4. 4. Jahr Antonin (888 Nabonassar) 18. Phamenoth morgens = + 141
   Februar 1 = 1772 590 julianische Periode

	Wahrer Ort des Mercur	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1.	1° 0′ Fische	9° 45′ Wassermann	21° 15′ östlich
2.	18 45 Stier	10 0 Zwillinge	21 15 westlich
3.	7 0 Krebs	10 30 Zwillinge	26 30 östlich
4.	13 30 Steinbock	10 0 Wassermann	26 30 westlich

Aus den ersten beiden Beobachtungen folgt die Richtung der Apsiden gleich 9° 52′ Widder, aus den beiden letzten 10° 15′ Wage; als Mittel nimmt Ptolemäus 10° Widder und Wage.

Für den Mercur führt Ptolemäus noch 6 ältere Beobachtungen an, und zwar:

	Jahr Nabonassar		Wahrer Ort des Mercur	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1.	486 17.	Chojak	22° 20′ Steinbock	18° 10′ Wassermann	25° 50′ westl.
2.	486 30.	Phamenoth	23 40 Stier	29 30 Widder	24 10 östl.
3.	491 5.	Pharmuthi	29 20 Zwillinge	2 50 Zwillinge	26 30 östl.
4.	486 30.	Payni	19 30 Jungfrau	27 50 Löwe	21 40 östl.
5.	512 9.	Thot	14 10 Wage	5 10 Scorpion	21 0 westl.
6.	564 27.	Thot	2 20 Scorpion	24 50 Scorpion	22 30 westl.

Diese Beobachtungen werden dazu benützt, den Ort der Apsidenlinie in jener Zeit zu finden und mit der aus den Beobachtungen des Ptolemäus folgenden zu vergleichen. Dabei sind jedoch keine, welche den Anforderungen entsprechen, die für diesen Zweck gestellt werden, nämlich gleiche östliche und westliche.

Um diesen Mangel zu heben, setzt Ptolemäus voraus, dass die grössten Digressionen innerhalb kurzer Zeiträume, oder besser gesagt, an verschiedenen, nahe liegenden Stellen des Deferenten proportional wachsen, d. h. sind die grössten Digressionen für die Stellung der mittleren Sonne (des Epicykelmittelpunktes) in B_1, B_2 (Fig. 27) gegeben, so kann die grösste Digression für die Lage des Epicykelmittelpunktes

*) Almagest, IX. Buch, Cap. 7.

in B durch lineare Interpolation gefunden werden*). Man hat nun für die zweite und dritte Beobachtung:

Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
29° 30′ Widder	24° 10′
2° 50′ Zwillinge	26° 30′

Hieraus folgt der Ort der Sonne für die grösste Digression 25° 50′ (gleich der in der ersten Beobachtung) gleich 29° 30′ Widder + 23° 48′.6 = 23° 18′.6 Stier; also da die gleiche westliche Digression für den mittleren Ort der Sonne 18° 10′ Wassermann stattfindet, die Apsidenrichtung $\frac{53° 18′.6 + 318° 10′}{2} = 5° 44′.3$ Wage (nach Ptolemäus 5° 50′). Desgleichen folgt bei der fünften und sechsten Beobachtung die westliche Digression gleich 21° 40′ für den mittleren Ort der Sonne gleich 13° 54′.4 Scorpion, daher die Apsidenlinie in der Richtung 5° 52′.2 Wage und im Mittel 5° 48′.2 Wage, statt dessen Ptolemäus 6° Wage annimmt, wodurch er eine Bewegung des Apogäums von 1° in hundert Jahren findet**).

Zur Bestimmung des Epicykelhalbmessers dienen zwei Beobachtungen, in denen der mittlere Ort der Sonne nahe in 10° Widder und 10° Wage ist***).

1. 19. Jahr Hadrian 14. Athyr = + 134 October 2; wahrer Ort des Mercur 20° 12′ Jungfrau, mittlerer Ort der Sonne 9° 15′ Wage, grösste Digression 19° 3′.
2. 19. Jahr Hadrian 19. Pachon = + 135 April 5; wahrer Ort des Mercur 4° 20′ Stier, mittlerer Ort der Sonne 11° 5′ Widder, grösste Digression 23° 15′.

Daraus folgt, dass das Apogäum in 10° Wage ist; ferner erhält man

$$\log e = 8{\cdot}97672$$
$$\log r = 9{\cdot}55306$$

---

*) Delambre (Histoire de l'astronomie ancienne, pag. 325) hat daher Unrecht, wenn er behauptet, dass man „in der Nähe der grössten Digression" nicht linear interpolieren dürfe, was allerdings von den aus den Anomalien im Epicykel herrührenden Prosthapheräsen richtig wäre, die aber hier gar nicht in Betracht kommen. Allerdings ist die lineare Interpolation hier auch nur sehr ungenau, umsomehr, da ja für den Mercur später der bewegliche Mittelpunkt des Deferenten eingeführt wird, aber für die mässige Entfernung der Sonnenorte (33° 20′ und 19° 40′) glaubt Ptolemäus, dass kein Fehler entstehen könne.

**) Almagest, IX. Buch, 7. Cap. Diese Bewegung ist eigentlich die Präcession; wenn für 880 der Ort des Apogäums 10° 3′.5, für 500 der Ort gleich 5° 48′.2 angenommen wird, so folgt die Präcession gleich 1° in 88 Jahren. Dabei sind jedoch die älteren Beobachtungen nicht auf eine und dieselbe Epoche reduciert.

***) Almagest, IX. Buch, 8. Cap.

oder (da Ptolemäus wegen der Beweglichkeit von O die Strecke $AE = R + e$ gleich 120^p annimmt, s. Fig. 32) für $R + e = 1$ bez. 60^p: $e = 0{\cdot}08657 = 5^p\,11{\cdot}7$; $r = 0{\cdot}32639 = 19^p\,35{\cdot}0$ (Ptolemäus findet für $R + e = 120$: $e = 10^p\,25'$; $r = 39^p\,9'$).

Wäre wie bei der Venus der Punkt O fest, so könnte nunmehr die Summe der östlichen und westlichen grössten Digressionen für denselben Ort der Sonne nicht grösser als die doppelte grösste Digression im Widder (46° 30′) und nicht kleiner als die doppelte grösste Digression in der Wage (38° 6′) sein. Aus den ersten vier hier angeführten Beobachtungen folgt aber für

Mittlerer Ort der Sonne	Grösste östliche Digression	Grösste westliche Digression	Summe
10° Zwillinge	26° 30′	21° 15′	47° 45′
10° Wassermann	21° 15′	26° 30′	47° 45′

Dieses deutet also darauf hin, dass der Mittelpunkt des Epicykels in dieser Stellung der Sonne der Erde näher ist, und Ptolemäus nimmt, um diese Ungleichheit zu erklären, an, dass sich der Mittelpunkt O' (Fig. 32) des Deferenten bewegt; dass er immer auf der entgegengesetzten Seite von der Apsidenlinie AC ist, wie der Epicykelmittelpunkt B, dieser daher stets der Erde etwas genähert wird; dass aber O' in die Linie AC fällt, wenn der Epicykelmittelpunkt in A oder C ist; wird daher eine kreisförmige Bewegung angenommen, durch welche ja alle Ungleichheiten erklärt werden sollen, so muss die Umlaufszeit von O' gleich einem Jahre, der Drehungssinn der entgegengesetzte sein. Sei daher zu einer gewissen Zeit der Ort der mittleren Sonne A, so ist der Mittelpunkt des Deferenten in O'_1; sei A_0 die Anomalie des Mercur, gezählt vom instantanen Apogäum des Epicykels; nach der Zeit t ist mit Rücksicht auf die wiederholt gewählte Bezeichnungsweise

$$AOO' = \odot t = \mu t$$

und O' der Mittelpunkt des Deferenten K; wenn ferner D der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung ist, so ist $ADB = \odot t = \mu t$, daher B der Mittelpunkt des Epicykels, Π das momentane Apogäum und die Anomalie $\Pi BP = A_0 + \mu' t$.

Die grösste östliche Digression ist hier $xE\alpha = AE\alpha - ADB$; die grösste westliche $xE\beta$, und es wird die Summe

$$xE\alpha + xE\beta = \alpha E\beta$$

grösser sein können als $2yEC$.

Was die Dimensionen anbetrifft, so ist klar, dass der Punkt O jetzt nicht den Mittelpunkt des Deferenten bedeutet, welcher einmal in O'_1 und einmal in O'_2 liegt, so aber, dass $OO'_1 = OO'_2$ ist; es ist aber

$AO = OB$, und nennt man jetzt den Halbmesser des Deferenten R, die Strecke OO'_1 (oder OO' Fig. 32) ρ, so ist jetzt

$$OA = OC = R + \rho,$$

und wenn $OE = e$ gesetzt wird, nach den Formeln pag. 129, wenn dort R durch $R + \rho$ ersetzt wird, für

$$R + \rho = 1; \quad \log e = 8{\cdot}97672$$
$$\log r = 9{\cdot}55306$$

Zur Bestimmung von ρ und von $ED = x$ wählt Ptolemäus die Beobachtung zweier grösster Digressionen (einer östlichen und einer westlichen) für denselben Ort der mittleren Sonne, und zwar wenn diese 90° vom Apogäum absteht, also ihr Ort 10° Krebs ist; dann ist (Fig. 33):

$$ADB = 90°, \; AOO' = 90°;$$
$$O'B = R, \; PB = r, \; OE = e, \; OO' = \rho, \; ED = x.$$

Gesucht wird ρ und x. Die beiden Beobachtungen sind:

1. 14. Jahr Hadrian 18. Mesore abends $= +$ 130 Juli 4,
2. 2. Jahr Antonin 24. Mesore morgens $= +$ 139 Juli 8.

	Wahrer Ort des Mercur	Mittlerer Ort der Sonne	Grösste Digression
1.	6° 20′ Löwe	10° 5′ Krebs	26° 15′ östlich
2.	20° 5′ Zwillinge	10° 20′ Krebs	20° 15′ westlich.

Indem nun Ptolemäus annimmt, dass für die mittlere Länge der Sonne gleich 10° Krebs die Digressionen von den hier ermittelten nicht verschieden sein werden*), nimmt er:

$$ADB = 270°, \; \alpha = 20° \, 15', \; \beta = 26° \, 15', \text{ folglich}$$

$$BEP = \frac{\alpha + \beta}{2} = 23° \, 15'; \quad DBE = \frac{\beta - \alpha}{2} = 3° \, 0'$$

$$BE = \frac{BP}{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}; \quad ED = x = BE \sin DBE = r \frac{\sin \frac{\beta - \alpha}{2}}{\sin \frac{\beta + \alpha}{2}}$$

daher für $OA = R + \rho = 1$: $\log x = 8{\cdot}67554$, oder für

$$EA = R + \rho + e = 1: \; x = 0{\cdot}04327 = 2^p \, 35{\cdot}8$$

(Ptolemäus findet $5^p \, 12'$ für $AE = 120^p$). Da nun ED nahe die Hälfte von OE ist, so nimmt Ptolemäus $ED = OD$; da ferner in Folge dessen $OB = BE$ und wegen der relativen Kleinheit von OD auch BO' sehr nahe gleich $BE + OO'$ ist, so wird für $R + \rho = 1$:

$$BE + \rho = R$$
$$1 = R + \rho$$

*) Ptolemäus vernachlässigt also die Verschiedenheit der Digression für die sehr nahe bei einander gelegenen Epicykelmittelpunkte.

daher $2\rho = 1 - BE$, und da $\log BE = 9{\cdot}95674$ ist, so wird

$\log \rho = 8{\cdot}67582$ also auch sehr nahe $\rho = \frac{1}{2} OE$

$\log R = 9{\cdot}97890$, also für $EA = 1 : R = 0{\cdot}87012 = 52^p\,12{\cdot}4$

(Ptolemäus erhält $104^p\,22'$ für $AE = 120^p$). Es wird daher endlich:

		nach Ptolemäus*)
$\log R = 0{\cdot}00000$	$R = 1{\cdot}0000 = 60^p$	60^p —
$\log r = 9{\cdot}57416$	$r = 0{\cdot}3751 = 22\ 30{\cdot}4$	22 30
$\log e = 8{\cdot}99782$	$e = 0{\cdot}0995 = 5\ 58.2$	6 —
$\log \frac{1}{2} e = 8{\cdot}69679$	$\frac{1}{2} e = 0{\cdot}0497 = 2\ 59.1$	3 —

Und es ist $OE = e$; $OO' = OD = DE = \frac{1}{2} e$.

Sei nun wieder (Fig. 32) $AOO' = ADB = M$ die Entfernung des mittleren Sonnenortes vom Apogäum, so ist

$$O'D = e \cos \tfrac{1}{2} M$$

$$\sphericalangle BDO' = \tfrac{3}{2} M$$

$$\sin O'BD = \frac{O'D}{O'B} \sin \tfrac{3}{2} M$$

oder $O'B$ als Einheit genommen:

$$\sin O'BD = e \cos \frac{M}{2} \sin \frac{3M}{2}. \qquad (1)$$

Ferner ist:

$$BD = O'B \, \frac{\sin\left(\frac{3M}{2} + O'BD\right)}{\sin \frac{3M}{2}}$$

oder da $O'B = 1$ ist:

$$BD = \frac{\sin\left(\frac{3M}{2} + O'BD\right)}{\sin \frac{3M}{2}} \quad **) \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} BE \cos v &= BD \cos M + \frac{e}{2} \\ BE \sin v &= BD \sin M \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Da die Werte von BE und v ausser von der Constanten e nur von M abhängen, so kann man dieselben mit dem Argumente M tabulieren.

---

*) In den „Hypothesen" nimmt Ptolemäus $ED = 3^p$; $OD = O'O = 2^p\,50'$.

**) Für $M = 120°$ wird $BD = \cos O'BD + \cos \frac{3M}{2} \cdot e \cos \frac{M}{2} = 1 - \frac{e}{2}$.

Die grössten Digressionen finden sich aus

$$\sin \frac{b+a}{2} = \frac{r}{BE}$$

$$\frac{b-a}{2} = M - v$$

wobei b die westliche und a die östliche Digression bedeutet. In der folgenden Tafel der Bewegung des Mercur, welche als Beispiel für die Ptolemäischen Planetentafeln aufgenommen wurde, habe ich diese Werte hinzugefügt; man entnimmt hieraus für die Ptolemäischen Beobachtungen die in der folgenden Tabelle entnommenen Werte, die mit den beobachteten verglichen, die angeschriebenen Differenzen ergeben.

Datum in Tagen der jul. Periode	Mittlerer Ort der Sonne — II	Beobachtete Digression a	Beobachtete Digression b	Digression aus der Tafel a	Digression aus der Tafel b	Differenz Beob.-Rech.
1769 303	119°45′	21°15′	—	21°14′	—	+ 1′
1770 155	240 0	—	21°15′	—	21°14′	+ 1
1771 617	240 30	26 30	—	26.33	—	— 3
1772 590	120 0	—	26.30	—	26.33	— 3
1625 769	132 22	—	25.50	—	26. 6	— 16
1625 872	203 42	24.10	—	24.35	—	— 25
1627 702	237 2	26.30	—	26.27	—	+ 3
1625 962	322 2	21.40	—	21.48	—	— 8
1635 161	29 22	—	21. 0	—	21. 3	— 3
1654 159	49 2	—	22.30	—	22.51	— 21
1770 276	359 15	—	19. 3	—	19. 3	0 *)
1770 461	181 5	23.15	—	23 15	—	0 *)
1768 725	270 5	26.15	—	26.15	—	0 *)
1772 016	270 20	—	20.15	—	20.15	0 *)

Die Übereinstimmung ist besser, als man vermuthen könnte, da sich ja Fehler der Beobachtung und der Theorie vereinigen.

Zur Bestimmung der Epoche der mittleren Anomalie hat man für eine Beobachtung aus dem mittleren Ort der Sonne wieder v und EB nach den Formeln (1), (2), (3) zu rechnen. Ist ferner L der beobachtete wahre Ort des Planeten, so ist

$$BEP = L - (\Pi_0 + v)$$

$$\sin BPE = \frac{BE}{BP} \sin BEP^{**})$$

$$LBP = BPE + BEP$$

*) Diese vier Beobachtungen wurden zur Bestimmung von OE, BP, OO' und DE verwendet.

**) Das Aufschlagen des Sinus ist zweideutig, und gibt die Winkel BPE und $180 - BPE$. In dem folgenden Beispiele ist $BPE = 309°58'.2$ und $230°1'.8$;

$$LB\Pi = M - v$$
$$A = \Pi BP = LBP - LB\Pi$$

Ptolemäus beobachtete*):

2. Jahr Antonin (886 Nabonassar) 2. Epiphi $7\frac{1}{2}^h = +139$ Mai 17 = 1771 964 jul. Per. den Mercur vor seiner grössten Digression in $17\frac{1}{2}^\circ$ Zwillinge; der mittlere Ort der Sonne war nach den Tafeln 22° 34′ Stier; es ist demnach $M = 222^\circ\,34'$, $L = 77^\circ\,30'$, $M - v = -2^\circ\,4'1$, $LBP = 97^\circ\,48'9$, $LB\Pi = -2^\circ\,4'1$, demnach die Anomalie für die Zeit der Beobachtung 99° 53′0. Ptolemäus findet 99° 27′.

Eine ältere Beobachtung 484. Jahr Nabonassar 18. Thot gab $L = 3\frac{1}{3}^\circ$ Scorpion = 213° 20′; mittlerer Ort der Sonne 20° 50′ Scorpion, und das Apogäum mit Rücksicht auf Präcession 6° Wage, daher wird $M = 44^\circ\,50'$; $M - v = +1^\circ\,52'9$; Anomalie = 212° 31′2 (Ptolemäus findet 212° 34′). Eine Correction der Bewegung der Anomalie folgt nicht.

Zur Bestimmung des wahren Ortes aus dem mittleren hat man nunmehr die Formeln (1), (2), (3) zu rechnen und dann:

$$\sin BEP = \frac{PB}{BE} \sin (LBP - BEP)$$

und da

$$LBP = A + LB\Pi = A + M - v$$

ist

$$\operatorname{tg} BEP = \frac{PB \sin (A + M - v)}{BE + PB \cos (A + M - v)}$$

$$\text{Wahre Länge} = \Pi_0 + v + BEP.$$

Übertragen auf den 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar ist nach Ptolemäus:

$$\Pi_0 = 1^\circ\,10'\ \text{Wage}$$
$$A_0 = 21^\circ\,55'$$
$$\text{mittlere Länge } L_0 = 0^\circ\,45'\ \text{Fische}.$$

Zur leichteren Berechnung der Planetenorte construierte Ptolemäus Planetentafeln. Eine Tafel gibt die mittleren Bewegungen μt und $\mu' t$ in Länge und Anomalie für je 18 Jahre, für jedes einzelne Jahr,

---

der erste Wert gibt die Anomalie 292° 28′2, der wegen der Bewegung in Anomalie unzulässig ist, der zweite Wert gibt 212° 31′2. Die Lösung der umgekehrten Aufgabe

$$\sin BEP = \frac{PP}{BE} \sin BPE$$

ist eindeutig, da $BEP < 90^\circ$ ist.

*) Almagest, IX. Buch, 10. Cap.

für je 30 Tage und für jeden einzelnen Tag und jede Stunde (wie auch für die Sonne und den Mond). Dann ist

$$M = M_0 + \mu t = L_0 + \mu t - \Pi_0$$
$$A = A_0 + \mu' t.$$

Zur Bestimmung der Ungleichheit hat er eine Tafel mit 8 Colonnen. Die erste und zweite gibt das Argument von 6° zu 6°; die dritte und vierte Colonne enthält den Wert $M - v$ in zwei Theile zerfällt; die Summe der beiden Colonnen ist in der nebenstehenden Tafel in Colonne I nach den Formeln (1), (2), (3) pag. 137 für den Mercur bestimmt, für die übrigen Planeten gelten die Formeln (1), (2) pag. 117.

In der mittleren Entfernung OB und in den Maximal- und Minimalfernungen AE, EC sind ferner die Prosthapheräsen $PEB = P$ für dasselbe Argument $A + M - v$ bestimmt durch:

$$\text{tg } P_{\text{min.}} = \frac{PB \sin (A + M - v)}{EA + PB \cos (A + M - v)}$$
$$\text{tg } P_{\text{mittl.}} = \frac{PB \sin (A + M - v)}{BO + PB \cos (A + M - v)}$$
$$\text{tg } P_{\text{max.}} = \frac{PB \sin (A + M - v)}{EC + PB \sin (A + M - v)}$$

wobei die Minimalentfernung EC ungefähr bei $M = 120°$ stattfindet. Ptolemäus gibt nun die Werte von

$$D_- = P_{\text{mittl.}} - P_{\text{min.}}$$
$$P_{\text{mittl.}}$$
$$D_+ = P_{\text{max.}} - P_{\text{mittl.}}$$

in den Colonnen 5, 6, 7 (in der folgenden Tafel III, IV, V). Für den Mercur sind die grössten Werte von P: $P'_{\text{mittl.}} = 22°1'9$ (für $A + M - v = 107° 45'$); $P'_{\text{min.}} = 19° 3'1$ (für $A + M - v = 110°$); $P'_{\text{max.}} = 23° 53'6$ (für $A + M - v = 110°$). Unter der Voraussetzung, dass für irgend einen Wert von $A + M - v$:

$$\frac{P - P_{\text{mittl.}}}{P_{\text{min.}} - P_{\text{mittl.}}} = \frac{P' - P'_{\text{mittl.}}}{P'_{\text{min.}} - P'_{\text{mittl.}}} = x$$
$$\frac{P - P_{\text{mittl.}}}{P_{\text{max.}} - P_{\text{mittl.}}} = \frac{P' - P'_{\text{mittl.}}}{P'_{\text{max.}} - P'_{\text{mittl.}}} = x$$

ist, kann x durch die drei Werte von P' bestimmt werden, und dann ist

$$P = P_{\text{mittl.}} + x D_- \quad \text{für negative } x$$
$$P = P_{\text{mittl.}} + x D_+ \quad \text{für positive } x.$$

Arg.	I $M-v$	II x	III D_-	IV P	V D_+	VI a	VII b	Arg.
0°	+0° 0′—	— 1·000	+0° 0′—	+0° 0′—	+0° 0′—	19° 3′	19° 3′	360°
10	0 26	— 0·972	0 16	2 43	0 9	18 42	19 34	350
20	0 52	— 0·868	0 32	5 25	0 19	18 31	20 14	340
30	1 17	— 0·759	0 48	8 3	0 28	18 29	31 3	330
40	1 42	— 0·587	1 5	10 36	0 38	18 35	21 59	320
50	2 4	— 0 386	1 21	13 2	0 48	18 48	22 57	310
60	2 25	— 0·168	1 38	15 18	0 58	19 7	23 57	300
70	2 42	+ 0·076	1 55	17 21	1 8	19 29	24 52	290
80	2 54	+ 0·387	2 12	19 8	1 19	19 51	25 39	280
90	3 0	+ 0·654	2 29	20 34	1 29	20 15	26 15	270
100	3 0	+ 0·846	2 45	21 34	1 40	20 36	26 36	260
110	2 53	+ 0·957	2 58	22 1	1 49	20 56	26 42	250
120	2 39	+ 1·000	3 8	21 47	1 57	21 14	26 33	240
130	2 21	+ 0 961	3 11	20 44	2 1	21 30	26 12	230
140	1 58	+ 0·901	3 4	18 42	1 59	21 45	25 40	220
150	1 31	+ 0·815	2 42	15 31	1 48	22 2	25 4	210
160	1 2	+ 0·727	2 4	11 12	1 24	22 21	24 25	200
170	0 31	+ 0·675	1 7	5 54	0 46	22 46	23 49	190
180	+0 0—	+ 0·653	+0 0—	+0 0—	+0 0—	23 15	23 15	180
Arg.	$M-v$	x	D_-	P	D_+	b	a	Arg.

Hat man daher M und A bestimmt, so nimmt man mit dem Argumente M die Werte $M-v$ und x aus den Colonnen I, II; mit dem verbesserten Argumente $A+M-v$ die Werte D_- und P, wenn x negativ ist; aber P und D_+, wenn x positiv ist*), dann ist die Prosthapheräse gleich

$$P+xD$$

und die wahre Länge gleich

$$\text{II}+M-(M-v)+(P+xD)^{**}).$$

Je nachdem das Argument links oder rechts genommen wird, gilt auch das linke oder rechte Zeichen.

a und b sind die grössten östlichen und westlichen Digressionen mit dem Argumente M = Entfernung der mittleren Sonne vom Apogäum des Deferenten; für das linke Argument gilt die Bezeichnung am Kopfe, für das rechte Argument die Bezeichnung am Fusse der Tafel.

*) Für den Mond ist die Einrichtung besser, weil dieser Unterschied wegfällt; auch für die Planeten hätte sich leicht dieselbe Anordnung der Tafeln geben lassen.

**) Für II ist die wegen Präcession corrigierte Länge des Apogäums zu setzen.

Beispiel 1:

$M = 50°, A = 238°, \Pi = 190°$

Arg. $M = 50°$: $M - v = +2°4'$; $x = -0{\cdot}386$

$-(M-v) = -\ 2°40'$ Arg. $A + M - v = 240°4'$; $D_- = -3°8'$; $P = -21°47'$

$+(P + xD) = -\ 20°34$ $+xD = +\ 1°13'$

$26°46$

$\Pi = 190°$

Wahre Länge $= 216°46' = 6°46'$ Scorpion

Beispiel 2:

$M = 260°$; $A = 323°$; $M - v = -3°0'$; $x = +0{\cdot}846$

$-(M-v) = +\ 3°\ 0'$; $A + M - v = 320°0'$; $P = -10°36'$; $D_+ = -0°38'$

$+(P + xD) = -\ 11°\ 8$ $xD = -\ 32$

$251°52$

$\Pi = 190°$

Wahre Länge $= 81°52' = 21°52'$ Zwillinge.

IV.

DIE BREITENBEWEGUNGEN DES ALMAGEST.

Die Darstellung der Breitenbewegungen fällt bei Ptolemäus ausserordentlich compliciert aus, woran hauptsächlich der folgende Umstand Schuld ist, der bereits früher erwähnt wurde, dessen Folgen jedoch sich hier am klarsten zeigen und dessen Nichtbeachtung der Interpretation der Ptolemäischen Theorie bedeutende Hindernisse in den Weg gelegt haben.

Denken wir uns für die oberen Planeten den Deferenten $A''E''$ (Fig. 34) um einen gewissen Winkel J gegen die Ekliptik $E''m$ geneigt, den Epicykel $a''b''$ parallel zur Ekliptik, so also, dass der Winkel $b''A''E''$ auch gleich J ist, so müssen die Erscheinungen dieselben sein, wie sie in der Natur auftreten, worauf wir bei späterer Gelegenheit*) zu sprechen kommen werden. Nun muss aber der Epicykel, der, wie schon erwähnt, bei den oberen Planeten das Bild der Erdbahn ist, beständig parallel zur Ekliptik bleiben. Diese gleichmässig fortschreitende Bewegung bei unveränderlicher absoluter Lage im Raume war jedoch ein den Alten fremdartiger Gedanke, was wir schon daraus ersehen können, dass sie die Anomalien immer vom instantanen Apogäum zählten**). So denkt sich nun Ptolemäus auch, dass der Epicykel ab mit seiner Projection $\alpha\beta$ auf den Deferenten fest verbunden ist, dieser aber so im Umkreis des Deferenten herumgeführt wird, dass

*) S. das Copernicanische System.

**) Noch heute findet man, dass bei sehr Vielen die Erkenntnis von der Rotation des Mondes um seine Axe in der Zeit des synodischen Umlaufes desselben mit Schwierigkeiten verbunden ist, indem immer nur die relative Lage der Verbindungslinie Erde—Mond gegenüber dem Beobachter und nicht die absolute Lage dieser Verbindungslinie im Raume betrachtet wird. Da hierin der Schwerpunkt der hier gegebenen Erklärung liegt, und sich hieraus eine sehr gute Übereinstimmung des Ptolemäischen Textes ergibt, so will ich den hieher gehörigen Theil (Alma-

die Apsidenlinie Ea mit dem Epicykel fest verbunden bleibt, woraus nothwendig folgen müsste, dass die Knotenlinie sich dreht. Nehmen wir z. B. den Mars, bei welchem Ptolemäus die Knotenlinie nahe senkrecht zur Apsidenlinie nimmt; in A das Apogäum, so ist $a''A''\alpha''$ die Neigung des Epicykels gegen den Deferenten, die Knotenlinie $\Omega'\mho' \perp EA$. Nun müsste in B wegen der Drehung des ganzen Epicykels die Knotenlinie $(\Omega')(\mho')$ sein, thatsächlich ist sie aber $\Omega_1'\mho_1'$. Das Einfachste wäre nun gewesen, eine Drehung der Knotenlinie anzunehmen. Statt dessen aber nimmt Ptolemäus an, dass sich der Durch-

---

gest, XIII. Buch, 1. und 2. Cap.) anführen, wobei die in denselben eingeschalteten Ziffern auf die bei der oben gegebenen Erklärung stehenden hinweisen.

Πάλιν δὲ ἐπὶ μὲν τῶν τριῶν πλανωμένων, Κρόνου τε καὶ Διὸς καὶ Ἄρεως, παρετηρήσαμεν ὅτι, ὅταν μὲν περὶ τὸ ἀπογειότερον τμῆμα τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνωσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν πάροδοι, βορειότεροι (ὄ) τὸ πλεῖον αἰεὶ τοῦ διὰ μέσων φαίνονται, καὶ τῷ πλείῳ τότε βορειότεροι κατὰ τὰς ἐν τοῖς περιγείοις τῶν ἐπικύκλων παρόδους, τῶν ἐν τοῖς ἀπογείοις ὅταν δὲ περὶ τὸ περιγειότερον τμῆμα τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνωσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν πάροδοι, κατὰ τὴν ἐναντίαν τάξιν, νοτιώτεραι φαίνονται τοῦ διὰ μέσων. καὶ ὅτι τὰ βορειότατα πέρατα τῶν ἐκκέντρων, ἐπὶ μὲν τοῦ τοῦ Κρόνου καὶ τοῦ τοῦ Διός, περὶ τὰς ἀρχάς ἐσι τοῦ τῶν χηλῶν δωδεκατημορίου, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ἄρεως περὶ τὰ τελευταῖα τοῦ καρκίνου, καὶ σχεδὸν περὶ αὐτὸ τὸ ἀπογειότατον. Ὡσε ἐκ τούτων συνάγεσθαι, διότι τῶν μὲν ἐκκέντρων αὐτῶν τὰ μὲν κατὰ τῶν εἰρημένων μερῶν τοῦ ζωδιακοῦ πρὸς τὰς ἄρκτους ἐγκέκλιται τὰ δὲ διάμετρα τῷ ὄσῳ πρὸς μεσημβρίαν, τῶν δὲ ἐπικύκλων ἀεὶτὰ περίγεια, ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τῶν ἐκκέντρων ἐγκλίσει, τῶν πρὸς ὀρθὰς γωνίας διαμέτρων ταῖς διὰ τῶν ἀπογείων αὐτῶν παραλλήλων πάντοτε μενουσῶν τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ. (4) Ἐπὶ δὲ Ἀφροδίτης καὶ Ἑρμοῦ παρετηρήσαμεν ὅτι, ὅταν μὲν κατὰ τῶν ἀπογείων ἢ περιγείων τοῦ ἐκκέντρου τυγχάνωσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν πάροδοι τότε αἱ μὲν κατὰ τὰ περίγεια τῶν ἐπικύκλων κινήσεις οὐδενὶ κατὰ πλάτος διαφέρουσι τῶν κατὰ τὰ ἀπογεια (7), ἀλλὰ ὁμοίως ἤτοι βορειότεραι τοῦ διὰ μέσων εἰσὶν ἢ νοτιώτεραι ἐπὶ μὲν Ἀφροδίτης πάντοτε βορειότεραι, ἐπὶ δὲ Ἑρμοῦ τὸ ἐναντίον πάντοτε νοτιώτεραι (6).

Αἱ δὲ κατὰ τὰς μεγίσας ἀποσάσεις αὐτῶν πάροδοι, ἀλλήλων μὲν τῷ πλείῳ διαφέρουσι, τουτέσιν αἱ ἑῷοι τῶν ἑσπερίων. Τῶν δὲ κατὰ τὰ ἀπόγεια καὶ περίγεια τῶν ἐπικύκλων, τουτέσι τῆς παρὰ τὸν ἔκκεντρον διαφορᾶς εἰς τὰ ἐναντία τῷ ὄσῳ πάλιν τῆς ἑπομένης καὶ ἑσπερίου μεγίσης ἀποσάσεως, ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Ἀφροδίτης κατὰ τὸ ἀπόγειον τοῦ ἐκκέντρου βορειοτέρας γινομένης, καὶ κατὰ τὸ περίγειον νοτιωτέρας, ἐπὶ δὲ Ἑρμοῦ τὸ ἐναντίον κατὰ τὸ ἀπόγειον νοτιωτέρας, καὶ κατὰ τὸ περίγειον βορειοτέρας (9). Οταν δὲ κατὰ τῶν συνδέσμων ὦσιν αἱ κατὰ μῆκος αὐτῶν διευκρινημέναι πάροδοι, τότε αἱ μὲν ἐφ' ἑκάτερα τῶν ἐπικύκλων ἀπὸ τῶν ἀπογείων ἢ περιγείων τεταρτημοριαῖαι διαςάσεις, ἐν τῳ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ τυγχάνουσιν ἀμφότεραι (10) αἱ δὲ κατὰ τῶν περιγείων πάροδοι τῷ πλείῳ διαφέρουσι τῶν κατὰ τὰ ἀπόγεια. Καὶ ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Ἀφροδίτης ποιοῦνται τὴν ἔκλισιν ἐπὶ μὲν τοῦ κατὰ τὸ ἀφαιρετικὸν ἡμικύκλιον (11) συνδέσμου πρὸς μεσημβρίαν, ἐπὶ δὲ τοῦ ἐναντίου πρὸς τὰς ἄρκτους. ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ἑρμοῦ πάλιν τὸ ἐνιντίον ἐπὶ μὲν τοῦ κατὰ τὸ ἀφαιρετικὸν ἡμικύκλιον συνδέσμου πρὸς ἄρκτους, ἐπὶ δὲ τοῦ ἐναντίου πρὸς μεσημβρίαν. Ὡσε καὶ ἐκ τούτου συνάγεσθαι διότι αἱ μὲν τῶν ἐκκέντρων ἐγκλίσεις κινούμεναι καὶ αὐταὶ συναποκαθίζανται

messer $a'b'$ um einen kleinen, auf der Ebene des Deferenten senkrecht stehenden Kreis dreht, dessen Mittelpunkt bei b ist (1).

In *I* ist b oberhalb des Deferenten, gegen *II* hin wird es sich dem Deferenten nähern, in *II* fällt b in den Deferenten hinein. Nun setzt sich die Bewegung im selben Sinne fort; gegen *III* hin wird b unter den Deferenten herabsinken, über *III* hinaus sich demselben wieder nähern und nach dem Durchgange durch denselben in *IV* gegen *I* hin wieder steigen. Die Periode der Bewegung in diesem kleinen Kreise ist also gleich der Umlaufszeit des Epicykels im Deferenten (1).

ταῖς περιόδοις τῶν ἐπικύκλων, περὶ μὲν τοὺς συνδέσμους ὄντων αὐτῶν, ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ γινόμεναι τῷ διὰ μέσων, περὶ δὲ τὰ ἀπόγεια καὶ περίγεια τῷ πλείῳ (8), ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Ἀφροδίτης βορειότερον ποιοῦσαι τὸν ἐπίκυκλον, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ἑρμοῦ νοτιώτερον. Οἱ δ' ἐπίκυκλοι δύο ποιοῦνται διαφοράς, τὰς μὲν διὰ τῶν φαινομένων ἀπογείων διαμέτρους τὸ πλεῖον ἐγκλίνοντες κατὰ τοὺς συνδέσμους τῶν ἐκκέντρων, τὰς δὲ πρὸς ὀρθὰς ταύταις τὸ πλεῖον λοξοῦντες (15), τούτῳ γὰρ ἡμῖν τῷ ὀνόματι ἡ τοιαύτη κλίσις διακεκρίσθω κατὰ τὰ ἀπόγεια καὶ τὰ περίγεια τῶν ἐκκέντρων. τὸ δ' ἐναντίον, ἐκείνας μὲν ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ἐκκέντρου ποιοῦντες κατὰ τὰ ἀπόγεια αὐτοῦ καὶ τὰ περίγεια (14), ταύτας δ' ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ διὰ μέσων κατὰ τοὺς εἰρημένους συνδέσμους (16).

Συναγεται δὴ τὸ καθόλου τῶν ὑποθέσεων τοιοῦτον, ὅτι οἱ μὲν ἔκκεντροι κύκλοι τῶν πέντε πλανωμένων ἐγκεκλιμένοι τυγχάνουσι πρὸς τὸ τοῦ διὰ μέσων ἐπίπεδον, περὶ τὸ κέντρον τοῦ ζωδιακοῦ. Αλλ' ἐπὶ μὲν τῶν τριῶν Κρόνου καὶ Διὸς καὶ Αρεως μονίμως. ὥσε τὰς κατὰ διάμετρον παρόδους τῶν ἐπικύκλων εἰς τὰ ἐναντία φέρεσθαι τοῦ πλάτους. Επὶ δ' Αφροδίτης καὶ Ερμοῦ συμμεθιζάμενοι τοῖς ἐπικύκλοις ἐπὶ τὸ αὐτὸ πλάτος, ἐπὶ μὲν Αφροδίτης ἀεὶ πρὸς ἄρκτους, ἐπὶ δὲ Ερμοῦ πρὸς μεσημβρίαν (6).

Τῶν δ' ἐπικύκλων αἱ μὲν διὰ τῶν φαινομένων ἀπογείων διάμετροι, ἀπὸ τινος ἀρχῆς ἐν τῷ ἐπιπέδῳ τοῦ ἐκκέντρου γενόμεναι παραφέρονται ὑπο κυκλίσκων παρακειμένων (1) φέρ' ἐπειν τοῖς περιγείοις αὐτῶν πέρασι, συμμέτρων μὲν τῇ τηλικαύτῃ πρὸς τὸ πλάτος παραχωρήσει, ὀρθῶν δὲ πρὸς τὰ τῶν ἐκκέντρων ἐπίπεδα, καὶ τὰ κέντρα ἐχόντων ἐν αὐτοῖς, περιερεφομένων δ' ὡμαλῶς καὶ ἀκολούθως ταῖς κατὰ μῆκος παρόδοις ἀπὸ τῆς ἑτέρας τῶν κατὰ τὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων αὐτῶν τε καὶ τῶν ἐπικύκλων ἀρχῆς, ὡς πρὸς τὰς ἄρκτους καθ' ὑπόθεσιν, καὶ συμπαραγόντων τὰ ἐπίπεδα τῶν ἐπικύκλων, κατὰ μὲν τὴν ἐπὶ τὸ πρῶτον τεταρτημόριον φορὰν, ἐπὶ τὸ βορειότατον δηλονότι πέρας, κατὰ δὲ τὴν ἑξῆς ἐπὶ τὸ τοῦ ἐκκέντρου πάλιν ἐπίπεδον, κατὰ δὲ τὴν ἐπὶ τὸ τρίτον ἐπὶ τὸ νοτιώτατον πέρας, κατὰ δὲ τὴν ἐπὶ τὸ λεῖπον ἀποκατάσασιν ἐπὶ τὸ τῆς ἀρχῆς ἐπίπεδον, καὶ ὅτι ἡ τῆς τοιαύτης ἀφέσεως ἀρχή τε καὶ ἀποκατάσασις, ἐπὶ μὲν Κρόνου καὶ Διὸς καὶ Αρεως, ἀπὸ τῆς κατὰ τὸν ἀναβιβάζοντα σύνδεσμον τομῆς συνίστανται (3), ἐπὶ δὲ Αφροδίτης ἀπὸ τοῦ περιγείου τοῦ ἐκκέντρου, ἐπὶ δὲ Ερμοῦ ἀπὸ τοῦ ἀπογείου τοῦ ἐκκέντρου (12). αἱ δὲ πρὸς ὀρθὰς γωνίας διάμετροι ταῖς προειρημέναις, ἐπὶ μὲν τῶν τριῶν ἀσέρων μένουσιν ὡς ἔφαμεν ἀεὶ παράλληλοι τῷ τοῦ διὰ μέσων επιπέδῳ (4), ἢ οὐδενί γε ἀξιολόγῳ πρὸς αὐτὸ λελοξωμέναι τυγχάνουσιν, ἐπὶ δὲ Ερμοῦ καὶ Αφροδίτης καὶ αὐταὶ γινόμεναι πάλιν ἀπό τινος ἀρχῆς, ἐν τῷ τοῦ δια μέσων ἐπιπέδῳ παραφέρονται ὑπὸ κυκλίσκων παρακειμένων τοῖς ἑπομένοις φέρ' εἰπεῖν αὐτῶν πέρασι, συμμέτρων μὲν πάλιν τῇ τηλικαύτῃ κατὰ πλάτος παραχωρήσει, ὀρθῶν δὲ πρὸς τὸ τοῦ διὰ μέσων ἐπίπεδον, καὶ τὰ κέντρα ἐχόντων ἐπὶ τῶν διαμέτρων τῶν

Um jedoch durch diese Bewegung im Kreise keine Verschiebung in Länge zu bewirken, bemerkt Ptolemäus ausdrücklich, dass die Kreise ihre Mittelpunkte stets so weit zurückgeschoben haben, dass eine Verschiebung in Länge nicht stattfindet (2). Der Beginn der Drehung des Durchmessers *ab*, d. h. der Moment, wo *ab* in den Deferenten fällt, liegt bei Saturn, Jupiter und Mars in dem aufsteigenden Knoten des Deferenten (3). Eine ähnliche Drehung könnte man für den Halbmesser *cd* voraussetzen, indem *d* bei *I* in dem Deferenten liegt, gegen *II* hin sich über denselben erhebt, in *II* seine höchste Lage erreicht, gegen *III* hin wieder zu dem Deferenten herabsinkt, zwischen *III* und *IV* unter demselben ist und von *IV* bis *I* sich wieder erhebt. Hier aber nimmt Ptolemäus kürzer an, dass dieser Durchmesser *cd* immer parallel zur Ekliptik bleibt (4).*)

Über die Lage der Knoten sagt Ptolemäus, dass die Planeten Saturn, Jupiter und Mars nördlich von der Ekliptik erscheinen, wenn der Epicykelmittelpunkt in derjenigen Hälfte des Deferenten liegt, in welcher das Apogäum sich befindet (5), also in *A*; dass unter allen Breiten dann die grössten auftreten, wenn der Planet im Perigäum des Epicykels ist, also in *b'*, woraus folgt, dass die Apogäen der Deferenten nördlich von der Ekliptik liegen und die Perigäen der Epicykeln in dem-

---

παρραλλήλων τῷ τοῦ διὰ μέσων ἐπιπέδῳ, περιϕερομένων δὲ ἰσοταχῶς τοῖς ἄλλοις ἀπὸτῆς ἑτέρας τῶν κατὰ τὰς τομὰς τῶν ἐπιπέδων αὐτῶν τε καὶ τῶν ἐπικύκλων ἀρχῆς, ὡς πρὸς τὰς ἄρκτους πάλιν καθ' ὑπόθεσιν (1), καὶ συμπαραγόντων τὰ πρὸς ἑσπέραν πέρατα τῶν ἐκκειμένων διαμέτρων κατὰ τὴν αὐτὴν τάξιν δηλονότι τῇ προειρημένῃ. Καὶ ἔτι καὶ ἐπὶ τούτων ἡ τῆς ὁμοίας ἀφέσεως ἀρχή τε καὶ ἀποκατάϛασις, ἐπὶ μὲν τοῦ τῆς Αϕροδίτης ἀπὸ τοῦ κατὰ τὸ προσθετικὸν ἡμικύκλιον συνδέσμου συνίσταται, ἐπὶ δὲ τοῦ τοῦ Ερμοῦ ἀπὸ τοῦ κατὰ τὸ ἀϕαιρετικόν (13).

Δεῖ μέντοι, περὶ τῶν εἰρημένων κυκλίσκων, ὑϕ' ὧν αἱ παραϕοραὶ τῶν ἐπικύκλων ἀποτελοῦνται, τοῦτο προλαβεῖν. ὅτι διχοτομοῦνται μὲν ὑπὸ τῶν ἐπιπέδων καὶ αὐτοὶ, περὶ ἃ τὰς παραϕορὰς τῶν ἐγκλίσεων γίγνεσθαι ϕαμέν. οὐτω γὰρ ἂν μόνως ἴσας τὰς ἐϕ' ἑκάτερα κατὰ πλάτος αὐτῶν παρόδους συνίϛασθαι συμβαίνει. Τὰς μέντοι πρὸς ὁμαλὴν κίνησιν περιϕορὰς οὐ περὶ τὸ ἴδιον κέντρον ἔχουσιν ἀποτελουμένας, περί τι δὲ ἕτερον τὸ ποιῆσον τὴν αὐτὴν ἐκκεντρότητα πρὸς τὸν κυκλίσκον τῇ κατὰ μῆκος τοῦ ἀξέρος πρὸς τὸν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλον (2). Τῶν γὰρ ἀποκαταϛάσεων ἰσοχρονίων ὑποκειμένων ἐπί τε τοῦ ζωδιακοῦ καὶ τοῦ κυκλίσκου, καὶ ἔτι τῶν ἐν ἑκατέρῳ τεταρτημορίῳ παρόδων ἀλλήλαις κατὰ τὸ ϕαινόμενον ἐϕαρμοζουσῶν, ἐὰν μὲν περὶ τὸ ἴδιον κέντρον ἡ περιϕορὰ τοῦ κυκλίσκου γίνηται, τὸ προκείμενον ὐδαμῶς συμβήσεται, τῶν μὲν κατὰ τὸν κυκλίσκον παράδων ἕκαϛον τῶν τεταρτημορίων ἰσοχρονίως διερχομένων, τῶν δὲ πρὸς τὸν ζωδιακὸν τοῦ ἐπικύκλου θεωρουμένων, μηκέτι, διὰ τὴν καθ' ἕκαϛον ὑποκειμένην ἐκκεντρότητα. Ἐὰν δὲ περὶ τὸ τῇ θέσει ὅμοιον τῳ τοῦ ἐκκέντρου καὶ τῶν τεταρτημορίων τὰ ἐϕαρμόζοντα τοῦ τε ζωδιακοῦ καὶ τοῦ κυκλίσκου, κατὰ τοὺς ἴσους χρόνους αἱ τῶν ἐγκλίσεων ἀποκαταϛάσεις διελεύσονται.

*) Für Venus und Mercur werden auch hier kleine Kreise angenommen.

selben Sinne vom Deferenten abweichen, wie diese von der Ekliptik (d. h. in demjenigen Theile, wo der Deferent nördlich von der Ekliptik ist, ist auch das Perigäum des Epicykels nördlich vom Deferenten) während die zu den Apsiden rechtwinkeligen Durchmesser immer parallel zur Ekliptik bleiben (4). Die Lage der Knoten wird dadurch bestimmt, dass die nördlichsten Punkte der Deferenten für Saturn und Jupiter im Anfang der Wage, für Mars zu Ende des Krebses (in der Nähe des Apogäums) liegen*).

Dabei sind nach unserer jetzigen Kenntnis die Winkel $i = bA\beta$ und $J = AEm$ als gleich angenommen. Ptolemäus hatte diese Kenntnis nicht und nahm auch die Neigung des Deferenten J von der Neigung des Epicykels i verschieden an. Man sieht aber, dass in der Theorie der Bewegung dadurch keine wesentliche Änderung eintritt und die Verhältnisse der Qualität nach dieselben bleiben und nur der Quantität nach sich ändern. Der Erfolg ist, wie man sieht, eine variable Neigung des Epicykels. Da cd beständig parallel der Ekliptik bleibt, so ist in II und IV $i' = J$, in I und II wird eine andere Neigung i sein, von I nach II geht die wahre Neigung, gemessen in der durch Bn gehenden auf der Ekliptik senkrecht stehenden Ebene von i nach i' über, von II nach III wieder von i' nach i u. s. w. Die Ursache zur Annahme dieser Veränderlichkeit sind natürlich Beobachtungsfehler.

Für Venus und Mercur hat der Deferent keine constante Neigung. Ptolemäus fand nämlich aus seinen Beobachtungen, dass Venus durch den Deferenten stets gegen Norden, Mercur gegen Süden getragen werde (6), und dass diese Erscheinung nur dann nicht eintritt, wenn der Epicykelmittelpunkt sich 90° vom Apogäum oder Perigäum des Deferenten befindet**). Daraus schliesst Ptolemäus, dass die Knotenlinie des Deferenten 90° von der Apsidenlinie absteht, und dass der Deferent um diese Linie schwankt, bis zu einer Maximalneigung J. Ist der Epicykel in B (Fig. 35), so fällt der Deferent mit der Ekliptik zusammen; in dem Masse, als der Epicykel sich von B gegen C hinbewegt, steigt der Deferent über die Ekliptik bis zur Maximalelongation J, fällt dann

*) Man hat:

	Länge des Apogäums	Länge der grössten Breite des Deferenten nach Ptolemäus, Almagest, XIII. Buch, 6. Cap.	nach Proclus Diadochus Hypothyposen
Saturn	23° Scorpion	3° 0′ Wage	3° Wage
Jupiter	10° 40′ Jungfrau	0° 40′ Wage	1° Wage
Mars	25° 30′ Krebs	25° 30′ Krebs	Ende des Krebses

**) Hiemit im Widerspruche steht die Bemerkung, dass keine Differenz entsteht, wenn der Epicykel im Apogäum oder Perigäum des Deferenten, und der Planet im Perigäum oder Apogäum des Epicykels ist (7).

wieder, und wenn der Epicykel in G ist, so ist die Neigung des Deferenten wieder Null. Bei der weiteren Bewegung des Epicykels gegen A wird der Deferent auf der Seite von C noch weiter sinken, also nunmehr bei A über die Ekliptik hinaufsteigen, woraus man sieht, dass, wenn die Periode der Bewegung des Deferenten gleich ist derjenigen der Bewegung des Epicykels, dessen Mittelpunkt immer oberhalb der Ekliptik liegt (8). Die Knotenlinie des Epicykels ergibt sich daraus, dass, wenn der Epicykel in den Knoten des Deferenten ist, und der Planet 90° vom Apogäum des Epicykels entfernt, also in a' oder b', er in der Ekliptik erscheint; die Knotenlinie des Epicykels ist also senkrecht zur Knotenlinie des Deferenten, demnach parallel zur Apsidenlinie des Deferenten (was allerdings nicht richtig ist) (10). Wenn jedoch der Planet in einem anderen Punkte des Epicykels ist, z. B. in p oder p', so wird er eine gewisse Breite haben, und zwar wird die westliche Digression (am Morgen) und die darauffolgende östliche (am Abend) auf der Seite des Apogäums d' für Venus nördliche Breiten geben, auf der Seite des Perigäums c' (in p_1 und p_1') südliche Breiten, für Mercur gerade umgekehrt (9).

Im Perigäum und Apogäum des Deferenten kann man aus der Breite der Venus in der östlichen und westlichen Digression ebenfalls auf die Lage der Bahn schliessen. Im Perigäum muss im subtractiven Theil des Epicykels (wo die Prosthapheräse subtractiv ist, im Halbkreise $c_1 a_1 d_1$) die Breite nördlich sein, im anderen Theile ($d_1 b_1 c_1$) südlich; beim Mercur umgekehrt (11). Aus beiden Angaben zusammen lässt sich schliessen, dass für Venus der linke Theil der Bahn (in Fig. 35) nördlich von der Ekliptik liegt, für den Mercur der rechte Theil*).

Die beiden auf einander senkrechten Halbmesser cd und ab werden sich wieder in kleinen Kreisen bewegen, so dass c in I im Deferenten, in II

*) Für den Mercur stimmt dieses recht gut, da der Abstand des Perihels vom absteigenden Knoten zu den Zeiten des Ptolemäus circa 23° war, die Knotenlinie demnach parallel XX' sein müsste, da der Epicykel die thatsächliche Mercursbahn vorstellt. Für die Venus jedoch ist ein scheinbarer Widerspruch vorhanden, da der Abstand des Perihels vom Knoten circa 45½° war, also die Knotenlinie des Epicykels parallel $X_1 X_1'$ sein sollte. Man muss sich jedoch erinnern, dass hier das Perigäum nicht dasjenige der Venusbahn ist, sondern dasjenige der Erdbahn, und da die Länge des Apogäums der Erdbahn zu den Zeiten des Ptolemäus circa 65°, diejenige des Knotens der Venusbahn circa 61° war, so ist die Entfernung des Apogäums der Erdbahn von dem Knoten der Venusbahn nahe gleich 0, demnach müsste die Knotenlinie parallel zu AC sein, und die Neigung der Bahn entgegengesetzt derjenigen der Mercursbahn, oder besser gesagt, die Knoten nahe dieselben, und die Neigungen nach derselben Richtung, aber die Apogäen um nahe 180° von einander verschieden.

am meisten oberhalb, in *III* im Deferenten, in *IV* am meisten unterhalb desselben ist; der Anfangspunkt der Bewegung (die Ausweichung nach oben ist der Beginn derselben) ist für Venus im Perigäum des Deferenten, für Mercur im Apogäum (12). Die auf der Apsidenlinie senkrechten Durchmesser ab werden ebenfalls in kleinen Kreisen geführt, so dass die Bewegung für die Venus bei *II* beginnt, indem hier der in Länge vorangehende Halbmesser b im Deferenten ist, in *III* oberhalb, in *IV* im Deferenten, in *I* unterhalb. Für den Mercur natürlich ist der Beginn der Bewegung in *IV*, weil für diesen b_1 in *I* oberhalb des Deferenten ist. Der Beginn der Bewegung ist für Venus im additiven Theil des Deferenten (wo $v > M$), für Mercur im subtractiven (13). Im Apogäum und Perigäum wird daher die Apsidenlinie des Epicykels in den Deferenten fallen (14); der darauf senkrechte Halbmesser wird gegen diesen geneigt sein und eine gewisse Breite hervorbringen, welche durch die schiefe Lage dieses Halbmessers entsteht, und die Ptolemäus λόξωσις nennt (15)*); während in den Knoten des Deferenten (*IV* und *II*) diese zu den Apsiden des Epicykels senkrechten Durchmesser in die Ekliptik fallen (16), und die Apsidenlinie des Epicykels cd gegen die Ebene des Deferenten geneigt ist und daher eine Neigung des Epicykels bewirkt, die Ptolemäus ἔγκλισις nennt. Die ἔγκλισις ist in B und G am grössten, in A und C gleich Null; die λόξωσις ist in A und C am grössten, in B und G gleich Null; in irgend einen anderen Punkt, z. B. in C' combinieren sich ἔγκλισις und λόξωσις, wodurch die complicierte Berechnung der Breiten für Mercur und Venus entsteht. Hienach bleibt die Knotenlinie des Epicykels parallel zu sich selbst und parallel zur Apsidenlinie des Deferenten. Dieses folgt auch aus den Zusammenstellungen der Epochen in den „Hypothesen" des Ptolemäus. Für den 1. Thot des Jahres 1 nach Alexanders Tode findet man daselbst z. B. für den Mercur die mittlere Länge des Epicykelmittelpunktes (s. Fig. 32) $ADB = 42^\circ\, 16'$, und der Abstand des nördlichsten Punktes N des Epicykels vom Apogäum Π, entgegengesetzt der Bewegungsrichtung $\Pi BN = 132^\circ\, 16'$, demnach $\Pi B\mathfrak{V} = 42^\circ\, 16'$ (da $NB\mathfrak{V} = 90^\circ$ ist). Für Venus ist (Fig. 35) $C'DA = 177^\circ\, 16'$, $\Pi C'N' = 87^\circ\, 16'$, also

$$\Pi C'(\mathfrak{S}') = 177^\circ\, 16'.$$

Zur Bestimmung der Neigungen dienen verschiedene Wege für die oberen und unteren Planeten.

---

*) Delambre meint, dass Ptolemäns mit λόξωσις die Neigung des Epicykels, mit ἔγκλισις die Neigung des Deferenten bezeichnet (Noten zur Halmaschen Ausgabe des Almagest, pag. 25 der Noten).

Für Saturn und Jupiter findet Ptolemäus keinen merklichen Unterschied in der Breite, ob der Epicykel im Apogäum oder Perigäum des Deferenten ist; merkliche Unterschiede jedoch finden sich, wenn der Planet im Apogäum des Epicykels oder im Perigäum desselben ist. Daraus folgt, dass die Excentricität des Deferenten keine wesentlich merkbare Ungleichheit hervorbringt. Sei also E (Fig. 36) die Erde, EE' die Ekliptik, ED der Deferent, ab der Epicykel, so fand sich, dass für die Stellung des Planeten im Apogäum b des Epicykels (zur Zeit der Conjunction, also des Verschwindens des Planeten in den Sonnenstrahlen und des Wiedererscheinens desselben aus den Sonnenstrahlen) der Winkel

$$bEE' = \beta$$

kleiner war, als wenn der Planet im Perigäum des Epicykels (d. h. in der Opposition) war, für welchen Punkt die Breite

$$aEE' = \alpha$$

sei. Nun ist

$$\frac{\sin y}{\sin x} = \frac{\frac{bb'}{bE}}{\frac{aa'}{aE}} = \frac{aE}{bE}$$

wofür Ptolemäus wegen der Kleinheit von x, y und i genügend genau

$$\frac{y}{x} = \frac{ED - Db}{ED + Db} = m$$

setzt. Da ferner

$$J = \alpha - x = \beta + y$$
$$x + y = \alpha - \beta$$

ist, so folgt

$$x = \frac{1}{m+1}(\alpha - \beta);\ y = \frac{m}{m+1}(\alpha - \beta)$$
$$\frac{\sin(i+x)}{\sin x} = \frac{ED}{Da}$$

oder für die mittlere Entfernung $ED = R$, $Da = Db = r$

$$m = \frac{R-r}{R+r}$$
$$x = \frac{1}{m+1}(\alpha - \beta)$$
$$y = \frac{m}{m+1}(\alpha - \beta)$$
$$J = \alpha - x = \beta + y$$
$$i = \left(\frac{R}{r} - 1\right)x$$

Für den Saturn ist $\alpha = 3°$, $\beta = 2°$, $m = 0{\cdot}803$ für die mittlere Entfernung (0·822 für das Apogäum, 0·781 für das Perigäum; Ptolemäus nimmt $\frac{18}{23} = 0{\cdot}781$). Es wird

$$x = 33{\cdot}3;\ y = 26{\cdot}7;\ J = 2°\,26{\cdot}7;\ i = 4°\,32'^{*})$$

Ptolemäus findet $x = 34'$, $y = 26'$ und setzt rund $J = 2\frac{1}{2}°$, $i = 4\frac{1}{2}°$.

Für Jupiter ist $\alpha = 2°$, $\beta = 1°$, $m = 0\,674$ für die mittlere Entfernung des Epicykelmittelpunktes (0·698 für das Apogäum, 0·647 für das Perigäum; Ptolemäus gibt $\frac{29}{43} = 0\,674$). Damit

$$x = 35{\cdot}8,\ y = 24{\cdot}2,\ J = 1°\,24{\cdot}2,\ i = 2°\,28'.$$

Ptolemäus findet $x = 36'$, $y = 24'$ und nimmt rund $J = 1\frac{1}{2}°$, $i = 2\frac{1}{2}°$.

Für den Mars zeigte sich ein merklicher Einfluss der Excentricität. Die Oppositionen, in denen der Epicykelmittelpunkt im Apogäum des Deferenten war, gaben eine andere Breite $\beta = bEE'$ (Fig. 37) als diejenige, in denen der Epicykelmittelpunkt sich im Perigäum des Deferenten befand, für welchen Fall die Breite durch $aEE'' = \alpha$ gemessen wird. Indem nun Ptolemäus annimmt, dass die Neigung i in beiden Fällen dieselbe ist, so lässt sich aus der Messung von α und β der Wert von J und i finden. Es ist wieder

$$\frac{\sin x}{\sin y} = \frac{Eb}{Ea}$$

wofür man wegen der Kleinheit von x, y und i setzen kann:

$$\frac{x}{y} = m = \frac{R - r + e}{R + r - e}$$

Da nun

$$J = \beta - y = \alpha - x$$

ist, so ist

$$x - y = \alpha - \beta;\ x = \frac{m}{m-1}(\alpha - \beta);\ y = \frac{\alpha - \beta}{m - 1}$$

$$i = \left(\frac{R}{r} - 1\right) y$$

Die Beobachtung lieferte $\alpha = 7°$, $\beta = 4\frac{1}{3}°$; da nun $m = 3{\cdot}88$ ist, so wird

$$x = 3°\,35{\cdot}6,\ y = 0°\,55{\cdot}6,\ J = 3°\,24{\cdot}4;\ i = 0°\,28{\cdot}2.$$

*) Thatsächlich sollte $i = J$ sein; es ist klar, dass, wie schon erwähnt, diese Verschiedenheit sehr leicht durch Beobachtungsfehler entstehen kann; α und β sind ja nur in runden Zahlen gegeben, β überdies nicht genau im Apogäum des Epicykels gemessen.

Ptolemäus setzt $m = \frac{9}{5}$*), womit man $x = 6° 0'$, $y = 3° 20'$, $J = 1° 0'$, $i = 1° 41{,}4$ erhält; Ptolemäus erhält $J = 1° 0'$; $i = 2° 15'$.

Für Venus und Mercur werden die Bestimmungen der Neigungen ebenso einfach. Wenn der Epicykel im Apogäum oder Perigäum des Deferenten (also in den Punkten der grössten Breite desselben), und der Planet im Apogäum oder Perigäum des Epicykels (Knotenlinie desselben auf dem Deferenten) sich befindet, so werden die Planeten immer in derselben Breite erscheinen, und zwar Venus stets $\frac{1}{6}°$ nördlich und Mercur 45′ südlich**).

In ihren grössten Elongationen von der Sonne (in derselben Lage des Epicykelmittelpunktes) waren die Unterschiede der Breiten zwischen beiden Elongationen 5°, also der Breitenunterschied einer Beobachtung gegen den Epicykelmittelpunkt $2\frac{1}{2}°$ für jeden Planeten. Hieraus lässt sich die Neigung i_1 (λόξωσις) bestimmen. Für die grösste Elongation α ist, wenn β die beobachtete Breite ist,

$$p \sin \beta = q \sin i_1$$

gleich dem von dem Planeten Q (Fig. 21) auf die Ekliptik gefällten Perpendikel. Hieraus folgt

$$r \cot \alpha \sin \beta = r \cos \alpha \sin i_1$$

$$\sin i_1 = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{m}{r} \sin \beta$$

Nun ist in der mittleren Entfernung für Venus $m = R$ und für Mercur $m = R + \frac{1}{2} e$, womit sich für i_1 die Werte ergeben

		nach Ptolemäus***)
für Venus	3° 28′5	3° 30′
für Mercur	6° 59′7	7° 0′

Mit diesen Werten von i_1 erhält man die Breiten für andere Entfernungen m (in den grössten Digressionen) aus

*) Wieso er zu diesem Wert kommt, sagt er nicht. Er sagt nur, dass sich die Winkel, die zu gleichen Bögen gehören, im Perigäum zu denjenigen im Apogäum des Deferenten wie 9 : 5 verhalten.

**) Die „Hypothesen" haben für Mercur auch $\frac{1}{6}°$; in der Zusammenstellung daselbst heisst es jedoch 0° 45′. Für Venus sind die 10′ offenbar Beobachtungsfehler. Beim Mercur, dessen Neigung 7° ist, könnte man vermuthen, dass diese scheinbare Neigung davon herrührt, dass in der Rechnung für das angenommene Apogäum das Argument der Breite nicht 180°, sondern circa 208° ist, und man könnte daraus auch schliessen, dass die Beobachtung, welche dieses Resultat liefert, im Apogäum gemacht wurde, denn im Perigäum hätte sich eine nördliche Breite ergeben müssen.

***) Almagest, XIII. Buch, 4. Cap.

$$\sin \beta = \frac{r}{m} \sin i_1$$

für Venus für Mercur

wo in dem Apogäum $m = R + e \quad R + \frac{3}{2} e$

in dem Perigäum $m = R - e \quad R - \frac{1}{2} e$

ist. Man erhält im Apogäum $\beta = 2°\,26'.9 \quad 2°\,16'.7$

im Perigäum $\beta = 2\ 33.3 \quad 2\ 45.3$

Die Differenzen vom Mittelwerte $2° 20'$ betragen für Venus $-3'.1$ und $+3'.3$, sind daher für Ptolemäus völlig zu vernachlässigen; die Differenzen für Venus $-13'.3$ und $+15'.3$ sind jedoch etwas grösser, und Ptolemäus verwendet das Mittel $15'$, um die mit der mittleren Entfernung gerechneten Breiten auf diejenige für das Apogäum, beziehungsweise Perigäum zu reducieren, und proportional dem Abstande von den Apsiden für irgend eine andere Entfernung OE.

Die aus der Neigung entstehenden Reductionen auf die Ekliptik lassen sich auf folgende Weise ermitteln. Ist α' die Projection von α, so ist (Fig. 21)

$$\sin \alpha = \frac{q}{p}$$

$$\sin \alpha' = \frac{q \cos i_1}{p \cos \beta}$$

folglich

$$\frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{\cos i_1}{\cos \beta}$$

$$\frac{\sin \alpha - \sin \alpha'}{\sin \alpha + \sin \alpha'} = \frac{\cos \beta - \cos i_1}{\cos \beta + \cos i_1}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha - \alpha'}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha + \alpha'}{2}} = \operatorname{tg} \frac{i_1 - \beta}{2} \operatorname{tg} \frac{i_1 + \beta}{2}$$

oder genügend genau

$$\alpha - \alpha' = (i_1 - \beta) \operatorname{tg} \frac{i_1 + \beta}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

In der mittleren Entfernung werden die Reductionen $\alpha - \alpha'$ hienach für Venus $3'.3$, für Mercur $9'.1$; Ptolemäus findet $1'$ und $6'$, welche Beträge von der Grösse der Beobachtungsfehler waren.

Wenn der Epicykelmittelpunkt im Knoten des Deferenten ist, und gleichzeitig der Planet im Apogäum und Perigäum des Epicykels, so ist die Neigung der Apsidenlinie $d'c'$ (Fig. 35) gegen den Deferenten gleich der Neigung (ἔγκλισις) des Epicykels in dieser Stellung. Sei die

beobachtete nördliche Breite x, die südliche y, so wird man aus jeder einen Wert für i erhalten. Es ist, wenn ED (Fig. 36) $= \rho$ gesetzt wird*):

$$\sin (i + x) = \frac{\rho}{r} \sin x$$

$$\sin (i - y) = \frac{\rho}{r} \sin y$$

Für Venus fand sich**)

$$x = 6^\circ 20', \; y = 1^\circ,$$

demzufolge die zwei Werte $2^\circ 28'.4$ und $2^\circ 23'.4$ für i, daher das Mittel

$$i = 2^\circ 25'.9,$$

wofür Ptolemäus $2\frac{1}{2}^\circ$ setzt.

Für Mercur wird $x = 1^\circ 45'$, $y = 4^\circ$; mit Rücksicht auf die Entfernung ρ für $v = 90^\circ$ ($\log \rho = 9{\cdot}98054$), erhält man hiemit die beiden Werte $6^\circ 12'.9$ und $6^\circ 14'.4$, im Mittel

$$i = 6^\circ 13'.6,$$

wofür Ptolemäus $6\frac{1}{4}^\circ$ setzte. Selbstverständlich ist der Unterschied zwischen λόξωσις und ἔγκλισις nur den Beobachtungsfehlern zuzuschreiben.

Um nun Tafeln für die Breiten zu geben, rechnet Ptolemäus die Breiten für verschiedene Anomalien, wenn der Epicykelmittelpunkt in I, III (nördlichster und südlichster Punkt des Deferenten, Fig. 34) sich befindet. Für die oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars gibt dies die Breiten für verschiedene Anomalien im Apogäum und Perigäum, während für die Lagen II und IV des Epicykels die Breiten für alle Anomalien gleich Null sind. Sei die Zeichnungsfläche (Fig. 38) ein Durchschnitt in der Richtung $I\,III$ senkrecht auf die Ekliptik; sei EE' der Schnitt der Zeichnungsfläche mit der Ekliptik, ED mit dem Deferenten, ab mit dem Epicykel.

Ist $aD(P) = A$, wenn $a(P)b$ der umgelegte Epicykel ist, und ist $PP' \perp ab$, so ist P' die Projection von P auf die Zeichnungsfläche. Sind ferner p, p' die Projectionen von P, P' auf die Ekliptik, so ist $PP'p'p$ ein Rechteck, in welchem p vertical über p', P vertical über P' liegt; um $P'p'$ umgelegt, wird dasselbe $[P]P'p'[p]$. Die Breite des Planeten ist $\beta = PEp$, die Prosthapheräse $P = p'Ep$. Nun ist, da $ED = \rho$, $aD = r$, $E'Db = i$, $E'ED = J$ ist:

*) In Fig. 36 stellt ED die Ebene des Deferenten, ab diejenige des Epicykels vor.

**) Almagest, XIII. Buch, 3. Cap. Ptolemäus umgeht diese Rechnung. Man sieht nämlich, dass x und y die Prosthapheräsen für die Anomalien $180 + i$ und i für Venus, und für die Anomalien $-i$ und $180 - i$ für Mercur sind.

$$PP' = (P)P' = r \sin A$$
$$DP' = r \cos A$$
$$EP' = \sqrt{(\rho + r \cos A \cos i)^2 + (r \cos A \sin i)^2}$$
$$\operatorname{tg} z = \frac{r \cos A \sin i}{\rho + r \cos A \cos i}$$
$$Ep' = EP' \cos (J - z)$$
$$pP = EP' \sin (J - z)$$

folglich

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{pP}{EP} = \frac{EP' \sin (J - z)}{\sqrt{Ep'^2 + PP'^2}}$$

oder

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{EP' \sin (J - z)}{\sqrt{EP'^2 \cos (J - z)^2 + r^2 \sin A^2}}$$
$$\operatorname{tg} P = \frac{r \sin A}{EP' \cos (J - z)}$$

Ptolemäus findet, dass die hieraus erhaltene Prosthapheräse nur um so kleine Beträge von derjenigen abweicht, welche unter der Voraussetzung $i = J = o$ erhalten wird, dass die Reduction auf die Ekliptik unterbleiben kann. Die Breiten hängen ausser von r, i und J noch von ρ ab, und Ptolemäus gibt für jeden der drei oberen Planeten eine Tafel, die die Werte von β für die Entfernung im Apogäum ($\rho = R + e$) und für diejenige im Perigäum ($\rho = R - e$) mit dem Argumente A gibt. Jedoch gelten diese Werte sonderbarerweise nicht für das Apogäum und Perigäum selbst, sondern für die Punkte grösster nördlicher und südlicher Breite*). Sei die Länge des nördlichsten Punktes des Deferenten N_0, die Länge des Apogäums Π_0, so ist**)

für Saturn $N_0 - \Pi_0 = 20°$ $N_0 = 3°$ 0′ Wage
für Jupiter $N_0 - \Pi_0 = 50°$ $N_0 = 0°$ 40′ Wage
für Mars $N_0 - \Pi_0 = 0°$ $N_0 = 25°$ 30′ Krebs.

Da für die Lage des Epicykels in *II* die Breiten für alle Anomalien 0 sind, so geht für eine beliebige Anomalie A' die Breite bei der Bewegung des Epicykels von *I* nach *II* von dem für *I* geltenden Werte zu 0 über; den Reductionsfactor für die Entfernung $A'E'B'$ (Fig. 34) nimmt Ptolemäus proportional der Mondbreite in dieser Entfernung, „weil die Perioden der kleinen Kreise gleich denen des Epicykels auf

*) Die doppelte Ungleichheit, die aus der Verschiedenheit der Länge des Apogäums und der Länge des Knotens hervorgeht, war für die Ptolemäischen Tafeln viel zu compliciert. Noch complicierter sind die Verhältnisse für Mercur und Venus, und man würde die Ptolemäische Theorie aus dem Anblick der Tafeln, wie dies Delambre vorschlägt (Noten zu Halma, pag. 25), nie kennen lernen.

**) Almagest, XIII. Buch, 6. Cap.

dem Deferenten sind, αἱ δὲ πηλικότητες τῶν ἐγκλίσεων καὶ τῶν λοξώσεων πασῶν οὐ μακράν εἰσι τῆς κατὰ τὸν λοξὸν τῆς σελήνης κύκλον, καὶ ἀνάλογον μὲν ἔχουσιν ἔγγιστα πάλιν αἱ μέχρι τῶν τηλικούτων ἐγκλίσεων κατὰ μέρος παραχωρήσεις" *). Es ist dies nur eine allerdings für Ptolemäus ausreichende Annäherung zur Ersparung der Rechnung. Dabei ist der Gedanke festgehalten, dass für eine und dieselbe Anomalie A' das Verhältnis der Breiten in I, B' und II dasselbe ist wie für die Epicykelmittelpunkte A', B' und II, und für diese wieder dasselbe für alle möglichen (geringen) Neigungen J. Ist die grösste Mondbreite B_0, diejenige in der Entfernung $A'E'B'$ gleich B, so ist das Verhältnis derselben $x = \frac{B}{B_0}$; für die Deferentenneigung J wird x beibehalten; ist J die grösste Breite, so ist in B' die Breite xJ; ist für eine Anomalie A' die Breite in $I\beta$, so ist sie in B' gleich $x\beta$; natürlich hat man für den positiven Theil $IV\,I\,II$ andere Breiten β, wie für den negativen $II\,III\,IV$.

Eine solche Tafel ist z. B. für den Jupiter:

A'	β_1	β_2	x	A'
0°	1° 7	1° 5	+ 1·00	360°
18	1 8	1 6	+ 0 95	342
36	1 11	1 9	+ 0·81	324
54	1 14	1 13	+ 0·59	306
72	1 21	1 21	+ 0·31	288
90	1 30	1 30	0·00	270
108	1 39	1 39	− 0·31	252
126	1 47	1 48	− 0·59	234
144	1 55	1 57	− 0·81	216
162	2 2	2 5	− 0·95	198
180	2 4	2 8	− 1·00	180

Mit dem Argumente B = Beobachtete Länge $- N_0$ wird x entnommen; mit dem Argumente $A' = A_0 + (M - v)$ wird β_1 für positive x und β_2 für negative x entnommen; die Breite ist dann $x\beta_1$ oder $x\beta_2$ (das Zeichen folgt von selbst).

Beispiel 1. Beobachtete Länge: 6° Scorpion; $A_0 + M - v = 216°$; $B = 35° 20'$; $x = + 0{\cdot}81$, $\beta_1 = 1° 55'$, Breite $= + 1° 33'$.

Beispiel 2. Beobachtete Länge: 24° Stier; $A_0 + M - v = 162°$; $B = 233° 20'$, $x = - 0{\cdot}59$, $\beta_2 = 2° 5'$; Breite $- 1° 14'$.

*) Almagest, XIII. Buch, 5. Cap.

Ptolemäus hatte wol wahrscheinlich selbst gesehen, dass diese Tafeln seiner Theorie nur genähert entsprechen konnten, aber mit Rücksicht auf den geringen Gewinn an Genauigkeit, der übrigens für die damalige Beobachtung illusorisch war, und den verhältnismässig grossen Aufwand an Mehrarbeit für eine genauere Breitenbestimmung hielt er die Tafeln für ausreichend.

Für Mercur und Venus werden die Tafeln in Folge des Auftretens der aus der ἔγκλισις und λόξωσις entstehenden Breiten noch complicierter zu gebrauchen.

Die von Ptolemäus gegebene Tafel für die Breiten des ♀ ist (auszugsweise):

Arg.	ε	λ	x	Arg.
0°	+ 1°46′ +	+ 0° 0′ −	+ 1·00	360°
18	+ 1 43 +	+ 0 33 −	+ 0·95	342
36	+ 1 30 +	+ 1 6 −	+ 0·81	324
54	+ 1 8 +	+ 1 35 −	+ 0·59	306
72	+ 0 38 +	+ 2 0 −	+ 0·31	288
90	0 0	+ 2 20 −	0·00	270
108	− 0 48 −	+ 2 29 −	− 0·31	252
126	− 1 45 −	+ 2 26 −	− 0·59	234
144	− 2 57 −	+ 2 0 −	− 0·81	216
162	− 3 42 −	+ 1 10 −	− 0·95	198
180	− 4 5 −	+ 0 0 −	− 1·00	180

Die mit ε überschriebene Colonne enthält die ἔγκλισις (wenn der Epicykel in *IV*, Fig. 35, also v*) $= 90°$ ist) mit dem Argumente Anomalie. Um die ἔγκλισις für eine andere Stellung des Epicykels zu finden, hat man mit dem Argumente $v + 270°$ für Venus und $v + 90°$ für Mercur**) den Wert x_1 von x zu entnehmen; die ἔγκλισις ist dann $x_1 \varepsilon$.

Die mit λ überschriebene Colonne enthält die λόξωσις (wenn der Epicykel in *III*, also $v = 0$ ist) mit dem Argumente Anomalie. Um die λόξωσις für eine andere Stellung des Epicykels zu erhalten, hat man mit dem Argumente v für Venus und $v + 180°$ für Mercur den Wert x_2 von x zu nehmen; die λόξωσις ist dann $x_2 \lambda$.

*) Eigentlich sollte es M sein.

**) Im Almagest ist es umgekehrt; dann wäre aber x_1 anders bezeichnet wie x_2.

Die Breite des Epicykelmittelpunktes im Deferenten ist:

$$+ \tfrac{1}{6}^\circ\,[x] \text{ für Venus}$$
$$- \tfrac{3}{4}^\circ\,[x] \text{ für Mercur}$$

wenn $[x]$ der stets positive Wert von x für das Argument v ist. Die Breite des Planeten ist dann:

$$x_1\varepsilon + x_2\lambda + 10'\,[x] \text{ für Venus}$$
$$x_1\varepsilon + x_2\lambda - 45'\,[x] \text{ für Mercur.}$$

Beispiel: $v = 144^\circ$, $A = 216^\circ$;

$$\varepsilon = -2^\circ\,57'; \quad \lambda = -1^\circ\,0'$$
$$x_1 = -0{\cdot}59; \quad x_2 + 0{\cdot}81; \quad [x] = 0{\cdot}81$$
$$\varepsilon x_1 + \lambda x_2 - 45'\,[x] = 1^\circ\,44{\cdot}4 - 48{\cdot}6 - 36{\cdot}4 = +0^\circ\,19{\cdot}4,$$

während die Breite 0 sein sollte.

Selbstverständlich könnten auch diese Darstellungen, welche der Ptolemäischen Theorie nur genähert angepasst sind*), den Beobachtungen nicht genügen, allein die Abweichungen konnten wol den Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden.

Zur Berechnung der aus der ἔγκλισις hervorgehenden Breite, welche in der Tafel in der mit ε überschriebenen Colonne eingetragen ist, sei EB (Fig. 39) die Schnittlinie des Deferenten, welcher senkrecht zur Zeichnungsfläche steht, mit der Zeichnungsfläche, CD der Schnitt der Ebene des Epicykels mit der Zeichnungsfläche, CPD der umgelegte Epicykel. Ist $CBP = A$, $PP' \perp CD$, so ist P' die Projection des Planeten auf die Zeichnungsfläche, und es ist

$$BP' = r\cos A$$
$$PP' = r\sin A$$
$$Bp' = r\cos A\cos i$$
$$P'p' = r\cos A\sin i$$

$$\operatorname{tg} PEp = \operatorname{tg}\varepsilon = \frac{p'P'}{\sqrt{Ap'^2 + PP'^2}}$$

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{r\cos A\sin i}{\sqrt{(R + r\cos A\cos i)^2 + r^2\sin A^2}}$$

Die hieraus entstehende Correction in der wahren Länge kann ebenso einfach erhalten werden; da sie aber innerhalb der Beobachtungsfehler des Ptolemäus fällt, so vernachlässigt sie dieser für seine Theorie.

Für die Berechnung der aus der λόξωσις entstehenden Breite sei EO (Fig. 40) die Richtung der Apsidenlinie des Deferenten, CPD der

*) Nicht einmal die excentrische Lage des Deferenten ist völlig berücksichtigt, da die geänderte Entfernung unberücksichtigt bleibt.

Epicykel, der um den Winkel $PpP' = i_1$ gegen den Deferenten geneigt ist. Die Breite ist $PEP' = \lambda$, und da

$$PP' = pP \sin i_1$$
$$pP' = pP \cos i_1$$

und

$$pP = r \sin A,\ pO = r \cos A,$$

ist, so ist

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{PP'}{EP'} = \frac{r \sin A \sin i_1}{\sqrt{(R + r \cos A)^2 + (r \sin A \cos i_1)^2}}$$

Dabei ist jedoch nicht zu übersehen, dass die Breiten für eine gewisse Entfernung R des Epicykelmittelpunktes giltig sind und mit dieser variieren. Ptolemäus begnügt sich für die unteren Planeten mit der Annahme der mittleren Entfernung, da durch die Combination der ἔγκλισις und λόξωσις der Gebrauch der Tafel ohnehin compliciert genug wurde.

Obzwar hiemit die Darstelluug der Breitenbewegungen und die für dieselbe nothwendige Bestimmung der Neigungen von Deferenten und Epicykel erledigt ist, soll hier noch die Darstellung des retrograden Bogens und der Retrogradationszeit mit den Elementen des Ptolemäus angeschlossen werden. Nach der Regel des Apollonius findet die Station statt (s. pag. 47), wenn

$$\frac{\frac{1}{2} DF}{EF} = \frac{\mu}{\mu'}$$

ist. Nun ist (Fig. 9):

$$AE = R + r$$
$$BE = R - r$$
$$R^2 - r^2 = AE.BE = DE.FE$$
$$= FE.(FE + DF)$$
$$= FE^2 \left(1 + \frac{DF}{FE}\right) = FE^2 \left(1 + 2\frac{\mu}{\mu'}\right)$$

und hieraus

$$FE = \sqrt{\frac{R^2 - r^2}{1 + 2\frac{\mu}{\mu'}}}$$

$$DF = 2\,EF.\frac{\mu}{\mu'}$$

$$\cos CFD = \frac{1}{2}\frac{DF}{r} = \frac{EF}{r}\frac{\mu}{\mu'}$$

$$\sin CFD = \frac{1}{r}\sqrt{r^2 - \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 \cdot \frac{R^2 - r^2}{1 + 2\frac{\mu}{\mu'}}}$$

$$\sin CFD = \frac{1}{r\sqrt{1 + 2\frac{\mu}{\mu'}}}\sqrt{\left(1 + \frac{\mu}{\mu'}\right)^2 r^2 - \left(\frac{\mu}{\mu'}\right)^2 R^2} \qquad (1)$$

$$\operatorname{tg} CEF = \frac{r \sin CFD}{EF + \frac{1}{2} FD} = \frac{r}{EF} \frac{\sin CFD}{1 + \frac{\mu}{\mu'}}$$

$$\operatorname{tg} CEF = \frac{1}{\sqrt{R^2 - r^2}} \sqrt{r^2 - \left(\frac{\frac{\mu}{\mu'}}{1 + \frac{\mu}{\mu'}}\right)^2 R^2} \qquad (2)$$

Da immer $R > r$ ist, so folgt hieraus, dass

$$r\left(1 + \frac{\mu}{\mu'}\right) > \frac{\mu}{\mu'} R$$

oder

$$\frac{r}{R} > \frac{\mu}{\mu + \mu'}$$

sein muss, woraus sich aber wieder die schon von Apollonius zu Grunde gelegte Bedingung

$$\frac{r}{R - r} > \frac{\mu}{\mu'}$$

ergibt.

Der Winkel $A_0 = BCF$, in welchem der Planet stationär wird, ist endlich:

$$A_0 = CFD - CEF.$$

Die Zeit, welche der Planet im Epicykel braucht, um den Bogen BF zurückzulegen, ist

$$\frac{A_0}{\mu'}$$

daher die Zeit zwischen den beiden Stationen, d. h. die Zeit der Retrogradation:

$$t_0 = 2\frac{CFD - CEF}{\mu'} \qquad (3)$$

Hätte sich der Epicykelmittelpunkt C nicht bewegt, so entspräche der Bewegung des Planeten auf dem Bogen F_1F der Gesichtswinkel $F_1EF = 2\,CEF$; in der Zwischenzeit rückte aber der Epicykelmittel-

punkt um $C_1EC' = \frac{\mu}{\mu'} F_1CF = 2\frac{\mu}{\mu'} A_0$ vor; daher ist die Grösse des retrograden Bogens

$$B = 2\,CEF - 2\frac{\mu}{\mu'} A_0 = 2\left\{ CEF\left(1 + \frac{\mu}{\mu'}\right) - \frac{\mu}{\mu'} CFD \right\} \qquad (4)$$

Natürlich gilt dies nur für die mittlere Entfernung $CE = R$; für eine andere Entfernung ρ wird statt der wahren Bewegung μ des Epicykelmittelpunktes dessen scheinbare $\mu_1 = \frac{R}{\rho}\mu$ zu substituieren sein und natürlich ρ an Stelle von R; man hat daher in den Formeln (1), (2), (3), (4), welche zur Berechnung des retrograden Bogens und der Retrogradationszeit dienen, zu setzen an Stelle von

für das Apogäum:	$\rho = R + e$	$\mu_1 = \frac{R}{R+e}\mu$
für die mittlere Entfernung:	R	μ
für das Perigäum:	$\rho = R - e$	$\mu_1 = \frac{R}{R-e}\mu$

Ptolemäus findet:

		Retrograder Bogen	Zeit der Retrogradation	Bewegung des mittleren Ortes
1. Saturn	im Apogäum	7° 4′10″	$140^2/_3{}^d$	4°41′50″
	in der mittleren Entfernung	7 16 20	138	4 38 0
	im Perigäum	7 18 10	136	4 33 30
2. Jupiter	im Apogäum	9°49′14″	123^d	10°13′10″
	in der mittleren Entfernung	9 52 16	121	10 2 48
	im Perigäum	9 54 40	118	9 48 40
3. Mars	im Apogäum	19°53′32″	80^d	41°56′42″
	in der mittleren Entfernung	16 18 44	73	38 15 6
	im Perigäum	11 12 14	$64^1/_2$	33 45 48
4. Venus	im Apogäum	16°25′26″	43^d	42°18′ 6″
	in der mittleren Entfernung	15 17 34	$41^2/_3$	41 10 38
	im Perigäum	14 4 38	$40^2/_3$	40 9 0
5. Mercur	im Apogäum	7°54′22″	21^d	20°33′42″
	in der mittleren Entfernung	12 17 10	$22^1/_2$	22 9 58
	im Perigäum	15 12 46	23	22 43 0

Diese Resultate stimmen mit der Erfahrung recht gut überein, was eigentlich nicht Wunder nehmen kann, da ja das System nur eine Transposition des wahren ist, allerdings mit beträchtlichen Vernachlässigungen.

Das Unrichtige der Theorie konnte erst viel später erkannt werden, als man hinreichend genaue Messungen machen konnte, um die Entfernungen der Planeten und des Mondes, namentlich die Veränderlichkeit des letzteren aus derjenigen seines scheinbaren Halbmessers bestimmen zu können. Wenngleich es richtig ist, dass die Auflösung der Bewegungen in epicyklische eigentlich identisch ist mit einer Reihenentwicklung nach Vielfachen der mittleren Anomalien, worauf wir im zweiten Theile zurückkommen werden, so darf man doch nicht übersehen, dass die Bewegungen in Länge, in Breite, und die Darstellung der Entfernungen, jede für sich einer ganz anderen epicyklischen Bewegung folgen und demnach eine gewisse epicyklische Bewegung, welche die eine Coordinate darstellt, jedenfalls Fehler in den beiden anderen lassen muss. Und Hipparch sowie alle seine Nachfolger bis Copernicus nahm nur ein Epicykelsystem an, welches allen drei Coordinaten genügen sollte. Zweien (der Länge und Breite) wurde es beständig angepasst, so gut es eben gieng; die dritte blieb unberücksichtigt. Deshalb war aber dieses eine System, das alle Bewegungen darstellen sollte, kein reelles System, kein „Räderwerk", sondern eine geometrische Conception, eine Zerlegung der zusammengesetzten Bewegungen in eine Reihe einfacher, die vielleicht nicht einmal die Anschauung unterstützten, sondern nur die Vorausrechnung ermöglichen sollten. Und dieser letzte Zweck wurde auch erreicht, und zwar für den Mond schon von Hipparch, für die Planeten, soweit unsere sichere Kenntnis reicht, von Ptolemäus.

Es erübrigt noch, die Fragen zu erledigen, ob diese Theorien, insbesondere diejenige der Breitenbewegungen, nicht ihrer Complication wegen schon ihren Urhebern verdächtig hätten vorkommen sollen, und ob sie uns nicht von dem Standpunkte der Mangelhaftigkeit der Beobachtungen der Alten, insbesondere des Ptolemäus illusorisch erscheinen.

Die erste Frage beantwortet Ptolemäus selbst; man möge nicht einwenden, sagt er, nachdem er von den kleinen Kreisen gesprochen hat, längs welcher die beiden Epicykeldurchmesser sich bewegen*), dass diese Theorien zu compliciert sind; man müsse möglichst einfache Hypothesen annehmen, aber wenn diese nicht genügen, so müsse man zusammengesetztere suchen; denn wenn man aus diesen Theorien die Erscheinungen als nothwendige Folgen erklären kann, welche Ursache hätte man, über die Complication zu erstaunen?

Was den zweiten Punkt, die Mangelhaftigkeit der Beobachtungen der Alten und besonders der Ptolemäischen Beobachtungen und in

*) Almagest, XIII. Buch, 2. Cap.

Folge dessen der daraus auf die Theorie gezogenen Schlüsse, beziehungsweise der daraus abgeleiteten Bahnelemente, betrifft, so ist schon im früheren auf das Ungerechtfertigte in der Behauptung hingewiesen worden, dass die verwendeten Beobachtungen nicht das Mass von Vertrauen verdienen, welches man bei den Fundamenten zur Bestimmung der Bahnelemente voraussetzen sollte. Es wurde an entsprechender Stelle darauf hingewiesen, dass das Misstrauen, welches man im Anfange unseres Jahrhunderts allen Ptolemäischen Beobachtungen entgegenzubringen begann, und der Vorwurf, welcher dem Autor des Almagest gemacht wurde, und welcher diesen in beinahe allen Fällen einer wissentlichen wissenschaftlichen Fälschung zeiht, ungerechtfertigt sind, wenngleich in einzelnen Fällen die Bedenken gegen die Richtigkeit einzelner Ptolemäischer Darstellungen noch nicht als völlig gehoben bezeichnet werden können.

Wenn Ptolemäus einen Vorwurf verdient, so ist es der, dass er seine Beobachtungen auswählt, und dass er zur genügenden Feststellung der von ihm bestimmten Elemente die Beobachtungen in nicht hinreichender Anzahl benützt oder wenigstens anführt. Ptolemäus sagt zwar wiederholt, dass „auch andere Beobachtungen ihm dasselbe Resultat ergaben"; aber weder diese Beobachtungen noch auch die daraus abgeleiteten, aller Wahrscheinlichkeit nach nicht völlig identischen Resultate werden mitgetheilt. Die mitgetheilten Elemente erscheinen demnach nicht als Mittelwerte aus mehreren Bestimmungen, sondern als vereinzelte Bestimmungen. Von welchen Motiven sich Ptolemäus bei seiner Auswahl leiten liess, um gerade den mitgetheilten Beobachtungen oder den aus denselben abgeleiteten Elementen den Vorzug zu geben und die anderen überhaupt nicht zu berücksichtigen, ist nicht leicht möglich anzugeben, wenn man sich nicht auf blosse Conjecturen beschränken will, für welche eigentlich keine oder doch nur wenige Anhaltspunkte vorliegen. Dass Ptolemäus vielleicht gerade jene Beobachtungen beibehielt, welche die grösste Übereinstimmung mit den früheren Bestimmungen von Hipparch gaben, wäre allerdings möglich; dem steht aber entgegen, dass ja wiederholt in den Resultaten Abweichungen stattfinden, dass z. B. bei der Mondtheorie die von Hipparch und Ptolemäus erhaltenen Werte der Epicykelhalbmesser durchaus verschieden sind, und dass sich Ptolemäus bewogen fühlte, an einzelnen Stellen gewisse, nicht näher aufgeklärte Änderungen in den Beobachtungszeiten des Hipparch vorzunehmen, welche eine bessere Übereinstimmung der verschiedenen Elementensysteme gaben. Gerade diese Correcturen, in denen sich kein bestimmtes Gesetz ausspricht, könnten

zu der Vermuthung Anlass geben, dass Ptolemäus seine Beobachtungen für hinreichend sicher hielt, um die aus denselben gefolgerten Elemente als richtig anzusehen, um die Abweichungen der Hipparch'schen Beobachtungen durch fehlerhafte Zeitangabe zu erklären; eine ausdrückliche Erwähnung dieses Umstandes findet sich nirgends.

Nichtsdestoweniger gibt es gewisse Momente, welche zu gerechten Bedenken Anlass geben könnten. Hiezu gehört, dass Ptolemäus für die Jahreslänge genau denselben Wert wie Hipparch erhielt, obzwar die ihm zu Gebote stehenden Beobachtungen (die Hipparch'schen und seine eigenen, wenn man den letzteren Originalität nicht absprechen wollte) wesentlich bessere Resultate versprechen mussten als die Combination der Hipparch'schen mit noch älteren Beobachtungen. Man kann allerdings, wie schon früher erwähnt wurde, annehmen, dass Ptolemäus, ehe er an die Beobachtung gieng, sich der Bequemlichkeit wegen den Moment des Eintrittes der Erscheinung vorausberechnete, ein Vorgang, der ja auch noch heutzutage, um langes und ermüdendes Warten unnöthig zu machen, vorgenommen wird, wie z. B. bei der Vorausberechnung des genäherten Momentes der Finsternisse, Sternbedeckungen etc. mit genäherten Elementen, die dann nach der Beobachtung durch diese selbst rectificiert werden. Wollte man aber auch dieses zugeben und annehmen, dass Ptolemäus bei der Beobachtung der Äquinoctien und Solstitien, welche an und für sich leicht um ein paar Stunden fehlerhaft aufgefasst werden könnten, durch die Vorausberechnung beeinflusst war, so bleibt nunmehr jedenfalls unaufgeklärt, wieso es kommt, dass sich mit diesen fehlerhaften Solstitien und Äquinoctien die sehr nahe richtigen Elemente der Sonnenbahn ergaben. Warum hat Ptolemäus bei der Mondtheorie Correcturen der Hipparch'schen Beobachtungen vorgenommen und die Sonnentheorie unverändert beibehalten? Warum führt er seine, wahrscheinlich falschen Sonnenbeobachtungen an und sagt nicht lieber, dass er die Hipparch'schen Elemente der Sonnenbahn unverändert beibehält? Glaubte er die Vorausberechnungen bestätigt zu finden, und nahm sie dann als seine eigenen Beobachtungen an?

Bedenklich erscheint aber auch, dass die angeführten mittleren Bewegungen der oberen Planeten in Länge (siderische = zodiacale Bewegung μ) und in Anomalie (synodische Bewegung μ') der Bedingung genügen

$$\mu + \mu' = \odot,$$

wo $\odot$ die mittlere tägliche Bewegung der Sonne ist (s. pag. 112). Ptolemäus führt an, dass er aus Beobachtungen, die einen sehr langen Zeit-

raum umfassen, diese mittleren Bewegungen corrigiert hätte. Im IX. Buch, 3. Capitel werden die mittleren Bewegungen in Länge in dieser Weise bestimmt (s. pag. 110); die Correctionen der mittleren Bewegungen in Anomalie finden sich:

für Mercur aus zwei Beobachtungen in den Jahren 484 und 886 Nabonassar (Almagest, IX. Buch, 10. Cap.);

für Venus*) aus zwei Beobachtungen in den Jahren 476 und 886 Nabonassar (Almagest, X. Buch, 4. Cap.);

für Mars aus zwei Beobachtungen in den Jahren 476 und 886 Nabonassar (Almagest, X. Buch, 9. Cap.);

für Jupiter aus zwei Beobachtungen in den Jahren 507 und 885 Nabonassar (Almagest, XI. Buch, 3. Cap.);

für Saturn aus zwei Beobachtungen in den Jahren 519 und 883 Nabonassar (Almagest, XI. Buch, 7. Cap.).

Es ist nun merkwürdig, dass die auf diese Weise ermittelten Werte für μ und μ' bis auf 6 Decimalen der Bogensecunde der obigen Gleichung genügen. Es ist dies um so auffallender, als ja die Epicykeltheorie die Beobachtungen nicht völlig darstellen kann, und dass die sechs ausgewählten Beobachtungen zur Bestimmung der mittleren Bewegungen in Anomalie für alle drei oberen Planeten gerade in einer solchen Stellung des Planeten in seiner Bahn angestellt worden wären, wo die Epicykeltheorien zutreffen, und die Beobachtungsfehler so klein gewesen sein sollten, dass die aus nur je zwei Beobachtungen ermittelten μ und μ' die genannte Bedingung erfüllen sollten. Nimmt man an, dass die Summe der Beobachtungsfehler in je zwei zusammengehörige Beobachtungen nur eine Bogenminute betragen haben sollte, ein für jene Zeiten gewiss sehr kleiner Betrag, der jedenfalls als Beobachtungsfehler sehr weit überschritten wurde, d. h. nimmt man an, dass die Bewegung in Anomalie oder Länge in der Zwischenzeit von nahe 400 Jahren um nur eine Bogenminute fehlerhaft gefunden worden sei, so wird die Bewegung in einem Tage um nahe $0''.0004 = 0'' \; 0''' \; 1{\cdot}5''''$ falsch sein, und doch wird die Summe der angeführten Zahlen gleich $0^\circ \; 59' \; 8'' \; 17''' \; 13'''' \; 12''''' \; 31'''''$ für alle drei oberen Planeten völlig genau.

Bedenkt man nun, dass die Beziehung

$$\mu + \mu' = \odot$$

dem Ptolemäus bekannt gewesen sein muss, wie sich aus dem Satze folgern lässt, dass die Verbindungslinie des Planeten mit dem Epicykel-

*) Für Mercur und Venus ist es hier belanglos, da die genannte Beziehung nur für die oberen Planeten gilt.

mittelpunkte beständig parallel sein muss der Visur nach der mittleren Sonne, so könnte man wohl vermuthen, dass Ptolemäus diese Beziehung zur endgiltigen Correction der mittleren Bewegungen verwendet hat. Warum aber sagt er nichts davon? Warum führt er die genannte Beziehung nirgends an? Hier liegt gewiss, wenn man nicht eine Verstümmelung des Textes annehmen will, selbst im günstigsten Falle der Beurtheilung eine keinesfalls zu entschuldigende, vielleicht wissentliche Ungenauigkeit der Darstellung vor.

Hiezu kommt noch, dass Ptolemäus die Planetentheorien seiner Vorgänger nicht erwähnt und nur anführt, dass Apollonius die Epicykeln für die Erklärung der Stationen und Retrogradationen heranzog. Es kann nicht mit Gewissheit gesagt werden, dass die von Plinius gegebenen Zahlen von Hipparch herrühren (s. pag. 82), aber es steht fest, dass schon vor Ptolemäus nicht nur der Weg angezeigt war, auf welchem man die Epicykelntheorie für die Planeten verwenden würde können, sondern dass auch schon die Anwendung derselben gemacht und auch die Elemente bestimmt worden waren.

Mit Rücksicht auf die bereits früher hervorgehobenen anderweitigen Umstände, die uns die Beobachtungen des Ptolemäus in einem mehr Vertrauen erweckenden Lichte zeigen, und die auch im Folgenden der Übersichtlichkeit halber zusammengestellt werden, kann man jedoch der Vermuthung Raum geben, dass eine neuerliche Revision der Handschriften in dieser Beziehung vielleicht Resultate zu Tage fördern könnte*), die für die Beurtheilung der Ptolemäischen Angaben von nicht zu unterschätzender Bedeutung werden könnten.

Es war eben erwähnt worden, dass Ptolemäus bei den Hipparch'schen Beobachtungen gewisse Correctionen der Beobachtungszeiten anbrachte; wenn man einerseits allerdings Ptolemäus hieraus einen Vorwurf machen kann, wenigstens insolange sich nicht völlig genügende Aufschlüsse über diesen Vorgang finden lassen, so entspringt hieraus aber andererseits eine Widerlegung der Ansicht, dass Ptolemäus seine Beobachtungen fingierte. Denn es scheint hieraus zu folgen, dass er seine Beobachtungen nicht nur für so gut hielt, dass die aus denselben abgeleiteten Elemente als gleichwertig mit den aus den Hipparch'schen Beobachtungen abgeleiteten angesehen werden, sondern dass er sie sogar für sicherer hielt. Es liegt die Muthmassung nahe, dass er für gewisse Fehler der älteren Beobachtungen, insolange sie

*) Von Wichtigkeit ist hier ganz besonders das 1. und 2. Capitel des IX. Buches.

nicht allzu gross waren, eine Fehlerquelle in der Zeitangabe suchte, wie man ja auch jetzt bei von der Theorie abweichenden Beobachtungen in erster Linie nachsieht, ob nicht gewisse, leicht zu eruierende Fehlerquellen die Beobachtungen beeinflusst haben können, z. B. Lesefehler von einer Zeitminute oder zehn Zeitsecunden, von einer Bogenminute, von einer Umdrehung einer der Messschrauben, Verwechslung der Fäden, an welchen die Beobachtung gemacht wurde etc.

Für grössere Fehler, welche sich nicht durch fehlerhafte Zeitangaben erklären liessen, oder welche gesetzmässig auftraten, suchte Ptolemäus die Ursache in der mangelhaften Theorie und war bemüht, diese den Beobachtungen so viel als möglich anzupassen. Hieraus entsprang in der Mondtheorie die die Evection erklärende Drehung des Apogäums des Deferenten, und die Annahme, dass die Verbindungslinie des Epicykelmittelpunktes mit dem instantanen Apogäum des Epicykels nicht gegen die Erde, sondern gegen einen anderen Ort gerichtet ist, der von der Erde nahe ebensoweit entfernt ist wie der Mittelpunkt des Deferenten, aber auf der entgegengesetzten Seite liegt*). Diesem Umstande entsprang ferner die Annahme, dass der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung und der Mittelpunkt des Deferenten bei den Planetenbahnen nicht zusammenfallen, weil unter der Voraussetzung der Identität der beiden Punkte sich die aus der Excentricität des Deferenten folgende Ungleichheit stets nur in dem halben Betrage ihres wahren Wertes ergab. Diesem Umstande entsprang die Complication in der Theorie der Mercurbewegung, in welcher der Mittelpunkt des Deferenten um einen vom Erdorte verschiedenen Punkt sich dreht, womit sich eine variable Excentricität des Deferenten ergab. Welche Ursachen hätte denn Ptolemäus gehabt, derartige Complicationen in der Theorie anzunehmen, wenn er seine Beobachtungen fingiert, d. h. durch Rechnung erhalten hätte? Die Rechnung in der einfachen epicyklischen Theorie würde genügt haben, um gewisse Beobachtungen zu erhalten, die ihm dann — immer vom Delambre'schen Standpunkte aus — die einfache Theorie als hinreichend gegeben hätte, und alle anderen früheren Beobachtungen, die mit derselben nicht im Einklang gefunden worden wären, wären dann natürlich mit Beobachtungsfehlern behaftet gewesen. Das war aber nicht der Weg, den Ptolemäus einschlug! Keine Theorie

*) N in Fig. 24. Der Einwurf, dass zur Bestimmung seiner Lage zu wenig Beobachtungen benützt wurden, wurde schon früher erledigt. Hier ist übrigens nochmals darauf hinzuweisen, dass für die Bestimmung der Evection drei Hipparch'sche und eine Ptolemäische und für die Bestimmung der Lage des Punktes N nur Hipparch'sche Beobachtungen verwendet wurden.

darf als zu compliciert angesehen werden, sofern sie die Beobachtungen darstellt*).

Inwiefern Ptolemäus das von ihm angestrebte Ziel erreicht hat, mag aus der Zusammenstellung der von ihm erhaltenen Epicykelhalbmesser (in Einheiten des Deferenten) und der wahren Werte derselben (Verhältnis des Halbmessers der Planeten- und Erdbahn) ersehen werden. Die Werte der Excentricitäten können naturgemäss nicht zur Vergleichung herangezogen werden, da in der epicyklischen Theorie eine Verschmelzung der aus der Excentricität der Planeten- und Erdbahn hervorgehenden Ungleichheiten in nicht leicht zu trennender Weise stattfindet. Für die Epicykelhalbmesser hat man:

	Nach Ptolemäus		Verhältnisse der Halbaxen
für Saturn	0·1090	(pag. 119)	0·1046
„ Jupiter	0·1947	(„ 122)	0·1922
„ Mars	0·6636	(„ 124)	0·6563
„ Venus	0·7196	(„ 129)	0·7233
„ Mercur	0·3264	(„ 135)	0·3871

Es mag noch hervorgehoben werden, dass Ptolemäus bei der Berechnung des Marsepicykels sehr nahe den richtigen Wert erhält, trotzdem sich bei der Reduction zwei Rechenfehler finden, die sich aufheben, woraus ein Rückschluss auf die Güte der Beobachtungen gezogen werden kann.

Endlich soll hier noch in Kürze erwähnt werden, dass sich ganz dieselben Schlüsse auch aus der Theorie der Breitenbewegung ziehen lassen; die Complication der Theorie, welche leicht durch fingierte Beobachtungen mannigfach hätte vereinfacht werden können, z. B. so, dass eine einzige Neigung angenommen worden wäre, oder dass wenigstens die ἐγκλισις und λόξωσις einander gleich, oder die Neigung des Epicykels gegen den Deferenten gleich derjenigen des letzteren gegen die Ekliptik vorausgesetzt worden wäre, deutet darauf hin, dass die verwendeten Beobachtungen wirklich angestellt worden sind. Hiefür liegt auch gerade in dem Umstande eine Bestätigung, dass sich in Folge von Beobachtungsfehlern für die verschiedenen, einen und denselben Planeten betreffenden Neigungen verschiedene Werte ergaben.

Es könnte vielleicht scheinen, dass der Discussion über den Umstand, ob die Ptolemäischen Beobachtungen als wirkliche Beobachtungen anzusehen sind, oder nur aus der Theorie errechnet wurden, ein zu grosser Platz eingeräumt würde. Es schien mir jedoch nach den bis-

*) Almagest, XIII. Buch, 2. Cap.

herigen Ansichten und den darauf bezüglichen, diese Ansichten begründenden Bemerkungen berühmter Männer, wie Delambre, Bailly u. a., eine Nothwendigkeit, diesen Punkt eingehend zu erörtern, denn es handelt sich hier, um den Ausdruck des hochverdienten Professors C. H. F. Peters, Directors der Sternwarte in Clinton (New-York), zu gebrauchen, um die Ehrenrettung des Ptolemäus*), denn der ihm zugemuthete Vorgang involviert eine Fälschung.

Es wurde trotzdem nicht von der Aufzählung der Bedenken Abstand genommen, welche gegen die Realität der Beobachtungen des Ptolemäus erhoben werden können; bei einigen wurde bereits der Versuch gemacht, sie auf natürliche Weise zu zerstreuen; es ist jedoch nicht zu leugnen, dass zwei sehr schwer ins Gewicht fallende Bedenken (entsprungen aus der Beziehung $\mu + \mu' = \odot$ und aus dem Umstande, dass Ptolemäus die Planetentheorien seiner Vorgänger nicht anführt) nicht gehoben erscheinen. Es war bereits erwähnt, dass eine Revision der Handschriften allein hier die Möglichkeit zur Klärung der Sachlage bietet, und sich demnach als höchst wünschenswert herausstellt. Dieses ist aber nicht Sache des in der Geschichts- und Quellenforschung doch nur sehr wenig oder gar nicht geübten Astronomen, sondern muss dem Historiker und Philologen überlassen bleiben.

*) Auf der zwölften Versammlung der „Astronomischen Gesellschaft“ in Kiel (29. bis 31. August 1887) wies Professor C. H. F. Peters darauf hin, dass der Sternkatalog des Ptolemäus von diesem selbst beobachtet worden war, und nicht, wie man bisher allgemein glaubte, durch Reduction mit einer falschen Präcession seit Hipparch erhalten wurde, indem ein in der Beobachtung des Äquinoctiums gemachter Fehler den Fehler der angenommenen Sternörter erklären würde. Indem bezüglich dieses Umstandes auf die betreffende Publication hingewiesen werden muss, sei noch bemerkt, dass ich anknüpfend hieran in Kiel auf die Originalität der Mond- und Planetenbeobachtungen des Ptolemäus gemäss den hier erhaltenen Resultaten aufmerksam machte.

ERRATA.

Pag.	9,	Zeile	9	von unten	lies: Apollonius statt Appolonius.
„	11,	„	7	„ „	„ ἀισθητὴν statt ἀιςθητὴν und αποςήματα statt απορήματα.
„	11,	Zeile	8	von unten	lies: ποιεῖσθαί statt ποιεῖςθαί.
„	11,	„	18	„ „	„ IX. Buch statt G. Buch.
„	38,	„	9	„ „	„ 72 Tagen statt 72°.
„	57,	„	11	„ „	„ LEP' statt LEP.
„	59,	„	23	„ oben	„ Perigäum statt Perihel
„	66,	„	10	„ unten	„ In den statt In dem.
„	90,	„	17	„ oben	„ EB um E statt EB und E.
„	100,	„	7	„ „	„ Werte statt die Werte.
„	108,	„	2	„ „	„ ποιεῖσθαί statt ποιεσθαί.
„	138,	„	8	„ „	„ enthaltenen statt entnommenen.

In Fig. 13 fehlt der Buchstabe B am Scheitel des Winkels x.
„ „ 34 „ „ „ x auf der zu $E'A'$ parallelen Geraden $B'x$.

Druck von Johann N. Vernay in Wien, IX., Mariannengasse 17

Tafel I.

Fig. 1.

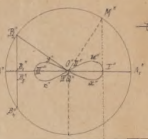

Fig. 3.

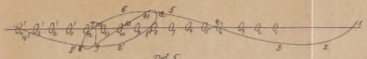

Fig. 5.

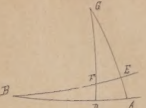

Fig. 12.

Fig. 2.

Fig. 3.

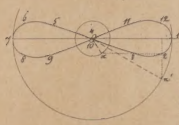

Fig. 6

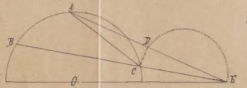

Fig. 11.

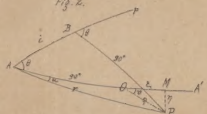

Fig. 4.

Fig. 9.

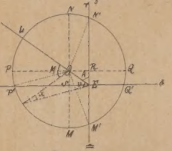

Fig. 13.

Fig. 14.

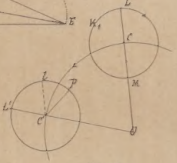

Fig. 16.

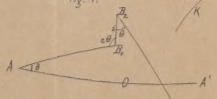

Fig. 7.

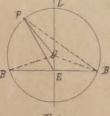

Fig. 19.

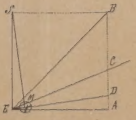

Fig. 8.

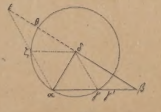

Fig. 10.

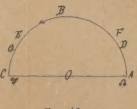

Fig. 18.

Fig. 17.

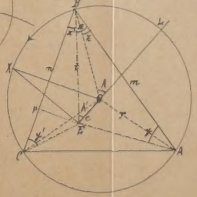

Fig. 15.

Fig. 20.

Del. M. Herz.

Fig. 21.

Fig. 22.

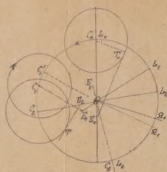

Fig. 23.

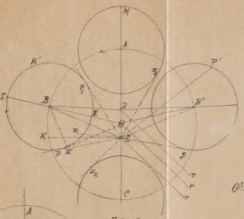

Fig. 26.

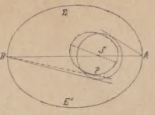

Fig. 30.

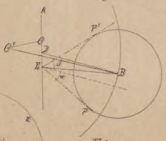

Fig. 33.

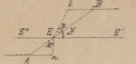

Fig. 37.

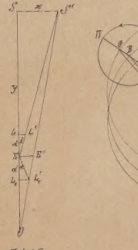

Fig. 25.

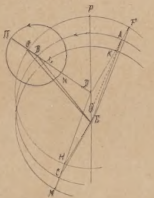

Fig. 28.

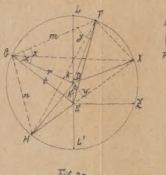

Fig. 29.

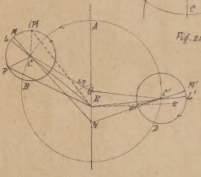

Fig. 24.

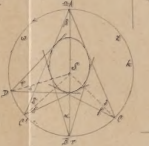

Fig. 31.

Fig. 36.

Fig. 39.

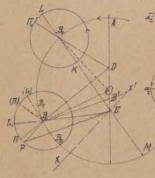

Fig. 27.

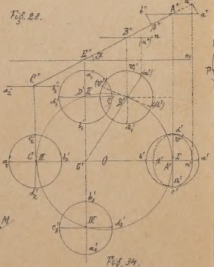

Fig. 34.

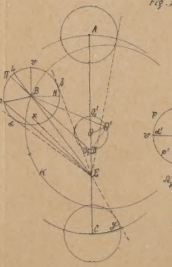

Fig. 32.

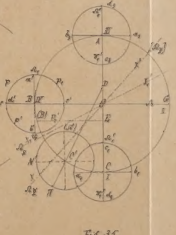

Fig. 35.

Fig. 38.

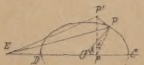

Fig. 40.

Jul. N. Herz.

GESCHICHTE

DER

BAHNBESTIMMUNG

VON

PLANETEN UND KOMETEN.

II. THEIL:

DIE EMPIRISCHEN METHODEN.

VON

Dr. NORBERT HERZ.

MIT 2 PHOTOZINKOGRAPHIERTEN TAFELN.

LEIPZIG.
COMMISSIONS-VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1894.

J. B. Wallishausser's k. u. k. Hof-Buchdruckerei, Wien.

DEN MANEN KEPLERS.

Am 4. April sind es dreihundert Jahre, seit Johannes Kepler seinen ständigen Aufenthalt in Österreich nahm. Was er für die Wissenschaft geleistet, was er gewirkt und geschaffen, kann nicht in wenigen Worten zusammengefasst werden.

Kepler! Wer kennt den Namen des Mannes nicht, der durch seine drei fundamentalen Gesetze den Schlüssel zur Erkenntnis des wahren Weltenbaues gab? Aber es war nicht Zufall, nicht philosophische Speculation, durch welche er eine vermeintliche prästabilierte Harmonie der Welt erkannte; es war die grossartigste Induction aller Zeiten, welche ihn durch Zahlen die Weltordnung erkennen liess.

Aber nicht nur ein grosser, welterobernder Geist, nein, auch ein inniges, gläubiges Gemüt war Kepler eigen; er erfasste auch die Welt als Ganzes; die zahllosen grossen und kleinen Fixsterne, die hellleuchtenden Planetenscheiben, die in stiller, klarer Nacht am dunklen Himmel über unseren Häuptern glänzen, sie hatten für ihn auch eine andere Bedeutung, als Lichter zu sein, um die Nacht zu erhellen; der geheimnisvolle Zauber, vor dem sich jeder beugt, der die ländliche Einfalt wie den grössten Denker in Fesseln schlägt: die Poesie im Weltenall: das ist Keplers Astrologie.

Aber seine Bewunderung des Weltgebäudes, sie hat ihn nicht verhindert, die Welt zu messen. Er suchte die Harmonie der Welt im grossen und ganzen; er suchte sie auch in den Theilen; und die ewigen unabänderlichen Gesetze, welche den Himmelskörpern ihre Bahnen vorschreiben, sie sind die Säulen, auf welchen das Weltgefüge ruht, aber auch die Säulen, durch welche der stolze Bau an Glanz gewinnt.

Kepler — ein Menschenleben unermüdlicher geistiger Thätigkeit, ein Menschenleben im Dienste der Wissenschaft! Und Österreich war es, wo er seine zweite Heimat fand; ein gastliches Dach in Graz, in Prag, in Linz. — Nicht freudig war der Pfad, den er zu wandeln hatte; dornenvoll und bitter war sein Lebenslauf; aber Ruhe und Zufriedenheit fand er in der Wissenschaft.

Wer im grossen wirkt und weiten
Hat den Dank für alle Zeiten,
Und der Nachwelt rühmend Wort
Setzt den Dank der Mitwelt fort.

Es ist eine schöne Sitte aller Zeiten, den grossen Männern der Vergangenheit Denkmäler aus Stein zu setzen; und wenn noch vielen, sowie auch Kepler, nicht überall, wo es am Platze wäre, dieser Zoll der Dankbarkeit erstattet wurde, so wird es Sache der Zukunft sein, das Versäumnis nachzuholen; der schönste Dank, den wir unseren grossen Meistern bringen, bleibt aber allezeit das Studium ihrer Werke.

Und so mögen die folgenden Blätter dem Andenken jenes Mannes geweiht sein, dem speciell die darin behandelten Disciplinen den grössten Fortschritt verdanken.

VORWORT.

Sieben Jahre sind seit der Veröffentlichung des ersten Theiles meiner „Geschichte der Bahnbestimmung von Planeten und Kometen“ verstrichen. Ich hatte ursprünglich die Absicht, in dem zweiten Theil das gesammte noch übrige Material zu behandeln. Fast dieselben Gründe, wie beim ersten Theile: das Anwachsen des Materiales einerseits und die dadurch wahrscheinlich gewordene Verspätung des Erscheinens andererseits veranlassten mich, den vorliegenden zweiten Theil nur bis Newton zu führen. Hier tritt ohnedies wieder eine naturgemässe Theilung ein. Es ist nicht so sehr die Entdeckung des Gravitationsgesetzes, als vielmehr die Einführung der Infinitesimalrechnung, welche der folgenden Zeit den Charakter einprägt. Während die theoretischen Bestrebungen bis Newton mehr empirisch waren, tritt infolge der durch Newton und Leibnitz eingeführten Differential- und Integralrechnung die analytische Methode in den Vordergrund.

Ehe ich auf eine kurze Inhaltsangabe des vorliegenden zweiten Theiles übergehe, obliegt es mir, an dieser Stelle mit wenigen Worten auf einen mir äusserst unangenehmen Gegensatz zwischen dem ersten und zweiten Theile zurückzukommen, einen Gegensatz, der einem für mich seither verhängnisvoll gewordenen Irrtum bei der Publication des ersten Theiles entsprang. Dieser wurde einem vermeintlichen Freunde gewidmet, und als ich meinen Irrtum erkannte, da konnte ich selbstverständlich die Widmung nur aus den noch nicht verkauften Exemplaren entfernen lassen, was im December 1891 geschah.

Der Mann, dem jener erste Theil gewidmet war, hat gewiss für die Wissenschaft einiges geleistet; er hat die zur Realisierung meiner wissenschaftlichen Pläne unbedingt nötigen Mittel zur Verfügung gestellt; er

hat diesem Zwecke ratenweise durch fünf Jahre fast ein Fünftel seines jährlichen Einkommens gewidmet, und sich nach langem Sträuben auch endlich bereit gefunden, eine zur Sicherstellung der Zukunft des Institutes nötige Summe bei einem öffentlichen Verwaltungskörper zu deponieren. Auch würde ich dem allgemeinen Gebrauche „De mortuis et potentibus nil nisi bene“ auch in dieser wesentlich erweiterten Form Rechnung getragen haben, wenn jener Mann mir gegenüber nicht ein Verfahren eingeschlagen hätte, welches ich bereits vor längerer Zeit hinreichend charakterisiert habe. Auf diese Darlegungen näher einzugehen, ist hier nicht der Ort; ich bin jedoch genötigt, ein Vorkommnis der jüngsten Zeit zu erwähnen. In der „Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft“, 28. Jahrg., 3. Heft, pag. 240, findet sich im Jahresberichte der v. Kuffner'schen Sternwarte eine grossartige Erweiterung des Institutes erwähnt, ohne Nennung meines Namens (was ich allerdings nicht verübeln könnte, da Herr Leo de Ball Bediensteter bei Herrn Moriz Edlen v. Kuffner ist) aber selbst ohne Hindeutung, dass jene Erweiterung vor dem Dienstantritte des jetzigen Leiters stattfand. In Gelehrtenkreisen pflegt man aber bekanntlich, wenn nichts sonstiges bemerkt ist, den Berichterstatter als Autor der in dem Berichte erwähnten Vorkommnisse anzusehen. Nur wenn dies den Herren unbekannt gewesen wäre, wäre diese Aneignung fremder Ideen entschuldbar.

Dass ich zu den Neubauten (ebensowie zu den älteren Baulichkeiten, mit Ausnahme der „Directorswohnung“) die Skizzen lieferte, welche als Grundlage für die Detailpläne des Architekten dienten; dass ich, wie ich aus den in meinen Händen befindlichen Plänen nachzuweisen in der Lage bin, auch bei der Redaction der Detailpläne einen namhaften Einfluss hatte; dass das grosse 8-zöllige Heliometer und das Instrument im I. Verticale von mir bestellt wurden; dass die Neubauten (Heliometerthurm mit dem im ersten Stocke befindlichen Bibliotheksraume um den Pfeiler, nebst den drei Schlafräumen für die Observatoren) im October 1891 fast vollendet waren, Herr de Ball aber erst im November 1891 in Wien eintraf: dies alles scheint Herr Moriz Edler v. Kuffner zu Gunsten Herrn Leo de Balls vergessen zu haben, und finde ich mich daher bemüssigt, darauf hinzuweisen, dass die „Zunahme der Sternwarte an Umfang und Bedeutung“ nicht in die Zeit der Direction Herrn de Balls fällt.

Mit diesen Worten, welche den befremdlichen Gegensatz zwischen der in einer grossen Zahl von Exemplaren des ersten Theiles dieses Werkes auftretenden Widmung und den Thatsachen zu constatieren bestimmt sind, will ich diese persönliche Angelegenheit als erledigt betrachten.

Es war mir in dem vorliegenden Werke weniger um eine erschöpfende Aufzählung von Namen zu thun, als vielmehr um die Darlegung der den

einzelnen Epochen charakteristischen Ideen und Methoden. Aus diesem Grunde konnte, was vielleicht auf den ersten Blick befremdlich erscheinen wird, die ganze vorcopernicanische Astronomie in einem einzigen Capitel behandelt werden. Die vielen „Verbesserungen und Erweiterungen“ der Epicykelntheorie durch die Araber, durch die spätere maurische Schule, durch Peurbach, von denen so viele Geschichtswerke und populäre Schriften ohne Inhaltsangabe sprechen, reducieren sich bei genauerer Durchsicht der Originale auf ein Minimum. Auch Peurbachs Theoricae novae sind eigentlich nur neue Darlegungen, nicht aber neue Methoden.

Dass Galilei vor Kepler behandelt wurde, hat, wie auch an entsprechender Stelle angeführt erscheint, dem Wesen nach seinen Grund darin, dass ja für die hier behandelten Abschnitte der Astronomie erst Keplers Untersuchungen eine neue Epoche begründeten. Aus demselben Grunde gehört auch Newton bereits der dritten Hauptepoche an und wird demnach erst im dritten Theile behandelt.

Zur Orientierung über das im II. Theile Besprochene wird am besten die folgende kurze Inhaltsangabe dienen:

I. Das Mittelalter bis Copernicus. Censorinus, Martianus Capella. — Die Araber: Alfragan, Albatagnius, Abul-Wefâ; die Trepidation; die physische Planetentheorie des Alpetragius. — Die persische und chinesische Astronomie. — Die Alfonsinischen Tafeln; ihre Anlage; die Theorien derselben nach Peurbachs Theoricae novae planetarum. — Regiomontan; der stellare Charakter der Kometen.

II. Copernicus. Das heliocentrische System; die Libration der Äquinoctien; Veränderlichkeit der Excentrität der Erdbahn; siderische Bewegung der Apsiden. — Die Mondtheorie. — Ungleichheiten in der Bewegung der Planeten; Abweichungen der Theorie von den Tafeln. — Die veränderlichen Neigungen.

III. Tycho Brahe. Galilei. Das Tychonische System. — Die Mondtheorie: Variation, jährliche Gleichung und Breitenstörung. — Der Komet von 1577; heliocentrische Bahn desselben. — Maestlins Bestimmung seiner Bahn. — Galileis Entdeckungen mit dem Fernrohre; Beweise für das heliocentrische System. — Die Bewegung der Jupitertrabanten; Bestimmung ihrer Umlaufszeiten.

IV. Kepler. Erste Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Entfernungen und Umlaufszeiten. — Untersuchungen über die Bahn des Mars: Übergang vom mittleren auf den wahren Sonnenort; Bestimmung von Knoten und Neigung; siderische Bewegung der Knoten. — Die stellvertretende Hypothese; die Halbierung der Excentrität; die Distanzen. — Die Erdbewegung: Bisection der Excentricität; die physikalische Hypothese; zweites Gesetz. — Fortsetzung der Untersuchungen über den Mars:

die Bewegung im Oval; die Libration im Radiusvector; die Ellipse; erstes Gesetz. — Keplers Gravitation. — Harmonices mundi: drittes Gesetz. — Epitome Astronomiae und Rudolfinische Tafeln; die Mondtheorie; Verbesserung der jährlichen Gleichung; Keplers Darstellung der Breitenstörung. — Geradlinige Kometenbahnen; Bestimmung derselben.

V. Von Kepler bis Newton. Lansberg und Riccioli. — Verschiedene Darstellung der elliptischen Bewegungen: Fabricius, Bullialdus, Cassini. — Bestimmung der Apsiden nach Bullialdus, Cassini, Halley, La Hire. — Weitere Untersuchungen über die Satelliten; die Saturnssatelliten; Halleys Entdeckung der ungleichförmigen Bewegung des Hugenischen Saturnssatelliten. — Ricciolis Untersuchungen über Kometen; Erweiterung der Kepler'schen Kometentheorie durch Hevel und Dörfel; die parabolischen Bahnen. — Cassinis und Bernoullis Ansichten über die Kometen.

Ein besonderes Gewicht habe ich darauf gelegt, die verschiedenen geometrischen Darstellungen, in denen sich die Bewegungen der Himmelskörper darbieten, rechnungsmässig (durch Reihenentwickelungen) zu verfolgen, da sich auf diese Weise die Fehler der verschiedenen Theorien in der übersichtlichsten Form ergeben.

Für die ausserordentliche Correctheit des Satzes, auf welchen trotz der sehr raschen Fertigstellung des Werkes — der Druck war im Laufe von drei Monaten vollkommen beendigt — von Seiten der Druckerei eine besondere Sorgfalt verwendet worden ist, fühle ich mich gedrängt, der kais. und königl. Hof-Buchdruckerei J. B. Wallishausser meinen lebhaftesten Dank auszusprechen.

Wien, 20. April 1894.

Der Verfasser.

I.

DAS MITTELALTER BIS COPERNICUS.

Die Geschichte einer Wissenschaft hat es nicht so sehr mit der Aufzählung der Namen und mit der Darstellung des Lebenslaufes derjenigen Männer zu thun, welchen die Wissenschaft ihre Förderung zu verdanken hat, als vielmehr mit der Darstellung derjenigen Thatsachen selbst, welche aufeinanderfolgende Stufen des Wissens bildend, den Zustand der Erkenntnis nicht des einzelnen, sondern der Menschheit zu einer gewissen Epoche veranschaulicht. Andererseits aber muss die Nachwelt denjenigen Männern Dank und Anerkennung zollen, deren geistiger Thätigkeit die Wissenschaft ihren Fortschritt zu verdanken hat, und endlich ist in zweiter Linie auch jener Männer zu gedenken, welche, wenn auch selbst nicht wissenschaftlich thätig, so doch, durch irgendwelche Motive bewogen, in irgendeiner Weise wissenschaftliche Untersuchungen förderten. In diesem Sinne soll auch im Folgenden eine Darlegung der hier einschlägigen Capitel der Astronomie gegeben werden, während die Lebensbilder der Astronomen erst in zweiter Linie kurz zu erwähnen sein werden.

Nicht in gleichmässigen, sondern in wellenförmigen Bewegungen ist der Aufschwung jeglichen Wissens begriffen, Bald mächtig emporstrebend, bald in langsamem Steigen begriffen, finden sich auch Epochen des Stillstandes und sogar des momentanen Rückganges. Und in der Astronomie wie in jeder anderen Wissenschaft gibt es derartige Epochen des Stillstandes, während welcher kein neuer Gedanke, keine befruchtende Idee einen Fortschritt verkündet; Zeitalter, welche dadurch charakterisiert sind, dass alte Überlieferungen Heiligtümern gleich geachtet, als unumstössliche Wahrheiten angesehen werden; Zeitalter, in denen die Neubearbeitung des Bekannten als die glänzendste Leistung des menschlichen Geistes betrachtet wird und aus denen auch nicht viel mehr als unbedeutende Verbesserungen des Althergebrachten zu verzeichnen sind.

Solch ein Zustand des Stillstandes fand in der Zeit nach Ptolemäus durch fast ein und ein halbes Jahrtausend statt. Die allgemeine Weltgeschichte gibt uns Aufschluss über die Ursachen dieser Erscheinung: jede Wissenschaft war von denselben mehr oder weniger stark beeinflusst, und objectiv betrachtet, muss zugestanden werden, dass sich die Astronomie vielleicht noch am wenigsten über Vernachlässigung zu beklagen hatte. Dass diese Bevorzugung hauptsächlich der Vorliebe zuzuschreiben ist, welche die Förderer der Wissenschaft nicht dieser selbst, sondern einer traurigen Entartung derselben, der Astrologie, entgegenbrachten, ist nebensächlich; denn wol nur demjenigen, der sie selbst machen muss, ist die Erfahrung neu, dass es nicht immer edle Motive sind, welche einen der Wissenschaft ferne Stehenden vermögen, einem von wissenschaftlicher Seite ausgehenden Impulse um der Wissenschaft selbst willen zu folgen, wenngleich es in den Annalen der Wissenschaft nicht häufig zu finden ist, dass edle Motive, Liebe zur Wissenschaft, selbstloses Streben vorgeschützt werden, um persönliche Launen und schrankenlose Willkür mit einem Glorienscheine zu umgeben. Die arabischen Kalifen sowie die europäischen Fürsten des Mittelalters, denen es nicht wie heutzutage um den Schutz und die Förderung der Wissenschaften als solche von staatswegen zu thun war, brauchten in erster Linie Astrologen und hinderten es allerdings nicht, wenn dieselben nebenbei auch Astronomen im wahren Sinne des Wortes sein wollten; und wenn wirklich in jener Zeit der Astronom und nicht der Astrolog gesucht wurde, wie von Alfons X. von Castilien oder Wilhelm IV. von Hessen, so war der Fürst auch selbst Gelehrter.

Einer ähnlichen Unterstützung durch eine unebenbürtige Abzweigung hatte sich keine andere Wissenschaft zu erfreuen, und auch waren die zahllosen Astrologen nur in den seltensten Fällen auch gute Astronomen. In dieser nur äusserst dürftigen Unterstützung der Wissenschaften seitens der massgebenden Factoren, welche in Zeiten politischer Wirren zunächst andere Ziele vor Augen haben müssen, ist wol ein Hauptgrund für den Niedergang wissenschaftlichen Strebens zu suchen.

Auf die allgemeinen Ursachen dieses Verfalles näher einzugehen, muss ich mir versagen; wiederholt und eingehend ist auf dieselben hingewiesen worden, und den detaillierten Darlegungen dürfte kaum wesentlich Neues hinzuzufügen möglich sein; es kann hievon an dieser Stelle umso eher Abstand genommen werden, als es sich hier ja doch nur um ein enger begrenztes Gebiet einer einzelnen Wissenschaft handelt.

So wie aber im Altertume fast die ganze Astronomie dem Wesen nach in dem Streben nach der Erkenntnis der Bahnen der Gestirne, ihrer Grössen und Entfernungen bestand, wozu bei den mehr philosophischen Schriftstellern allerdings noch die kosmologischen Fragen nach der Natur

derselben kamen, Fragen, die aber, weil ohne empirische Anhaltspunkte, rein speculativ gelöst wurden, so blieb auch noch lange Zeit dieses Streben das gleiche, und es unterscheidet sich die Geschichte der Planetentheorien nur unwesentlich von der Geschichte der Astronomie überhaupt.*) Hiemit ist auch das ganze Streben der Epoche, welche uns jetzt beschäftigt, gekennzeichnet: Verbesserung von Planetentafeln auf Grund neuer Beobachtungen mit Zugrundelegung des Ptolemäischen Systems. Das Verdienst, in dieser Richtung Erspriessliches geleistet zu haben, gebürt aber zwei Völkern, denen man gern alles Böse, das in der Folge über Europa hereinbrach, zuschreiben möchte, welchen aber die Astronomie als treuen Hütern griechischer Wissenschaft dankbar sein muss: den Arabern und Mongolen. Ehe wir aber auf diese übergehen, müssen wir noch zuvor einiger griechischer und römischer Schriftsteller gedenken, von denen uns einzelne, allerdings nur dürftige Nachrichten und wenige Schriften erhalten blieben.

Von Censorinus**) ist uns ein Werk: De die natali (ab Aldo Manuccio emendatus et notis illustratus; Venetiis 1581) erhalten, welches eine wichtige Quelle für die Chronologie der alten Völker bildet. Den Planeten sind nur zwei ziemlich kurze Capitel gewidmet: De spatio Terrae et siderum distantia (Cap. XI) und De Stellis et Planetis (Cap. XV). Mitgetheilt werden: Der Umfang der Erde nach Eratosthenes, die Pythagoräische Reihe für die Distanzen der wandelnden Gestirne***) (s. I. Bd., pag. 5), ferner die Umlaufszeiten der Planeten Saturn und Jupiter zu 30, beziehungsweise 12 Jahren. Hingegen heisst es: „Martis signiferum annis fere novem pervagatur; Stellae Mercurii et Veneris Solem sequuntur, eademque spatia custodiunt.“ †)

*) Andere Theile der Astronomie, wie die Fixsternkunde, die sphärische Astronomie und geographische Ortsbestimmung, vorzugsweise aber die physische Astronomie in ihrer heutigen Auffassung, waren noch lange Zeit in einem fast embryonalen Zustande und begannen erst viel später eine reichere Entfaltung zu zeigen; so die Fixsternkunde (Eigenbewegungen, Doppelsterne, Parallaxen) und die physische Astronomie (Spectralanalyse) erst seit etwa einem Jahrhundert. In der Stellarastronomie ist wol das Studium der Praecession das einzige bereits im Altertume Begonnene; die geographische Ortsbestimmung blieb noch bis Tychos Zeiten auf die Beobachtungen am Gnomon beschränkt. Nur die Chronologie erfreute sich frühzeitig einer eifrigeren Pflege.

**) Censorinus lebte zur Zeit des Maximus, d. i. um 990 ab urbe condita, also etwa 240 nach Chr. Geb. Woher und aus welcher Familie er stammt, lässt sich nicht eruieren, ebensowenig, welches sein Vorname ist. (S. die Vorrede zu seinem oben angeführten Werke.)

***) Nur setzt er die Distanz vom Saturn zum Thierkreise (vielleicht irrtümlich) $2\frac{1}{2}$, und die Entfernung 1, d. i. die Entfernung Erde—Mond, gleich 126000 Stadien.

†) l. c. pag. 69.

Ob in den nächsten 300 Jahren in der Astronomie wesentlich neue Resultate zutage gefördert wurden, ob die uns von Martianus Capella überlieferten Resultate auf weitergehende mathematische Forschungen eines uns völlig unbekannten Astronomen fussen oder ob diese Überlieferungen als Resultate einer speculativen Forschung anzusehen sind, möge dahingestellt bleiben. Nichts deutet darauf hin, dass wir vor Martianus Capella an einen bedeutenderen Astronomen zu denken haben. Von Theon dem Jüngeren (um 365 nach Chr. Geb.), der einen Commentar zum Almagest gab, und dessen Tochter Hypatia, welche in Alexandrien Mathematik und Astronomie lehrte und über Anstiften der sie hassenden Christen auf grausame Weise mishandelt und getödtet wurde, ist uns nichts erhalten, was auf einen weitgehenden Fortschritt der Astronomie schliessen liesse. Dasselbe gilt von den Werken des Boëthius, Maurolycus u. s. w. Hingegen führt uns Martianus Capella im achten Buche seines Satyricon*) eine Ansicht über den Bau des Sonnensystems an, welche 1000 Jahre später bei Tycho Brahe neuerdings auftritt. Er nimmt nämlich an, dass Mercur und Venus um die Sonne und mit dieser gemeinschaftlich um die Erde kreisen: „Quinque vero sidera nesciunt obumbrari: Tria enim ex his cum Sole Lunamque orbem terrae circumeunt. Venus vero ac Mercurius non ambiunt terram. . . . . Nam Venus Mercuriusque licet ortus occasusque quotidianos ostendant, tamen eorum circuli terras omnino non ambiunt: sed circa Solem laxiore ambitu circulantur. Denique circulorum suorum centron in Sole constituunt.“ **) Auf welche Art er zu dieser Annahme gelangte, wird nirgends direct und unzweideutig ausgesprochen; doch findet sich eine Stelle, welche darauf hindeutet, dass ihn die Identität des mittleren Ortes, beziehungsweise des Epicykelmittelpunktes der beiden Planeten mit dem Sonnenorte auf seine Annahme führte: „Nam Stilbon pene anni circulum ducens per octo latitudinis partes alterna incitus diversitate discurrit. Hujus Venerisque circulos epicyclos esse, superius memoravi; id est, non intra ambitum proprium rotunditatem telluris includere, sed de latere quodammodo circumduci. . . . . Sed idem Stilbon licet Solem ex diversis circulis comitetur: ab eo tamen nunquam ultra 32 partes***) poterit aberrare nec duobus signis absistere; nunc

*) Martianus Capella lebte im 5. bis 6. Jahrhunderte nach Chr. Geb. Die Angaben beziehen sich auf die Ausgabe: Martiani Minei Felicis Capellae Carthaginiensis Viri proconsularis Satyricon in quo de nuptiis Philologiae et Mercurii libri duo et de septem artibus liberalibus libri singulares. Omnes emendati et Notis sive Februis Hug Grotii illustrati. Academiae Lugduno-Bat. 1599.

**) l. c. pag. 288.

***) Soll natürlich 23 heissen.

praeteriens, nunc consistens, aut certe regrediens.“*) Wenngleich diese Stelle darauf hindeuten könnte, dass wir es thatsächlich mit einem inductiven Schlusse zu thun haben, so darf nicht vergessen werden, dass Ptolemäus den Epicykelmittelpunkt mit den mittleren Sonnenorten zusammenfallen lässt. Doch kann ganz wol ein Versehen von Martianus Capella angenommen werden, welches ihn auf die heliocentrische Bewegung der beiden inneren Planeten führte.

Ganz speculativ ist er bei der Bestimmung der Entfernung der Planeten vorgegangen. Er nimmt die Entfernung direct proportional den Umlaufszeiten, also die Geschwindigkeit umgekehrt proportional den Entfernungen: „Sed quis dubitet Solarem circulum duodecies quam Lunae esse majorem? Cum quod illa mense, ille duodecim currat.**) Insbesondere wird daher: die Sonne 12mal so weit wie der Mond, Mars 24mal, Jupiter 144mal, Saturn 336mal so weit wie der Mond. Endlich setzt er die Entfernung des Mondes von der Erde ohne Quellenangabe gleich 100 Erdhalbmessern, womit sich auch die sämmtlichen anderen Distanzen in bekanntem Masse ausdrücken. Den Schluss auf die Distanzen des Mercur und der Venus von der Sonne, welcher sich aus den grössten Elongationen leicht ergeben hätte, zieht Martianus Capella nicht. Merkwürdig ist weiter, dass er ebenso wie Plinius nebst den Apsiden eines Planeten für denselben noch andere höchste Punkte einführt, die er aber, genauer wie Plinius, als diejenigen Punkte definiert, ubi se ejus circulus a terra altius tollit.***) Demnach wären diese Punkte die Punkte grösster heliocentrischer Breite, also die um 90° von den Knoten abstehenden Punkte. Dass nach unserer jetzigen Kenntnis derselben die Angaben von Plinius unrichtig sind, kann uns nicht in Erstaunen setzen, da die Resultate bekanntermassen oft nur aus einer einzigen Beobachtung geschlossen wurden, diese aber als geocentrische Beobachtungen von den heliocentrischen Werten wesentlich verschiedene Resultate geben mussten, doch stimmt die Angabe für Saturn bei Plinius ziemlich gut. Hingegen gibt Martianus Capella die Zahlen identisch mit Plinius, aber er verwechselt Apsiden und Knoten. Für den Mars: „Nam ejus altitudo, id est, ubi se ejus circulus a terra altius tollit, sub signi Leonis regione consurgit..... Absidem etiam habet, recessumque sublimem in Capricorni confinio, hoc est sub ejus vigesima nona parte.“ Für den Jupiter: „Altitudo ejus circuli in Virgine reperitur; Absis vero in Cancri decima quinta portione“. Endlich für Saturn: „Altitudo quidem ejus circuli in Scorpionis signo grandescit: verum absis ipsius in Librae

*) l. c. pag. 297.
**) l. c. pag. 291.
***) l. c. pag. 299. Man vergleiche damit das im I. Bande, pag. 83, Gesagte.

vigesima portione.“ *) Auch die philosophischen Lehren des Plinius über die Ursachen der Retrogradationen und Stationen hat M. Capella fast unverändert dem Plinius entnommen, so dass man fast versucht wäre, bei ihm auf eine Vervollständigung des Plinius aus vorptolemäischen Werken ohne Kenntnis des Almagest zu schliessen.**)

Mit diesen wenigen Epigonen können wir die Epoche der griechischen und römischen Astronomie als abgeschlossen betrachten. An einer ganz anderen Stelle erhält dieselbe jetzt eine Heimstätte, in welcher sie sich in theoretischer sowie praktischer Beziehung einer fleissigen, wenn auch nicht sonderlich originellen Bearbeitung erfreute: es war dies in erster Linie Bagdad, der Sitz der Kalifen.

Alfraganus***) gibt in seinem von J. Christmann herausgegebenen Werke „Chronologica et Astronomica Elementa, Francofurti 1590“ einen Auszug aus dem Almagest des Ptolemäus, ohne auf dessen theoretische Untersuchungen einzugehen. Er adoptiert unverändert aus dem Almagest: die Reihenfolge der Planeten (Cap. 15); die epicyklische Bewegung und die Dimensionen der Deferenten und Epicykel (Cap. 19); die Umlaufszeiten im Deferenten und Epicykel (Cap. 20); die Breitenbewegungen (Cap. 21); für die beiden Neigungen εγκλισις und λοξωσις sind in der lateinischen Übersetzung die beiden Namen declinatio und involutio gewählt. Neu scheinen hier einige Benennungen zu sein; er nennt die Knotenlinie draco und demgemäss den aufsteigenden Knoten caput draconis oder genzohar, den niedersteigenden Knoten cauda draconis; auch unterscheidet er zwischen dem Deferenten und „Äquanten“: „Nominatur itaque orbis super quo est centrum epicycli, eccentricus deferens centrum epicycli: orbis autem primus, super cujus centro

*) l. c. pag. 288/9.

**) Die Angaben des Martianus Capella über den Umfang der Erde stimmen ebenfalls mit den älteren vorptolemäischen Angaben überein, so weit die im Drucke sich vorfindenden Druck- oder Schreibfehler eine Vergleichung zulassen. Die Länge eines Grades wird zu 500 Stadien angegeben; dieses mit 360 multipliciert gibt 180000, also die von Strabo mitgetheilte Zahl des Posidonius. Der Text hat aber millies octingentiesque sexcenta. Eine Stadie zu 125 Schritte angenommen, würde für den Umfang 22,500.000 Schritte geben, während der lateinische Text „in millibus passuum trecenties et quindecies centenies“ hat.

***) Die Zeitangaben für denselben schwanken zwischen 800 und 950. In seinem oben citierten Werke findet sich keine Beobachtung, welche eine Sicherstellung der Epoche seines Lebens gestatten würde. Christmann hält ihn nach seiner Angabe der Schiefe der Ekliptik (23° 35′) für einen Zeitgenossen des Kalifen Almamon (850). Doch bezieht sich Alfragan selbst auf eine diesbezügliche Bestimmung Almamons; er sagt (l. c. Cap. 6): Die Schiefe der Ekliptik ist nach Ptolemäus 28° 51′, nach Almamon und anderen 23° 35′. Sedillot setzt ihn um 950, also nach Albategnius.

movetur centrum epicycli aequaliter, dicitur eccentricus aequans cursum". (Cap. 15.)

Die Entfernungen von Sonne und Mond nimmt Alfragan nach Ptolemäus an und folgert hieraus auf die Entfernungen der übrigen Himmelskörper, indem er annimmt, dass die grösste Entfernung eines Planeten gleich ist der kleinsten des nächst weiteren. Hiemit erhält er die folgende Reihe:

Kleinste Entfernung des Mondes $33\frac{1}{3}$ $\frac{1}{20}$ Erdhalbmesser = 109037 Milliaria;
grösste Entfernung des Mondes = kleinste Entfernung des Mercur $64\frac{1}{6}$ Erdhalbmesser = 208541 Milliaria;
grösste Entfernung des Mercur = kleinste Entfernung der Venus 167 Erdhalbmesser = 542750 Milliaria;
grösste Entfernung der Venus = kleinste Entfernung der Sonne 1120 Erdhalbmesser = 3640000 Milliaria;
grösste Entfernung der Sonne = kleinste Entfernung des Mars 1220 Erdhalbmesser = 3965000 Milliaria;
grösste Entfernung des Mars = kleinste Entfernung des Jupiter 8876 Erdhalbmesser = 28847000 Milliaria;
grösste Entfernung des Jupiter = kleinste Entfernung des Saturn 14405 Erdhalbmesser = 46816250 Milliaria;
grösste Entfernung des Saturn = Entfernung der Fixsternsphäre = 20110 Erdhalbmesser = 65357500 Milliaria.*)

Da nach der Epicykeltheorie für die Verhältnisse der kleinsten und grössten Entfernungen mit den Zahlen des Ptolemäus
für Mercur 1 : 2·8, für Venus 1 : 7·4, für Mars 1 : 12·7, für Jupiter 1 : 1·8, für Saturn 1 : 1·6
folgt, so werden die von Alfragan gegebenen Zahlen ziemlich richtig.

Für die scheinbaren und wahren Grössen der Himmelskörper gibt Alfragan die folgenden Werte**) (für den Mond giltig in der Erdferne, für die übrigen in der mittleren Entfernung):

	Scheinbarer Durchmesser	Wahrer Durchmesser in Theilen des Erddurchmessers	Volumen in Theilen des Erdvolumens
Mond	$31\frac{2}{5}'$	$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5}$ ***)	$\frac{1}{39}$
Mercur	$\frac{1}{15}$ des Sonnendurchmessers (d. i. 2·1)	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{22000}$
Venus	$\frac{1}{10}$ „ „ (d. i. 3·1)	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9}$	$\frac{1}{39}$

*) Der Erddurchmesser = 6500 Milliaria (l. c. Cap. 10).

**) l. c. Cap. 24.

***) Die wahre Grösse des Mondhalbmessers müsste $\frac{1}{3} - \frac{1}{25}$ sein, was sowol mit dem scheinbaren Halbmesser als auch mit dem Volumen stimmen würde. Es mag hier noch erwähnt werden, dass für die Sterne erster Grösse der scheinbare Durchmesser $\frac{1}{20}$ Sonnendurchmesser, für deren wahre Grösse $4\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ Erddurchmesser, für ihr

	Scheinbarer Durchmesser		Wahrer Durchmesser in Theilen des Erddurchmessers	Volumen in Theilen des Erdvolumens
Sonne	$31\frac{2}{5}'$		$5\frac{1}{2}$	166
Mars	$\frac{1}{20}$ des Sonnendurchmessers	(d. i. 1:6)	$1\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{2}\frac{1}{8}$
Jupiter	$\frac{1}{12}$ „ „	(d. i. 2·6)	$4\frac{1}{2}\frac{1}{16}$	95
Saturn	$\frac{1}{18}$ „ „	(d. i. 1·8)	$4\frac{1}{2}$	91

Die weiteren Capitel: Conjunctionen, Retrogradationen und Stationen, Mondphasen, Sonnen- und Mondfinsternisse lehnen sich wieder vollständig an den Almagest an, ohne dass jedoch irgendwelche mathematische Deductionen gegeben werden.

Während hiernach von Alfragan überhaupt keine einzige Beobachtung zu unserer Kenntnis gelangt ist, sind uns, obzwar nicht gerade zahlreich, doch wenigstens vereinzelt, Beobachtungen von Albategnius (um 890 nach Chr. Geb.) erhalten. Er beobachtete „in Aracta civitate" die kleinste Meridian-Zenitdistanz der Sonne gleich $12^0\ 26'$, die grösste gleich $59^0\ 36'$, woraus sich für die Schiefe der Ekliptik $23^0\ 35'$ und für die Polhöhe des Beobachtungsortes 36^0 ergibt. (Cap. 4.) Für die Länge von Aracta wird (Cap. 27) $\frac{2}{3}$ Stunden östlich von Alexandrien angegeben.*)

Zur Bestimmung der Jahreslänge beobachtete er ein Herbstäquinoctium:

1206 nach dem Tode Alexanders, am 8 Pachon $4\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ Stunden vor Sonnenaufgang **) = 882 Sept. 18, $13^h\ 15^m$ = 2043 469^d552 jul. Periode.

Diese Beobachtung verglichen mit der Beobachtung von Ptolemäus:

463 nach dem Tode Alexanders ***) = 1772 095^d792 jul. Periode,

gibt eine Zwischenzeit von 271373·743 Tagen = 743 egyptischen Jahren und 178·743 Tagen; die hieraus folgende Jahreslänge ist 365^d2406, nach Albategnius $365^d\ 14'\ 26''$ (in Sexagesimaltheilen des Tages,

---

Volumen 107 angegeben wird; für die Sterne erster bis sechster Grösse folgt eine arithmetische Reihe mit der Differenz 18, also: Volumina der Sterne: erster Grösse 107, zweiter Grösse 90, dritter Grösse 72, vierter Grösse 54, fünfter Grösse 36, sechster Grösse 18.

*) Von Albategnius ist uns ein Werk: „De numeris et motibus stellarum" erhalten; die Angaben der Capitel im Texte beziehen sich auf die Ausgabe des Plato Tiburtinus, mit Zusätzen von Regiomontan, Nürnberg, 1537. An der Stelle von Aracta findet sich heute ein kleines Dorf Rakka, etwa in der Breite von Aleppo und Länge von Diarbekir.

**) S. auch E. Halley, Philos. Trcts, 1693, pag. 913.

***) I. Bd. pag. 87. Albategnius hat die Zwischenzeit $178\frac{1}{2}\frac{1}{4} - \frac{2}{5}^h = 178·735$ Tage. Die auftretende kleine Differenz ist selbstverständlich völlig belanglos; die $\frac{2}{5}$ Stunden entspringen aus der Meridiandifferenz.

Für die tägliche Bewegung der Sonne erhält Albategnius hieraus $59' 8'' 20''' 46^{IV} 56^{V} 14^{VI} = 59' 8''.34637$.

Auch für die Bestimmung der Sonnenbahn gibt Albategnius die von ihm erhaltenen Beobachtungsresultate an, wenngleich nicht die Beobachtungen selbst. Er fand als Zwischenzeit zwischen dem Durchgange der Sonne durch das Herbstäquinoctium und das darauffolgende Frühlingsäquinoctium $178^d\ 14^h\frac{1}{2}$, und die Zeit zwischen dem Durchgange durch das letztere und durch die Sommersonnenwende $93^d\ 14^h$. Mit der von ihm angegebenen Jahreslänge folgen:*)

$$A = 82^0\ 13'.9\ ;\ r : \rho = 28.94\ ;\ \rho : r = 0.03456.$$

Albategnius erhält $82^0\ 17'$ und $28\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$, mit welchen Grössen er die Mittelpunktsgleichung in der Hypothese des excentrischen Kreises und des Epicykels (welcher hier circulus circumvolubilis heisst) bestimmt.

Durch Vergleichung des erhaltenen Wertes von A mit dem Werte des Hipparch, welcher $A = 65^0\ 30'$ fand, würde eine Bewegung von $16^0\ 47'$ in etwa 1020 Jahren folgen. Da er nun aus den Beobachtungen der Fixsterne die Praecession gleich $11^0\ 50'$ in 783 Jahren, d. i. also 1^0 in 66 Jahren, gefunden zu haben angibt, während sich die Bewegung des Sonnenapogäums nach dem obigen gleich 1^0 in etwa 61 Jahren ergibt, so würde einerseits eine hinreichende Übereinstimmung der Beobachtungen, andererseits aber die Identität der erhaltenen Bewegung der Apsiden mit der Praecession ersichtlich sein.**) Den Unterschied der beiden erhaltenen Werte scheint er Beobachtungsfehlern zugeschrieben zu haben. Cap. 33 sagt er: „Nam locus ejus longioris longitudinis secundum circuli Stellarum fixarum motum movetur, quod secundum observationem est deprehensum omnibus 66 annis Romanis et omnibus item 68 lunaribus annis unus fere gradus". Es ist dies der aus den Fixsternen gefolgerte Wert der Praecession, welchem er demnach den Vorzug vor dem aus den Beobachtungen der Länge der Jahreszeiten gefolgerten gegeben zu haben scheint. Dass jene Beobachtungen thatsächlich mehr Vertrauen verdienen würden, kann übrigens nicht angenommen werden. Zwar wären die Fixsternbeobachtungen jedenfalls zuverlässiger, als die Beobachtungen der Länge der Jahreszeiten, wenn die Declinationen der Fixsterne (namentlich der zenitnahen, bei denen die Refraction nicht sehr wesentlich ist)

*) Nach der Methode I. Bd. pag. 57.

**) Es ist nicht zu übersehen, dass Ptolemäus denselben Wert $A = 65^0\ 30'$ als Ort des Apogäums fand. Nimmt man aber diesen Wert als für die Zeit des Ptolemäus giltig an, so wird die Bewegung der Apsiden gleich 1^0 in 44 Jahren gefunden; d. h. es folgen für die jährliche Praecession 54'', für die tropische Bewegung der Apsiden jährlich 80'', daher für die siderische 26'', während die wahren Werte beziehungsweise 50'', 62'' und 12'' sind.

zur Bestimmung der Praecession herangezogen worden wären. Wenn jedoch direct die Länge der Sterne gemessen würde, zu welchem Zwecke es ja wesentlich ebenfalls auf die Bestimmung des Äquinoctiums ankommt, so sind wol beide Methoden gleich sicher oder unsicher. Ob Albategnius die Äquatorealarmillen für diese Bestimmungen verwendete, ist nicht sicherzustellen, da er die Beobachtungsart nicht mittheilt; ja, er schliesst seinen Wert (11° 50′ in 783 Jahren) nur aus einer einzigen Beobachtung, „in qua plurimum confidimus", obzwar ihm auch „andere Beobachtungen dasselbe Resultat ergaben". Jedenfalls aber steht fest, dass Hipparch und Ptolemäus die Orte der Sterne direct nach Länge und Breite bestimmten, also wesentlich vom Äquinoctium abhängig waren. Dass die wirkliche Bewegung der Apsiden von den Arabern nicht direct als solche bezeichnet wird, erkennen auch Whewell und Wolf an, doch sind beide der Ansicht, dass man „wol nicht mit Delambre übereinstimmen kann, der das Recht auf die Entdeckung der Bewegung der Apsiden dem Albategnius verkümmern oder gar absprechen will, bloss weil es derselbe nicht ausdrücklich ausgesprochen hat." *) Im Gegentheil sollte man hier mit Delambre übereinstimmen, da hier mit demselben Rechte etwas Vorsicht in der Interpretation nötig ist, wie etwa bei der Interpretation gewisser Stellen im Alhazen, bei denen auch Whewell**) der Ansicht ist, dass man durch eine derartige willkürliche Interpretation von nicht Gesagtem den Ausdrücken Theorie, Wissenschaft, Princip u. s. w. alle bestimmte Bedeutung rauben würde.

Die Mondtheorie nimmt Albategnius unverändert aus dem Almagest (s. I. Bd., pag. 96 und 98) und ist hier nichts hinzuzufügen. Einzelne Differenzen in den Zahlenwerten rühren wol von Schreib- oder Druckfehlern her und bedürfen keines Commentares; die Beobachtungen, welche er zu seinen Rechnungen benützte, theilte er ja nicht mit, ebensowenig wie diejenigen, aus denen er seine Neubestimmung der Elemente der Planetenbahnen vornimmt. Seine Resultate für die letzteren weichen nur wenig von den ptolemäischen ab, lassen jedoch nicht erkennen, ob er die Theorien des Almagest unverändert adoptierte oder ob er sich mit Vereinfachungen begnügte. So werden nur die Werte für den Epicykelhalbmesser, nicht aber diejenigen der Excentricitäten angegeben; speciell für Mercur wird die von Ptolemäus ausführlich behandelte Theorie (die Theorie des beweglichen Epicykelmittelpunktes) nicht erwähnt. Seine Zahlen sind (Cap. 28):

*) Whewell, Geschichte der inductiven Wissenschaften, deutsch von J. J. Littrow, I, pag. 187; ähnlich spricht sich Wolf, Geschichte der Astronomie, pag. 68, aus.

**) l. c. I, pag. 320.

für die Sonne . . . 2^p 4′ 45″, für den Jupiter . . 11^p 30′ 5″,
„ den Mond . . . 5 15 —, „ den Mars . . . 39 55 22,
„ den Saturn . . 6 29 7, „ die Venus . . . 44 9 5,
für den Mercur . . 22^p 30′ 30″;

der Halbmesser der Deferenten gleich 60^p angenommen.

Welcher Art die Beobachtungen waren, welche ihm diese Resultate ergaben, bleibt uns unbekannt; er gibt weder die Beobachtungen noch die Rechnungen; wol aber finden sich in seinem Werke Stellen, welche den Schluss gestatten, dass seine Beobachtungen nicht sehr zahlreich gewesen sein mögen. Charakteristisch hiefür ist insbesondere das ganze Cap. 50. Wo hier von Beobachtungen gesprochen wird, da heisst es fore dicitur, invenerunt, invenisse dixerunt u. s. w. Die betreffenden Stellen lauten wörtlich: „Ac major Mercurii longitudo a Sole 26 partium fore dicitur, cum Sol in directo centro circuli circumvolubilis in longiori longitudine circuli egressi fuerit, sive illum praecedat, sive subsequatur. Veneris autem longitudo major a Sole erit 16 partium*) cum Sol fuerit in directo centro circuli circumvolubilis in longiori egressi circuli longitudine, sive illud praecedat, sive subsequatur Venus; et minor Veneris a Sole longitudo est a statione prima usque ad stationem secundam quod est 41 partes. . . . .“ Das Verhältnis der grössten zur kleinsten Entfernung des Mars von der Erde „septuplam se invenisse dixerunt . . . . cumque in sua media longitudine subtiliter ipsum observarent, ejus diametrum unius partis de 20 partibus diametri Solis invenerunt“. Für den Jupiter soll das Verhältnis der grössten zur kleinsten Entfernung von der Erde 37 : 23 „ajunt sese invenisse“. Für den Saturn ist dieses Verhältnis $1\frac{2}{5}$ „secundum antiquorum ostensionem. . . . . Invenerunt etiam Saturni diametrum in ejus media longitudine $\frac{1}{15}$“. Welche Beobachtungen hat er selbst gemacht? Welche Anwendung hat er von seiner Theorie gemacht, wenn er derselben nicht einmal die Verhältnisse der grössten und kleinsten Entfernungen entnimmt, sondern dieselben älteren Theorien entlehnt? Nur für den scheinbaren Halbmesser des Jupiter findet sich: „ipsius magnitudinem in suae longitudinis dimidio unius fore partis de 12 partibus diametri solis invenimus“.

Von thatsächlichen Beobachtungen finden sich noch vier Finsternisse angegeben, und zwar zwei Sonnen- und zwei Mondesfinsternisse. Die beiden Sonnenfinsternisse (891 und 901 nach Chr. Geb.) verwendet er dazu, die Zahlen des Ptolemäus zu prüfen; er findet dieselben fehlerhaft, indem die Beobachtungen durch dieselben nicht dargestellt werden. Zur Neubestimmung der Entfernung der Sonne wählt er daher wieder zwei Mondesfinsternisse (883 und 901 nach Chr. Geb.), aus denen er nach der

*) Soll natürlich 46 heissen.

im I. Bande pag. 106 angegebenen Methode die Distanz der Sonne zu bestimmen sucht. Die Rechnung selbst ist jedoch theilweise unrichtig, die Additio Jo. de Monte regio gibt zu denselben keine Erläuterungen, sondern bezieht sich lediglich darauf, die Ptolemäische Methode auseinanderzusetzen, und zwar an den Finsternissen des Almagest. Regiomontan erhält auch die Ptolemäischen Resultate. Die an den Beobachtungen des Albategnius anzubringenden Correctionen sind von E. Halley in den Phil. Trcts. 1693, pag. 913 ff., angezeigt worden. Sie beziehen sich wesentlich auf die Argumente, die bei Albategnius theils durch Rechen-, theils durch Schreibfehler entstellt sind; doch sind die thatsächlichen Rechenfehler innerhalb derjenigen Grenzen, welche bei dem unvollkommenen Rechnungsmechanismus jener Zeiten fast als unvermeidlich anzusehen sind, und ändern die aus denselben berechneten Breiten und Entfernungen nur um geringfügige Beträge.

Angenommen wird die grösste Entfernung des Mondes gleich $64\frac{1}{6}$ Erdhalbmessern (nach Ptolemäus); weiters wird angenommen, dass der Durchmesser des Mondes zwischen den Grenzen 29′ 30″ (in der Erdferne) und 35′ 20″ (in der Erdnähe) und der Durchmesser der Sonne zwischen den Grenzen 31′ 20″ (in der Erdferne) und 33′ 40″ (in der Erdnähe) variiert. Endlich wird angenommen, dass in den beiden Finsternissen die Sonne in der Erdferne, ihr Durchmesser daher 31′ 20″ war. Nun sucht Albategnius diejenige Entfernung des Mondes, in welcher auch dessen Durchmesser 31′ 20″ wäre, um die Methode des Ptolemäus anwenden zu können. Er findet $64 . 10 - 3\frac{1}{5} = 60\frac{2}{3}\frac{1}{5}\frac{1}{10}$. Da dieses nun ein interpolierter Wert ist und $\frac{31' 20'' - 29' 30''}{35' 20'' - 29' 30''} = \frac{1}{3}\frac{1}{5}$ ist, welcher Differenz der Wert $3\frac{1}{5}$ entspricht, so würde der Vergrösserung des Durchmessers um 5′ 50″ eine Änderung der Entfernung gleich $\frac{3}{1}\frac{5}{1} . 3\frac{1}{5} = 10{\cdot}2$ folgen, womit sich demnach für die kleinste Entfernung der mit der epicyklischen Theorie nicht im Einklange stehende Wert 54 ergeben würde. Da weiters $64\frac{1}{6} : 54 = 1{\cdot}188$, während das Verhältnis der scheinbaren Halbmesser 1·197 ist,*) so liegt wol die Vermutung nahe, dass Albategnius die Änderungen der Entfernungen verkehrt proportional den Änderungen der scheinbaren Halbmesser annahm, wie es thatsächlich der Fall sein muss. Dass er sich um den hierin auftretenden Widerspruch mit der Epicykelntheorie nicht gekümmert hätte, scheint nicht sehr wahrscheinlich; allein, wenn er auch eine Lösung desselben versucht hätte, so war es ihm gewiss nicht geglückt; auch findet sich ausser der hier hervorgehobenen charakteristischen Interpolation keine Stelle im

*) Der Unterschied rührt natürlich nur von der unvermeidlichen Ungenauigkeit der Extrapolation her.

ganzen Werke, welche einen Aufschluss zu geben vermöchte; er ist wol geflissentlich dieser subtilen Frage aus dem Wege gegangen, so lange er eine Lösung des Widerspruches nicht geben konnte.

Die erste Finsternis war 1194*) ad Halicarnain = 1206 ab Alexandri morte die 23 mensis Tamuz, post hujus diei dimidium 8 horis et modicum plus ex horis aequalibus; eclipsatum est ex Lunae diametro modicum plus medietate et tertia. (Aracta.)

Die zweite Finsternis war 1212 ad Halicarnain = 1224 a morte Alexandri, post medium secundae diei mensis ab 15 horis et tertia parte horae fere; eclipsatumque est ex Luna modicum minus suo diametro. (Antiochia.)

Für die erste Finsternis ist nun die Anomalie im Epicykel $114^0\ 10'$, die Bewegung in der Breite $186^0\ 5'$; daher der Mond in der mittleren Entfernung, seine Breite $32'$; da von dem Monde etwas mehr als $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}$ verfinstert war, so ist als Halbmesser des Erdschattens in der mittleren Entfernung $R = 32' + 0{\cdot}833\,d - 0{\cdot}5\,d$ anzunehmen und für $d = 32'\ 25''$: $R = 42'\ 48''$.

Für die zweite Finsternis war die Anomalie des Mondes $111^0\ 5'$, das Argument der Breite $185^0\ 21'$, daher der Mond wieder in der mittleren Entfernung, seine Breite $28'$; da vom Monde etwas weniger als der Durchmesser verfinstert war, so war der Halbmesser des Erdschattens $R = 28' + 16'\ 12'' = 44'\ 12''$; da die erste Finsternis etwas grösser, die zweite etwas kleiner war, so wird das Mittel $43'\ 30''$ als Halbmesser des Erdschattens in der mittleren Entfernung des Mondes anzunehmen sein. Eine wesentliche Schwierigkeit bereitet aber hier (unter der Annahme der Epicykeltheorie) die Bestimmung der Entfernung. Die Anomalie ist nicht in beiden Fällen dieselbe; wollte man die Entfernung nach der Epicykeltheorie angeben, so würde dieselbe wesentlich anders; weiters ist auch die Entfernung, in welcher Sonnen- und Monddurchmesser im selben Winkel erscheinen, nicht die mittlere Entfernung, $\frac{1}{2}(64\frac{1}{6} + 54) = 59\frac{1}{12}$, sondern 60·967. Nun kann man den Halbmesser des Schattenkegels für diese Distanz (der Halbmesser $31'\ 20''$) interpolieren; er würde $42'\ 51''$. Aber es findet sich auch für den kleinsten Halbmesser der Wert $29'\ 20''$ (statt $30''$) angegeben; hiefür würde der gesuchte Halbmesser $42'\ 44''$, und mit diesen beiden Werten immer mit Benützung der Distanz 60·967 würde sich für die Sonnenparallaxe $2'\ 13''$ beziehungsweise $2'\ 6''$ finden. Nimmt man hingegen den beobachteten Wert $\alpha = 43'\ 30''$ (siehe I. Bd., Fig. 25) für die Entfernung 60·967 geltend an, so würde sich für die Entfernung der Sonne 1199 Erdhalbmesser, für die Sonnenparallaxe $2'\ 52''$ ergeben. Albategnius findet für die grösste

*) Mit Berücksichtigung der Halley'schen Correcturen.

Entfernung 1156. Diese Rechnung ist jedoch unrichtig; um nämlich den beobachteten Wert des Halbmessers des Erdschattens mit der mittleren Entfernung, in welcher der Mond gemäss seiner mittleren Anomalie war, zu verbinden, hätte man (I. Bd., Fig. 25)

$$E\,L = d,\ E\,L_1 = d_1$$

zu setzen; dann wäre:

$$\operatorname{tg} L_1\,O\,L_1' = \frac{1 - d_1 \operatorname{tg} \alpha}{d_1}$$

und daher

$$y = \frac{1}{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{d_1}},$$

und wenn $\alpha = 43'\ 30''$, $\beta = 15'\ 45''$, $d_1 = 59{\cdot}083$ angenommen wird, so würde $y = 3223$, die Sonnenparallaxe gleich $1'\ 4''$. Allein auch dieser Wert ist noch nicht richtig. Der beobachtete Sonnenort war in 5^0, bez. 16^0 Löwen, also in den Anomalien 43^0, bez. 54^0; demnach die Sonne nicht in der grössten Entfernung, der Sonnendurchmesser nicht $31'\ 20''$, sondern der Anomalie von 48^0 entsprechend gleich $31'\ 44''$ anzunehmen; nimmt man daher

$$d_1 = 59{\cdot}083,\ \alpha = 43'\ 30'',\ \beta = 15'\ 52'',$$

so wird $y = 2901$ und reduciert auf die grösste Entfernung (Anomalie $= 0^0$) 2914, die Sonnenparallaxe $1'\ 12''$.

Mit Berücksichtigung der Veränderungen im Durchmesser und in der Entfernung des Mondes unter Zugrundelegung der angegebenen mittleren Anomalien würde die Sonnenparallaxe $1'\ 3''$, bez. $0'\ 4''$ werden; natürlich können sehr geringe Änderungen das Resultat schon ganz bedeutend beeinflussen. Albategnius hat die mittleren Anomalien $94^0\ 10'$ und $91^0\ 5'$, für welche er die mittlere Entfernung des Mondes annimmt.

Albategnius fand: die kleinste Entfernung der Sonne 1070 Erdhalbmesser, die mittlere Entfernung 1108, die grösste Entfernung 1156 und den Halbmesser der Sonne gleich $5\frac{1}{2}$ Erdhalbmessern. Letztere Zahl stimmt mit der Ptolemäischen völlig überein, während die Entfernungen etwas kleiner als im Almagest angegeben sind.

Unter der Annahme, dass die grösste Entfernung eines Planeten gleich der kleinsten des nächstfolgenden ist, werden die Entfernungen der einzelnen Planeten von der Erde angegeben (Cap. 50).

Albategnius nimmt für die Verhältnisse der grössten und kleinsten Entfernungen:

für Mercur	$2\frac{1}{3}\ \frac{1}{4}$	für Mars	7
für Venus	$6\frac{1}{2}$	für Jupiter	37 : 23
		für Saturn	$1\frac{2}{5}$

und hiemit:

grösste Entfernung	des Mondes	=	kleinste Entfernung	des Mercur	$64\frac{1}{6}$
„ „	des Mercur	=	„ „	der Venus	166
„ „	der Venus	=	„ „	der Sonne	1070*)
„ „	der Sonne	=	„ „	des Mars	1176
„ „	des Mars	=	„ „	des Jupiter	8022**)
„ „	des Jupiter	=	„ „	des Saturn	12842**)
„ „	des Saturn	=			18094.

Für Mercur wurde in der mittleren Entfernung (112) der Durchmesser gleich $\frac{1}{12}$ des Sonnendurchmessers gefunden, woraus Albategnius das Volumen gleich $\frac{1}{1900}$ findet. Aus dessen scheinbarem Durchmesser $= \frac{1}{12}$ Sonnendurchmesser würde der scheinbare Durchmesser in der mittleren Entfernung der Sonne gleich $\frac{1}{112} \cdot \frac{12}{108} \cdot \frac{1}{12} = 0{\cdot}00842$ Sonnendurchmesser folgen, und da sich in gleichen Entfernungen die wahren Durchmesser wie die scheinbaren verhalten und der wahre Sonnendurchmesser gleich $5\frac{1}{2}$ Erddurchmesser angenommen wird, so würde der Mercurdurchmesser 0·0463 Erddurchmesser, das Volumen $\frac{1}{1000}$ folgen. Dieses stimmt aber weder mit der angegebenen Grösse, noch mit der Rechnung. Zunächst heisst es, dividiert man 112 durch 12, so erhält man $7\frac{2}{3}^p$; es müsste also der Divisor 14 oder 15 sein. Nimmt man den scheinbaren Durchmesser in der mittleren Entfernung (112) gleich $\frac{1}{15}$ Sonnendurchmesser an,***) so erhält man den wahren Durchmesser des Mercur 0·037, sein Volumen $\frac{1}{1950}$.

Für Venus ist der scheinbare Durchmesser in der mittleren Entfernung (618) $d' = \frac{1}{10}$ des Sonnendurchmessers, der wahre Durchmesser $d = 0{\cdot}0558$ des Sonnendurchmessers gleich 0·307 des Erddurchmessers ($\frac{1}{4}\frac{1}{20}$ nach Albategnius), das Volumen $v = 0{\cdot}02895$ der Erde (1^p 36′, d. i. 0·0267 nach Albategnius).

Für Mars ist in der mittleren Entfernung (4284) $d' = \frac{1}{20}$; $d = 0{\cdot}1934$ Sonnendurchmesser $= 1{\cdot}064$ Erddurchmesser; $v = 1{\cdot}204$ (Albategnius hat $1\frac{1}{3}$). Die mittlere Entfernung ist hier zu klein angenommen; sie sollte 4600 sein, womit sich die Zahlen 0·2075, 1·141, 1·485 ergeben würden.

Für Jupiter ist in der mittleren Entfernung (10423): $d' = \frac{1}{12}$; $d = 0{\cdot}7821$ Sonnendurchmesser $= 4{\cdot}3015$ Erddurchmesser; $v = 79{\cdot}6$. (Albategnius hat $4\frac{1}{3}$, bez. 81.)

*) Die Zahlen stimmen innerhalb der zulässigen Rechnungsfehler. Das Gesetz des Fortschreitens der Entfernungen mag wesentlich infolge des Umstandes adoptiert worden sein, dass sich die Entfernungen von Mond und Sonne, wie sie die Finsternisbeobachtungen ergaben, in dieses Gesetz fügten.

**) 8022 ist etwas zu klein; statt 12842 hat der Text 1242; aus 8022 würde mit dem Verhältnisse 37 : 23 die Zahl 12905 folgen.

***) Wie bei Alfragan.

Für Saturn ist in der mittleren Entfernung (12209): $d' = \frac{1}{18}$; $d = 0{\cdot}6121$ Sonnendurchmesser $= 3{\cdot}3665$ Erddurchmesser; $v = 38{\cdot}16$. Albategnius fand $4\frac{1}{6}\frac{1}{8}$ (d. i. 4·292), bez. 79. Doch ist hier wieder die mittlere Entfernung unrichtig angegeben. Mit dem richtigen Werte 15500 würde folgen: $d = 0{\cdot}7771$ Sonnendurchmesser $= 4{\cdot}274$ Erddurchmesser; $v = 78{\cdot}07$.*)

Als eine der wichtigsten Errungenschaften der Araber wurde seit Sédillot die Entdeckung einer dritten Ungleichheit in der Bewegung des Mondes, nämlich der Variation, bezeichnet. Im zweiten Bande der Comptes rendus (1836), pag. 202, gibt Sédillot die Übersetzung einer Stelle aus einem arabischen Manuscripte**) (Nr. 1138 der Pariser Bibliothek), welche die Erkenntnis der Variation des Mondes dem arabischen Astronomen Abul-Wefâ (um 1000 nach Chr. Geb.) zuschreibt. Diese dritte Ungleichheit, welche muhazât genannt wird und welche (in dem Betrag $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4}{}^0$) auftritt, wenn Sonne und Mond zwischen den Quadraturen und Syzigien, im Gedritt- oder Sextilschein (d. h. in der Elongation 60^0 oder 120^0) sind, wird durch eine „Declination der Richtung des Durchmessers des Epicykels gegenüber dem Mittelpunkte des Zodiacus“ erklärt, so dass der Ort, gegen welchen dieser Durchmesser gerichtet ist, in einer „Entfernung vom Weltmittelpunkte auf der Seite des Perigeums gleich der Entfernung vom Mittelpunkte des Zodiacus zum Mittelpunkte des Deferenten“ liegt. Hienach ist seine Erklärung wesentlich verschieden von derjenigen Tychos, aber gerade daraus ist schon zu ersehen, dass diese Ungleichheit sich auch schon bei Ptolemäus findet. Die Evection zerfällt bei Ptolemäus auch in zwei Theile; der eine Theil rührt davon her, dass der Mittelpunkt des Deferenten sich um den Erdmittelpunkt mit der täglichen Geschwindigkeit von $2\eta_1 - b = 40147''.7$ retrograd bewegt (s. I. Bd. pag. 96); der zweite Theil hingegen rührt davon

*) Die Zahlen sind von denjenigen Alfragans etwas verschieden; es ist daher ersichtlich, dass letzterer, selbst wenn er nach Albategnius zu setzen wäre, nicht wol dessen Werk einfach benützt haben konnte. Ein Aufschluss über die Epoche seiner Wirksamkeit ist daher daraus nicht zu erhalten. Für die Fixsterne gibt jedoch Albategnius eine ganz ähnliche Reihe wie Alfragan: er setzt ihre Entfernung gleich 19000, den scheinbaren Durchmesser der Sterne erster Grösse gleich $\frac{1}{20}$ Sonnendurchmesser, daher ihren wahren Durchmesser gleich $4\frac{2}{3}\frac{1}{10}$ Erddurchmesser, ihr Volumen gleich dem 102fachen der Erde. Die übrigen Fixsterne werden in sechs Classen getheilt, für die letzte ist das Volumen das 16fache der Erde; allein hier sagt Albategnius: „Quem ad modum ab antiquis inventum est“. Hieraus ist nun, da sich bei den uns erhaltenen Werken der Griechen und Römer nichts derartiges findet, der Schluss zulässig, dass Albategnius nach Alfragan zu setzen ist, wenngleich der letztere seine Kenntnisse von anderen Vorgängen geschöpft haben kann.

**) „Sur un manuscript arabe, dans lequel se trouve signalée l'inégalité du mouvement de la Lune connues des astronomes sous le nom de Variation.“

her, dass die Bewegung des Mondes im Epicykel (die Anomalie) nicht vom Apogäum L (s. I. Bd. Fig. 24), sondern von einem Punkte M gezählt wird, welcher bestimmt ist, durch die Verbindungslinie des Epicykelmittelpunktes mit einem Punkte N, dessen Entfernung vom Erdorte ebenso gross ist, als diejenige des Deferentenmittelpunktes nach der anderen Seite. Aus den die Prosthapheräse bestimmenden Gleichungen (I. Bd. pag. 100) ergibt sich nämlich:

$$EC = 1 + \rho \cos 2\eta\,; \quad \frac{1}{EC} = 1 - \rho \cos 2\eta$$

und daher bis auf Grössen zweiter Ordnung von r, ρ, ρ', wenn $\rho - \rho'$ als Grösse höherer Ordnung angenommen wird (man kann $\rho = \rho'$ annehmen):

$$MCL = \rho' \sin 2\eta\,(1 - \rho \cos 2\eta - \rho' \cos 2\eta) = \rho' \sin 2\eta$$
$$LCP = A + \rho' \sin 2\eta$$
$$CEP = \frac{r}{CE} \sin LCP + \tfrac{1}{2} \frac{r^2}{CE^2} \sin 2\,LCP$$
$$= r\,(1 - \rho \cos 2\eta) \sin (A + \rho' \sin 2\eta) + \tfrac{1}{2} r^2 \sin 2A$$
$$CEP = r \sin A + \tfrac{1}{2} r^2 \sin 2A - r\rho \sin A \cos 2\eta + r\rho' \cos A \sin 2\eta$$
$$= r \sin A + \tfrac{1}{2} r^2 \sin 2A + r\rho \sin (2\eta - A).$$

Für $r = 0{\cdot}1054$, $\rho = \rho' = 0{\cdot}2084$ wird $r = 6^0\,2{\cdot}3$; $r\rho = 1^0\,15{\cdot}5$.

Als muhazât ist nun der zweite Theil der Evection ($r\rho' \cos A \sin 2\eta$) zu verstehen, welcher von der Declination der Richtung des Durchmessers des Epicykelmittelpunktes vom Mittelpunkte des Zodiacus herrührt. In den Syzigien verschwindet dieser zweite Theil, während der erste Theil ($-r\rho \sin A \cos 2\eta$) sich mit der Mittelpunktsgleichung verbindet. Ebenso verschwindet derselbe in den Quadraturen, während der erste Theil nur in jenen Quadraturen verschwindet, für welche der Mond im Apogäum oder Perigäum des Epicykels ($A = 0^0$ oder 180^0) ist. Der erste Theil wird bestimmbar, wenn der Mond im mittleren Theile seiner Bewegung (Anomalie 90^0 oder 270^0) und gleichzeitig in Quadratur mit der Sonne ist. Wenn er ausserhalb der Quadraturen ist, so wird der aus der Anbringung der Mittelpunktsgleichung und des ersten Theiles der Evection folgende Ort fehlerhaft, und es ergibt sich noch die Notwendigkeit der zweiten Correction. Dieses findet sich nun schon bei Ptolemäus. Abul-Wefâ hat allerdings einige Abweichungen; er findet das Maximum 45′ zur Zeit des Gedritt- oder Sextilscheines; nimmt man aber $\eta = 60^0$ oder 120^0, so ergibt sich für $A = 0^0$ oder 180^0 mit der Ptolemäischen Annahme für ρ' der zweite Theil gleich 38′, also nahe übereinstimmend mit Abul-Wefâ. Die Variation lässt sich aber auf diese Art überhaupt nicht erklären, da, welche Lage immer für den Punkt N angenommen wird, immer der Factor $\cos A$ zum Factor $\sin 2\eta$

der Variation hinzutritt, oder aber, wenn der Punkt N fest angenommen wird, der zweite Theil der Evection fehlt. Es scheint demnach wahrscheinlich, dass die Bestimmung der Lage des Punktes N in dem mitgetheilten Manuscripte ebenso wie bei Ptolemäus aufzufassen ist.*)

Obzwar mit der Geschichte der Planetentheorien nur in einem sehr losen Zusammenhange stehend und nur insoferne mit derselben verknüpft, als sie in den Planetentafeln des Mittelalters eine wichtige Rolle spielte, erscheint es doch nicht unangezeigt, hier die Theorie der Bewegung der Äquinoctialpunkte zu behandeln, da die von den Arabern eingeführte Trepidation in den neueren Werken meist nur erwähnt erscheint und das Wesen derselben denjenigen, welche nicht die Originalarbeiten selbst durchzusehen in der Lage sind, völlig unbekannt bleibt. Ehe ich jedoch auf diese Theorie näher eingehe, möchte ich vorerst darauf hinweisen, dass aus einer Stelle im Alpetragius vermutet werden könnte, dass diese Theorie ebenfalls nicht den Arabern zuzuschreiben wäre, sondern dass sie schon viel älteren Ursprunges ist. Die Stelle, welche zu dieser Vermutung drängt, entnehme ich einem 1531 gedruckten „Sphaerae tractatus",**) in welchem eine grössere Anzahl von Werken über sphärische Astronomie vereinigt erscheint. Mit dem damals sehr berühmten Lehrbuch der sphärischen Astronomie „Sacrobusto Astronomi Sphaericum opus"

*) Die Übersetzung Sédillots lautet wörtlich folgendermassen: Item, après avoir déterminé les deux anomalies dont nous venons de donner la description et que nous avons expliquées, l'une par le moyen d'un épicycle, ... l'autre au moyen d'un excentrique; or, après avoir déterminé ces deux anomalies et l'excentricité, savoir la distance du centre de l'excentrique au centre du zodiaque, nous avons trouvé encore une troisième anomalie. .... D'après cela nous avons reconnu qu'elle existe indépendamment des deux autres, que nous avons précédemment décrites; or cela ne peux avoir lieu que par l'effet d'une déclinaison (changement de position ou de direction) du diamètre de l'épicycle à l'égard du point autour duquel se fait le mouvement égal ou moyen, savoir le centre du zodiaque .... et après avoir considéré attentivement ce que nous avons exposé et déduit pour ce point, nous avons trouvé que sa distance au centre du monde vers le côté du périgée de l'excentrique, sur la ligne qui passe par les centres est égale à la distance, qui est entre le centre du zodiaque et le centre de l'excentrique.

Es mag hier bemerkt werden, dass bald nach der vermeintlichen Entdeckung Sédillots dieselbe von verschiedenen Seiten angezweifelt wurde. Die diesbezüglichen Schriften sind zum grossen Theile im „Journal des savants" publiciert, aber bald wieder in Vergessenheit geraten, so dass in den späteren Geschichtswerken unserer Zeit noch sehr oft die Araber als Entdecker der Variation bezeichnet erscheinen.

**) Das Buch ist ein Wiederabdruck eines im Jahre 1512 im Druck erschienenen Werkes, welches dieselben Abhandlungen, mit Ausnahme derjenigen von Alpetragius enthält. Die einzelnen Theile sind besonders paginiert, doch enthält das gedruckte Inhaltsverzeichnis sämmtliche Abhandlungen angeführt.

sind eine grössere Anzahl von Commentaren: Bartolomaei Vesputii glossulae; Prosdocimi de beldomandi patavini commentaria; Jacobi Fabri Stapulen. Commentarii; etc., welche wesentlich den Zweck erreichen, das ziemlich elementare, leicht verständliche Werk Sacroboscos in möglichst mystischer und gelehrter Form darzustellen, vereinigt. Ferner ist beigedruckt ein Extract aus Peurbachs Planetentheorie, c. expositione J. Bapt. Capuani de Manfredonia; die Theoricae planetarum veteres Gerardi Cremonensis, welche jedoch nur eine Compilation der damals bekannten Dinge enthält, und zum Schlusse die Theoricae planetarum physicis rationibus probata Alpetragii arabi, nuperrime ad latinos translatae a Calo calonymus Ebreo Neapolitano. Auf Folio 12 a der letzten Abhandlung findet sich die folgende Stelle: Attamen posteriores Ptole. qm̃ observaverunt has stellas comparantes quod invenerint ex locis earū in observatiōe cum locis debitis eis ex illo computo et invenerunt esse diversa maxime admirati sunt illas observatiōes priores et nō adheserunt illi motui (der Praecession des Ptolemäus) et opinatus est quidā post Ptole. et est taun alexandrinus quod stellae fixae habent motū accessus et motum recessus et quilibet eor. constat ex octo gradibus et habent etiā cum hoc motū sm ordinem signor. singulis centum annis uno gradu, quem quidē motum posteriores reiecerunt invenientes loca earū sm observationem in locis p̄ter loca in quibus erāt situate in locatione sua priori nam aliqñ addunt et aliqñ diminuunt juxta t̄pa determinata eis. ulterius albategnus declaravit quod stellae fixae currunt ex puncto aequinoctii vernalis temporibus aequalibus cursu diverso et ideo p̄termisit hunc motum. Et quoniā cōsideravit avoashac alzarcala motus istos diversos dedit operā copulationi eor. ut sibi visum est licet ipse non vere et pfecte habuerit motum ipsarū stellar. et composuit de his theoricam et computū quod poli hujus orbis moveantū super duobus circulis aequidistātibus aequinoctiali.

Nun sind in diesem Tractatus allerdings die Namen oft fürchterlich verunstaltet; so findet sich unmittelbar vorher: „ut posuit yparchus ex observatione timocratis et aristolis“. Avoashac alzarcala ist derjenige Astronom, auf dessen Autorität sich Alpetragius zumeist stützt; es ist zweifellos, dass Al Zercali der unter dem Namen Arzachel bekannte Astronom ist, der ja als Autor von Planetentafeln bezeichnet wird; es ist jedoch schwer, den von ihm genannten taun alexandrinus mit Thebit zu identificieren; wahrscheinlicher erscheint es hier, an Theon den Jüngeren zu denken, der, etwa 200 Jahre nach Ptolemäus, ganz wol durch die Mangelhaftigkeit der Ptolemäischen Beobachtungen der Äquinoctien sowie durch die vielleicht noch ungenaueren eigenen auf eine veränderliche Praecession geführt worden sein konnte. Wären

Thebit und Alpetragius als Zeitgenossen zu betrachten, so wäre damit wol als erwiesen anzusehen, dass der erstere nicht als Autor der Trepidation anzusehen ist; allein die Lebensepochen der beiden Astronomen sind keineswegs sichergestellt. Alpetragius wird um die Zeit 1150 nach Chr. gesetzt;*) Thebit soll nach einigen (Blancanus, Reinhold) um dieselbe Zeit, nach anderen noch später (nach Clavius um 1290) gelebt haben, während er nach dem arabischen Chronisten Abulpharajus gegen das Ende des 9. Jahrhunderts zu setzen ist.*) Wenn taun mit Thebit zu identificieren wäre, so würde daraus jedenfalls die Richtigkeit der letzteren Angabe gefolgert werden können. Allein es ist schwer anzunehmen, dass Thebit in Alexandrien, dessen Glanzepoche längst vorüber war, wenn auch nur kurze Zeit gewirkt haben sollte.

Die Theorie der Trepidation war eine notwendige Folge der bei der Bestimmung der Praecession gemachten Beobachtungsfehler. Infolge derselben ergab sich nämlich, dass der Frühlingspunkt nicht in einer gleichmässigen retrograden Bewegung begriffen wäre, sondern bald vor-, bald zurückschreitet. Um diese Erscheinung zu erklären, genügte es nicht, den Pol der achten (Fixstern-) Sphäre in einer einfachen Bewegung um die Weltpole (der neunten Sphäre) begriffen anzunehmen. Man nahm in der neunten Sphäre, welche der täglichen Bewegung um die Weltpole folgte, eine feste Ekliptik E_0 (Fig. 1) an, welche gegen den Äquator derselben um einen constanten Winkel ε_0 geneigt ist; die Pole der achten Sphäre, die Ekliptikpole Q, bewegen sich in kleinen Kreisen vom Halbmesser ρ um die festen Pole Q_0 der Ekliptik der neunten Sphäre. Der Momentanpol Q der achten Sphäre bestimmt die Lage der momentanen Ekliptik E, welche daher mit der festen Ekliptik E_0 nicht zusammenfällt. Die Ekliptik E schneidet den Äquator A, der durch die Bewegung der neunten Sphäre um die Weltpole bestimmt ist, in zwei Punkten Υ, $\simeq$, welche die momentanen Äquinoctialpunkte sind und welche von den festen Äquinoctialpunkten Υ_0, $\simeq_0$ bald nach der einen, bald nach der anderen Seite abweichen; auch die Neigung ε der Ekliptik ist veränderlich. Der Unterschied gegen die früher angenommene Praecessionsbewegung liegt der Hauptsache nach darin, dass die Mittelpunkte Q_0 der kleinen Kreise, welche die Pole der Ekliptik beschreiben, nicht mit den Weltpolen P der neunten Sphäre zusammenfallen; würde $\rho > \varepsilon_0$ angenommen, so dass die Pole P innerhalb der kleinen Kreise Q_1 Q fallen würden, so würde die Retrogradation der Äquinoctialpunkte nur mit ungleichmässiger Geschwindigkeit stattfinden, ohne je in ein Fortschreiten derselben überzugehen; indem aber $\rho < \varepsilon_0$ ist, findet abwechselndes Vor- und Rückweichen statt.

*) S. Weidler, Historia astronomiae, pag. 217 und 211.

Die Theorie findet sich auseinandergesetzt in Peurbachs Theoricae novae planetarum, wo die von Thebit angenommenen Werte $\varepsilon_0 = 23^0\,33'\,30''$; $\rho = 4^0\,18'\,33''$ *) angegeben werden. Die Umlaufszeit der Pole Q um den festen Punkt Q_0 soll Thebit nach Campanus gleich 4056 Jahre 331 Tage angegeben haben, so dass die jährliche Bewegung $5'\,19''.4$ betragen würde. Die aus derselben sich ergebende Vor- und Rückwärtsbewegung der Äquinoctialpunkte würde gleich $10^0\,47'$ jederseits (nach Peurbach $10^0\,45'$) sein, die jährliche Bewegung würde im Maximum $60''$ werden können; die Schwankungen in Schiefe steigen natürlich bis zum Betrage $\pm\,\rho$ an.

Aus den oben citierten Worten von Alpetragius liesse sich übrigens schliessen, dass ursprünglich die Trepidation mit der Praecession vereinigt angenommen wurde, von denen die letztere von den Arabern weggelassen wurde. Die einfache Trepidation an Stelle der Praecession findet sich dann noch sehr lange, nur schwanken die Amplituden und Umlaufszeiten. Arzachel hat nahe dieselbe Amplitude, bei ihm ist jedoch die Periode nur 1500 Jahre: „Arzahelis Mauri opinio haec fuit, stellas fixas 750 annis progredi nempe in consequentia gradibus 10, postea totidem annis recurrere . . . .“ **)

Mit Beibehaltung der schon erwähnten Bezeichnungen sei nunmehr P der Weltpol, Q der momentane Pol der Ekliptik, so ist, da die Bögen $Q_0\,\Upsilon_0 = P\,\Upsilon_0 = Q\,\Upsilon = P\,\Upsilon = 90^0$ sind, auch die Winkel $P\,Q_0\,\Upsilon_0 = Q_0\,P\,\Upsilon_0 = P\,Q\,\Upsilon = Q\,P\,\Upsilon = 90^0$, und $Q_0\,P\,Q = \Upsilon_0\,P\,\Upsilon =$ arc $\Upsilon\,\Upsilon_0 = x$ und ferner

$$\text{arc } P\,Q_0 = \varepsilon_0\,; \quad \text{arc } P\,Q = \varepsilon.$$

Man erhält daher aus dem Dreiecke $P\,Q\,Q_0$:

$$\sin\varepsilon \sin x = \sin\rho \sin\omega$$
$$\sin\varepsilon \cos x = \cos\rho \sin\varepsilon_0 - \sin\rho \cos\varepsilon_0 \cos\omega$$
$$\cos\varepsilon = \cos\rho \cos\varepsilon_0 + \sin\rho \sin\varepsilon_0 \cos\omega.$$

In den Planetentafeln wurde x und $\varepsilon - \varepsilon_0$ mit dem Argumente ω tabuliert.

Die Planetentheorie des Alpetragius, welche nicht den Zweck hatte, die Fundamente für die Vorausberechnung von Planetenorten zu geben, sondern welche wesentlich eine physikalische Erklärung der Erscheinungen oder, nach der Ausdrucksweise des Autors, eine durch physische Gründe bewiesene Planetentheorie sein sollte, muss notwendig mit jenen Mängeln behaftet sein, welche infolge der äusserst mangelhaften physikalischen

*) Die verschiedenen Ausgaben stimmen hier nicht überein; es findet sich $33'$ und $43''$: übrigens hat hier Peurbach circumferentia statt semidiameter.

**) Reinhold in den Noten zu Peurbachs Theoricae novae planetarum.

Kenntnisse jener Zeit nicht zu vermeiden waren. Als physikalische Erklärung ist sie daher völlig mislungen, eine Prüfung auf die Übereinstimmung mit den beobachteten Thatsachen vorzunehmen, war nicht in der Absicht des Autors gelegen,*) und so kann es nur als ein Glück für den weiteren Fortschritt der Astronomie bezeichnet werden, dass diese Theorie in der Folge ziemlich unbeachtet blieb.

Die beiden Fundamentalsätze, auf welche Alpetragius seine Theorie stützt, verdienen jedoch eine nähere Beachtung, da sie von einer ziemlich klaren Ansicht über das Verhältnis zwischen Ursache und Wirkung zeugen; dieselben lauten, in Kürze zusammengefasst:

1. Gleiche Ursachen erzeugen gleiche Wirkungen.

2. Die Wirkungen nehmen mit wachsender Entfernung von dem Agens ab.

Der Fehler, den Alpetragius begeht, liegt nun aber darin, dass er annimmt:

3. Die neunte Sphäre ist der Motor.

4. Dieser Motor erzeugt allüberall eine natürliche Bewegung von Ost nach West.

Natürlich muss er dann, gemäss den ersten beiden Sätzen, jede entgegengesetzte Bewegung, also die directe von West nach Ost, überall verwerfen und alles auf Bewegungen von Ost nach West zurückführen; natürlich ist von diesem Standpunkte aus die Epicykelntheorie unhaltbar.**) Eine wesentliche Stütze findet er für seine Ansicht darin, das die erdnäheren (also von der neunten Sphäre entfernteren) Planeten sich langsamer von Ost nach West bewegen (infolge ihrer directen Bewegung in Länge) und dass die Praecession der Äquinoctien eine retrograde ist. In seinem bereits erwähnten Werke Theoricae planetarum physicis rationibus probata drückt er das eben Gesagte auf zehn Folioseiten in der breiten Manier der Commentatoren aus, wovon ich das wesentlichste im Folgenden hervorhebe:

Nemini autem dubium est, quod omnis motus est ex moto et ex motore ut declaratum est in libro physicorum et unus motus provenit ex uno motore de necessitate ac motor simplex movet motu simplici et a motore simplici non proveniunt duo motus et praecipue contrarii nec

*) Et non est intentio nostra, in hoc sermone adducere mensuras motuum nec patefacere alia accidentia eorum, nec incumbere particularitatibus eorum .... sed intentio nostra est, declarare qualitatem illorum motuum. (Fol. 8 b.)

**) Ptolemaeus coactus fuit ponere in hoc ambas radices simul. s. ponendo epicyclum cujus centrum revolvitur super alio orbe eccentrico deferente .... verum quantum sit haec positio remota a possibilitate patet et falsitas reperiendi hoc in coelo late apparet ex eo quod proposuimus. (Fol. 15 b.)

movetur motum simplex duobus motibus contrariis. Unde sequetur si coeli moverentur hiis duobus motibus ut sint eis aut naturales aut praeternaturales aut unus eorum naturalis reliquus vero praeternaturalis. et ille quiest praeter naturalis est coactus sed non est dicendum quod coelo sit motus coactus ergo sunt naturales et habent duos motores. naturaliter omnis enim motus naturalis pervenit ex motore naturali et jam declaratum est in libro physicorum, quod motor totius coeli est unus et motus coeli unus naturalis, igitur in coelo non sunt duo motus contrarii ex eo quod motor naturalis ejus est unus et in coelo unus est motus et provenit ex uno motore et ad unam partem tantum. (Fol. 3 a.)

Ulterius quoniam motus provenit ex motore primo et inde est virtus ac fons ejus, igitur virtus est ibi fortior, et signum hujus est velocitas motus, velocitas enim motus pervenit ex fortitudine virtutis et apparet procul dubio motum diurnum esse velocissimum omnium motuum. . . . . Et is qui propinquior est motori virtus ejus de necessitate est major virtute ejus qui fuerit remotior ab illo . . . . et haec est radix super quam aedificatur totus sermo noster in hoc libello. (Fol. 4 b.)

Indem nun die neunte Sphäre als primum mobile und motor auftritt, die achte Fixsternsphäre sich aber von diesem motor in einiger Entfernung befindet, so wird die Bewegung etwas langsamer stattfinden; aber die Differenz bleibt natürlich nur äusserst gering. Da aber der Pol der Ekliptik einen kleinen Kreis $Q_1 Q$ um einen festen Punkt Q_0 beschreibt und die instantane Lage Q des Poles an der täglichen Bewegung theilnimmt, so wird nach einer Umdrehung der achten Sphäre um die Weltpole P der Punkt Q von seiner Anfangslage in eine davon wenig verschiedene Nachbarlage gekommen sein, so dass die Bahn des Punktes Q um den Pol P kein Kreis, überhaupt keine geschlossene Figur ist, sondern eine sich in Windungen um P herumschlingende sphärische Curve; die hieraus entstehende Bewegung nennt Alpetragius „gyrativa, dicte laulabina“ *) und müsste in einer sinngemässen Übersetzung

*) „Praeterea dicimus quod cum fuerit sphaera cujus poli revolvantur ut diximus et fuerit huic sphaerae cum illo motu alius motus super polis duorum circulorum quiescentibus in motu amborum polorum et misceantur ambo motus simul . . . . tunc punctus designatus non faciet ex istis duobus motibus circulum perfecte circulationis in eadem superficie et non revertetur punctus cum completa fuerit revolutio sphaerae ad locum circuli ex quo incepit sed declinabit ab eo, et id quod fiet a puncto revoluto erit per modum gyrative dicte laulabine“ (Fol. 10 b). Nach der Erklärung, welche mir Herr Dr. Geyer, Scriptor an der k. k. Hofbibliothek in Wien, freundlichst gab, ist laulabun arabisch; das hiezu gehörige Adjectiv lautet laulabiyyun und hat nach dem Wörterbuch die Bedeutung ad cochleam pertinens, also „schneckenförmig“. Doch könnte es vielleicht auch mit dem persischen Worte liblab oder lablab = convolvulus, Winde, zusammenhängen.

als eine sphärisch schneckenförmige (nicht aber, wie dieses üblich ist, als eine spiralförmige) erklärt werden.

Auch die Bewegung der Planeten wird in ähnlicher Weise erklärt, dadurch, dass sich die Pole ihrer Bahnen nicht in geschlossenen Kreisen, sondern in sphärischen Schneckenlinien um den Weltpol bewegen; allerdings umso langsamer, je weiter die Planeten von dem motor entfernt sind. Poli uniuscujusque orbis inferiorum suppremo necessario volvuntur uno quoque die super duobus circulis aequidistantibus ab aequinoctiali. Attamen quoniam quilibet horum orbium magis distat a motore qui superior eo et virtus influxa cuilibet eorum est minor virtute influxa superiori ideo orbis non perficit revolutionem suam et deficit a complemento. .... revolutione planetae multis revolutionibus ex Periodis diurnis videtur ille planeta moveri a puncto in quo visum est primum aequinoctialis et respectu motus similis ei postponi in longitudine et declinare a suo primo loco in latitudine et comprehenditur ex hoc quod non revolvatur super circulis aequidistantibus ab aequinoctiali in rei veritate: sed est revolutio gyrativa dicta laulabina ex declinatione planetae a loco suo in latitudine. (Fol. 14 b.)

Dass aus dieser Bewegung der Pole der Bahnebene in kleinen Kreisen um die Pole der Ekliptik auch eine Breitenbewegung entsteht, erkennt Alpetragius ganz wol; er hält jedoch gerade diesen Umstand für eine Stütze seiner Theorie, da dieselbe gleichzeitig die Ungleichheiten der Bewegung in Länge sowol wie auch diejenigen in Breite erklärt. Zur vollständigen Darstellung der Beobachtungen hatte jedoch Alpetragius in seiner Theorie nur zwei Constanten, nämlich die Distanz d des Bahnpoles (er sei Q in Fig. 1) von dem Pole der Ekliptik Q_0 und der Geschwindigkeit der Bewegung des ersteren um den letzteren. Ob er auch erkannte, dass durch die Wahl dieser beiden Constanten gleichzeitig die sämmtlichen Elemente der Planetenbewegung beeinflusst werden, dass die Bewegung in Länge von innig damit verbundenen Breitenbewegungen und überdies von einer mitbestimmten Bewegung der Knotenlinie begleitet werden, erscheint in dem ganzen Werke nirgends direct ausgesprochen; doch scheint ihm der Zusammenhang nicht entgangen zu sein. Für Saturn wählt er die Distanz d gleich $3^0\ 3'$, was etwa der Neigung entsprechen würde; für die übrigen Planeten werden die Entfernungen der Pole nicht angegeben; hier beschränkt sich Alpetragius auf die Erklärung: „differunt tamen quantitate, non autem qualitate“ (Fol. 18 a), was übrigens seiner früheren Erklärung entspricht, dass es ihm nur um die Darlegung der Art und Weise der Bewegungen, nicht aber um die Verfolgung derselben nach Mass und Zahl zu thun ist. Doch führt er die Geschwindig-

keiten der Planeten, fast identisch mit den Hipparch'schen Zahlen, an. Er gibt für die oberen Planeten:

Saturn: 57 Revolutionen von Q in 59 Jahren $1\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ Tagen, wobei Q_0 um 2 Umläufe und $1^0\frac{2}{3}\frac{2}{9}$ zurückblieb;

Jupiter: 65 Revolutionen von Q in 71 Jahren;

Mars: 37 Revolutionen von Q in 79 Jahren $3\frac{1}{6}\frac{1}{15}$ Tagen, wobei Q_0 um 42 Umläufe und $3^0\frac{1}{6}$ zurückblieb.

An Stelle der Bewegung im Epicykel tritt hier die Bewegung von Q um Q_0 (Fig. 1). Befindet sich der momentane Bahnpol in Q auf dem durch Q_0 gehenden Parallelkreise, so ist die Bewegung des Planeten gleich seiner mittleren,*) während in Q_1 und Q_2 Beschleunigung, bez. Verzögerung in der mittleren Bewegung stattfindet, da die Bewegung des Bahnpoles sich zur Bewegung des Planeten addiert, bez. subtrahiert. Eine genauere mathematische Verfolgung der Theorie in der Art, wie dieselbe bei Eudoxus vorgenommen wurde, erscheint hier überflüssig. Ein Zweifel über die Ansichten des Autors ist infolge der Vollständigkeit, in welcher uns sein Werk erhalten ist, wenngleich manches durch die Übersetzung entstellt sein mag, nicht möglich, und ein besonderes Interesse kann diese Theorie schon aus dem Grunde nicht bieten, weil man sie, trotz der Anerkennung, welche man den beiden ersterwähnten physikalischen Grundsätzen zollen muss, doch als einen Rückschritt bezeichnen muss. Hervorzuheben wäre nur, dass für die unteren Planeten die Reihenfolge verändert erscheint. Alpetragius ordnet sie nach den Geschwindigkeiten: Venus, Sonne, Mercur, Mond, was umso merkwürdiger ist, als ja die mittleren geocentrischen Geschwindigkeiten der drei erstgenannten identisch sind. Über die Theorie der beiden inneren Planeten Venus und Mercur geht er überhaupt mit grosser Oberflächlichkeit hinweg; hier scheint ihm doch die Nichtübereinstimmung der Breitenbewegungen mit den Längenbewegungen etwas bedenklich gewesen zu sein. Für den Mond nimmt er die Entfernung der beiden Pole gleich 5^0, also gleich der Neigung der Mondbahn. „Statio aut regressus non sunt huic planetae ut sunt reliquis, et hoc quidem ex parvitate duorum circulorum cursus sui poli" (Fol. 27 a) und auch für die Sonne werden zwei kleine Kreise angenommen, in denen sich die Bahnpole um die Pole der Ekliptik bewegen „in ultimate parvitatis". (Fol. 22 b.)

Werfen wir nunmehr einen Rückblick auf die Leistungen der Araber, so muss sich wol aus dem Gesagten der Gedanke aufdrängen, dass die thatsächlichen Leistungen der Araber für die Planetentheorien doch geringer zu sein scheinen, als man bisher anzunehmen geneigt war. Aber

*) Wobei selbstverständlich die mittlere Bewegung $= 360^0 - \mu$ ist, wenn μ die tägliche siderische Bewegung ist.

sieht man selbst von der mislungenen physikalischen Planetentheorie des Alpetragius ab, so bleibt dennoch als Hauptverdienst der Araber, allerdings als für die Astronomie nicht genug hoch zu schätzendes Verdienst, dass sie die grossen Denkmäler griechischer Cultur in der Zeit der wissenschaftlichen Barbarei erhielten. Von selbständigen Leistungen hingegen sind ihre Beobachtungen, nach denen sie die Elemente der Planetenbahnen fortgesetzt corrigierten, hervorzuheben. Die Araber sowie die Perser und Tartaren waren fleissige Beobachter und ebenso eifrig in der Berechnung von neuen Planetentafeln, so oft neue Beobachtungen die Unzulänglichkeit der bestehenden erkennen liessen. Die bedeutendsten waren:*) die Hakemitischen von Ibn-Yunis (um 1000 nach Chr. in Cairo); die Toledanischen von Arzachel (um 1080 in Spanien); die Ilekhanischen von Nassir-Eddin (welcher an der von Ilekhan erbauten Sternwarte in Meragha beobachtete, † 1276 nach Chr.) u. s. w. Über die persischen Tafeln drückt sich Chardin in seinem Werke „Voyages du Chevalier Chardin en Perse et autres lieux de l'orient" folgendermassen aus:**)

„Ils suivent le système de Ptolemée, qu'ils appellent Berlemious et celui de Pirbac pour le mouvement des Cieux, et l'harmonie du cours des planètes. .... Leurs tables astronomiques ne sont pas si chargées et ambarassées de diverses sortes de Prosthaphereses, d'obliquité du zodiaque, de Précessions d'équinoxes et de cent autres anomalies, comme le sont nos tables, qui accablent un étudiant de travail et qui brouillent fort ses idées.***) Les Persans sans toutes ces diversités des systèmes et sans prétendre faire ou supposer de nouvelles observations, font leurs calculs de longitudes et latitudes des corps celestes, des oppositions et regards divers: lesquels calculs quelquefois s'accordent avec les notres, et quelquefois en diffèrent de quelques minutes.

„Entre les diverses tables de moyens mouvements dont les Persans se servent, il font particulièrement cas de celles d'Alacou-Can et de

---

*) Von der Aufzählung aller bedeutenderen Astronomen und ihrer Werke muss hier abgesehen werden; man kann hierüber andere Werke nachsehen, in denen ein besonderer Wert auf die Vollständigkeit in der Aufzählung der Namen von Astronomen gelegt ist, z. B. insbesondere in Weidlers Historia astronomiae, wo pag. 220 ff, einundzwanzig arabische Planetentafeln aufgezählt werden.

**) Amstelod. 1700; zu Pirbac bemerkt Weidler: „Purbachii ergo fama ad Persas usque pervenit". Weidler l. c. pag. 235.

***) Anno Chr. 1450 Schah Cholgius celebris Persarum astronomus, ex Bactriana provincia oriundus, tabulas Ilechanicas uberiore commentario illustravit, addictis planetarum hypothesibus. Partem hujus libri persice et latine edidit Gravius Londini 1652. 4. hypotheses, quibus nititur, Ptolemaicis, quos Arabes presse sequi solent, conformes sunt. Weidler, l. c. pag. 228.

Mirza Oulouk Bec, deux Conquérants celèbres de la race des Tartares et des Mogols, que l'amour pour les sciences rendit illustres l'un et l'autre, non moins que leurs conquètes. Le premier fit assembler en Carrasson, environ l'an 1250 de notre Ère chrétienne, les plus celèbres astronomes de l'Asie en un Laboratoire merveilleux pour sa grandeur et pour ses commodités, ou il fit apporter de toutes parts des livres et des Instruments choisis. Cette docte Académie mit au jour, après dix ans de travail, ces tables fameuses, qui portent le nom d'Alacou-Can, et plus communement, les tables de Nessir Eddin, qui était le Président de l'observatoire et le Chef des mathématiciens en tout l'Empire. L'ouvrage, qui est fort gros, est divisé en quatre parties, dont la première est un traité des Ères et des Epoques des nations; la seconde un traité des planètes, leurs cours, leurs déclinaisons, leurs longitudes et latitudes par minutes et secondes; la troisième un traité des ascensions des planètes; la quatrième un traité des étoiles fixes. Mirza Oulouk Bec, qui était petit fils de Tamerlan, fit composer 200 ans après de la même manière, à Samarcand, ville principale de la Tartarie, qui est renfermée entre le fleuve d'Oxe et de Jaxarte, des tables, lesquelles passent pour les plus justes et exactes et que les astronomes de l'occident trouvent s'accorder avec celles de Ticho Brahe. Ces tables sont effectivement les plus correctes que les Persans ayent: cependant elles manquent de quelques heures dans la précision des oppositions et conjonctions: de manière, qu'il faudrait quelque Lansberge au Persans, pour leur donner des Equations et pour rendre leurs calculs conformes aux Phenomènes."

Diese Darstellung ist in manchen Hinsichten nicht ganz correct, theilweise sogar anscheinend widersprechend. Es ist nicht gut denkbar, dass die Perser das Ptolemäische System kannten, es auch in den Tafeln verwendeten, dieselben aber nicht so „von Gleichungen verschiedener Art überladen wären", andererseits aber diese Tafeln dennoch die Orte der Himmelskörper ebensogut darstellen sollten, wie diejenigen Tafeln, welche auf alle diese Ungleichheiten Rücksicht nehmen. Immerhin wäre es möglich, dass sie gewisse Ungleichheiten für unnötig erkannten oder in einfache Formen brachten. Dies gilt vielleicht von der Trepidation und von den Breitenabweichungen. Dass die erstere in ihren Tafeln nicht erscheint, geht aus dem Zeugnisse eines der besten Kenner der persischen Astronomie, J. Gravius, hervor, der uns durch seine Übertragungen ins lateinische die Kenntnis zahlreicher persischer Werke erschloss. In seinen „Binae tabulae Geographicae, una Nassir Eddini Persae, altera Ulug Beigi Tatari, opere et studio Joh. Gravii nunc primum publicatae, Londini 1652" spricht er sich folgendermassen aus: „Quae (tabulae Ilekanicae) si nostris hominibus, superioribus saeculis innotuissent, tot portentosae

hypotheses octavi coeli, longe ante a Thebit Ebn Chorae aliisque introductae, jam dudum corruissent.“. . . .*) Dass die persischen Planetentafeln für die Breitenbewegungen einfachere Darstellungen haben, ist wol nur eine Vermutung; wenn aber die Ansicht Chardins von der Einfachheit der Tafeln ohne Nachtheil für die Genauigkeit derselben nicht als völlig widersinnig angesehen werden soll, so dürfte diese Vermutung nicht als ganz grundlos bezeichnet werden.

Es dürfte hier vielleicht der Platz sein, mit wenigen Worten derjenigen astronomischen Kenntnisse zu gedenken, welche die Chinesen besassen. Im dritten Bande von „P. Soucier, Observations tirés des anciens Livres Chinois“, gibt P. Gaubil einen kurzen Abriss der chinesischen Astronomie. Nach ihm beginnt die eigentliche wissenschaftliche Astronomie der Chinesen erst mit Lieouhong um 206 nach Chr. Geb. „C'est le premier Chinois qu'on sache avoir premièrement déterminé les Equations additives et soustractives pour connaitre le vrai mouvement de la Lune.“ (Pag. 133.) Darnach würden alle früheren Beobachtungen und Vorausbestimmungen von Finsternissen sich wesentlich auf die Erkenntnis der cyklischen Wiederholung derselben beschränkt haben. Aber was Gaubil von den späteren Kenntnissen in der Astronomie mittheilt, ist wol auch nur sehr dürftig. Als Astronomen, welche astronomische Beobachtungen durch Rechnung verfolgten und von denen auch metrische Beziehungen zwischen den Elementen der Himmelskörper, wenigstens in gewisser Hinsicht, erhalten sind, sind noch zu erwähnen: Co-ching-tien (443 nach Chr. Geb.), der Bonze Y-hang (724 nach Chr. Geb.) und Co-cheou-king (1280 nach Chr. Geb.). Die Sonnenbewegung wird schon von Y-hang als unregelmässig erkannt und eine Reduction vom mittleren auf den wahren Ort gegeben. Die Jahreslänge gibt er gleich $365^d\,24^{ke}\,44'\,7''$,**) also gleich 365^d24447; das Jahr wird in 24 gleiche Theile, tsiéki, getheilt; die Reduction vom mittleren auf den wahren Ort ist für das Wintersolstitium (Beginn des ersten tsiéki) + 176′, für das Frühlingsäquinoctium 0, für das Sommersolstitium — 176′, für das Herbst-

*) Eine Ausgabe der Ilekhanischen Tafeln, sowie auch die erwähnten Planetentheorien von Schah Cholgius, welche ich in der königl. Bibliothek in Berlin fand, scheinen nicht viel mehr als eine lückenhafte Copie des Almagest.

**) $1^d = 100^{ke}$; $1^{ke} = 100'$, $1' = 100''$ u. s. w. nach dem Centesimalsystem. Nicht so consequent findet sich die Theilung der Winkel. Die Mondtafeln des Jahres 206 und diejenigen von 443 haben den Grad in 19′ getheilt. Die Mondtafeln des Bonzen Y-hang haben bei der Bewegung in Anomalie $1^0 = 76'$, bei der Bewegung in Breite $1^0 = 120'$; dabei wird aber stets der Vollkreis in so viele Theile getheilt, als das Jahr Tage hat, so dass die Bewegung der Sonne täglich 1^0 ist. Erst Co-cheouking führte 1280 auch die Centesimaltheilung des Grades consequent durch, wobei er $2\pi = 365^0\,25'$ setzte.

äquinoctium 0.*) Hienach würde der mittlere Ort mit dem wahren in den Äquinoctien zusammenfallen, was keineswegs einer correcten Auffassung der Bewegung entspricht; hingegen würde für die Excentricität der Sonnenbahn, soweit für dieselbe eben aus den theoretisch unrichtigen Principien ein genäherter Wert erhalten werden kann, die ziemlich gute Zahl 0·0154 folgen.

Von Planetentafeln ist in dem Werke Gaubils keine Rede. Für die Bewegung des Mondes sind drei verschiedene Tafeln für die drei älteren Epochen 206, 443 und 724 mitgetheilt, welche alle jedoch nur eine von der Anomalie abhängige Ungleichheit, also eine Mittelpunktsgleichung haben. Auch die Tafel des Co-cheou-king hat nur diese eine Ungleichheit der Mondbewegung; Gaubil bemerkt ausdrücklich: „On ne voit pas, que les Chinois aient jamais connu d'autre Equation, que celle qui est supposée dans ces Tables d'Anomalie." (Pag. 134.) Auf diese Mondtafel des Co-cheou-king näher einzugehen, kann aus diesem Grunde unterbleiben; auch seine Sonnentafel bietet kein weiteres Interesse;**) die Excentricität der Sonnenbahn folgt aus der mittleren Bewegung im Wintersolstitium (1º051083 chinesisch) und derjenigen im Sommersolstitium (0º951516 chinesisch) gleich 0·02453; aus der grössten Mittelpunktsgleichung 2º4010 chinesisch = 2º3665 der Theilung in 360°, gleich 0·02067; der Wert ist also jedenfalls schlechter, als der den älteren Tafeln zugrunde gelegte. Erwähnt mögen hier noch die folgenden astronomischen Constanten werden, welche 1280 von Co-cheou-king angenommen worden sein sollen:

Souy-tcheou = 1 Jahr = 365^{d}2425;
Cho-tche = synodischer Monat = 29^{d}530593;
Tchouen-tchong = anomalistischer Monat = 27^{d}5546;
Kiao-chong = draconitischer Monat = 27^{d}212224;
Tcheou-tien = Umdrehung des Himmels = 365^{d}2575 chinesisch (?);
Souy-tcha = Praecession = 0º0150 chinesisch = 53″2;
Yue-ping-hing = mittlere siderische Bewegung des Mondes = 13º36875 chinesisch = 13° 10′ 35″80.***)

Die Genauigkeit dieser Zahlen ist umso überraschender, als sie in keinem Verhältnis zur Genauigkeit der früher mitgetheilten Constanten steht, und dürfte wol eine genauere Untersuchung der chinesischen Manuscripte hinsichtlich ihres Alters erfordern.

Während im fernen Osten die Künste und Wissenschaften blühten, während arabische Civilisation Spanien zu einem blühenden und gesegneten

*) In der Tafel für jeden tsiéki gegeben.

**) Sie kann übrigens leicht in dem erwähnten Werke nachgesehen werden.

***) Daraus der siderische Monat = 27^{d}32113. l. c. pag. 69.

Lande machte, in Cordova, Toledo und anderen Städten Spaniens bereits berühmte mohamedanische Akademien bestanden, von denen z. B. diejenige von Cordova der christlichen Welt einen Papst (Sylvester II.) gab, entwickelte sich die Cultur in dem übrigen Europa nur sehr langsam und blieb noch lange auf einer verhältnismässig niederen Stufe. Trotz der Pflege, welche namentlich Karl der Grosse und später die Hohenstaufen, besonders Friedrich II., den Wissenschaften angedeihen liessen, konnten dieselben sich nicht recht entfalten, da es noch lange währte, bis der rohe kriegerische Sinn des Mittelalters den milderen Sitten der Civilisation Platz machte. Und selbst als schon die Beschäftigung mit den Wissenschaften und Künsten bei dem „freien Manne“ nicht mehr als eine Schwäche verpönt war, als sich ein allgemeineres Interesse für die Wissenschaften zu regen begann, da waren es, wie seinerzeit zu Ciceros Zeiten in Rom, wieder nur Commentare über Schriften anderer, welche das gesammte Wissen repräsentierten. Von den vielen Namen seien hier nur erwähnt: Joannes Campanus (um 1030), Guilelmus Abbas Hirsaugiensis (um 1100), Joannes Hispalensis (um 1140), Joannes a Sacrobosco (um 1230).

Die meisten christlichen Autoren jener Zeit, und zwar nicht nur astronomische Schriftsteller, sondern Philosophen überhaupt, indem unter dem Namen Philosophie, dem Sprachgebrauche jener Zeit gemäss, das gesammte Wissen verstanden wird, gehörten den Mönchsorden an. Innerhalb der ruhigen Klostermauern wurde studiert und commentiert; bestehende Handschriften wurden neuerdings abgeschrieben; später wurden die classischen Schriften der Griechen, allerdings zunächst aus den arabischen Texten, welche zuerst bekannt wurden, übersetzt und durch Anfertigung von Abschriften für deren Verbreitung gesorgt.

Die allzu starre Befangenheit in gewissen Dogmen der Kirche einerseits, das unbedingte Vertrauen in die Autorität der alten Classiker, in der Physik speciell des Aristoteles, andererseits, das daraus hervorgehende Bestreben, Widerstreitendes und nicht zu Vereinigendes zu vereinigen, mögen vielleicht mehr als andere, doch nur äusserliche Momente die Ursache gewesen sein, dass ein energischer Aufschwung im christlichen Abendlande noch lange nicht zu erreichen war. Die Ideale der Religion, der wahrhaften Religion selbstverständlich, nicht der geheuchelten, die nur Mittel zum Zweck ist — jene Ideale, welche sich in den tiefen, ernsten, aber doch so einfachen Worten ihrer grossen Gründer offenbaren, dringen tief in das Gemüt des Menschen und bestricken den Geist desselben mit magischer Gewalt, dass er dem Gemüte dienstbar werde. Verehrend und anbetend sinkt der Geist vor der Allmacht nieder, die zu erfassen er nicht anzustreben wagt, und in den grossen Denkmälern der

Kunst, welche dieser Verehrung ihr Dasein verdanken, haben die religiösen Ideale ihren sinnlich wahrnehmbaren Ausdruck erhalten.

Doch wer die Natur verstehen will, wer die Vorgänge in derselben ergründen und begreifen will, der muss sie analysieren; befreit von den Fesseln, in welche der Geist durch die hehre, ideale Auffassung des Alls als solches geschlagen ist, dringt er weiter vor, Schritt für Schritt, zur Erkenntnis des Universums. Kein Schöpfer regiert hier die Erscheinungen, nicht der Zweck waltet in denselben, sondern eine Notwendigkeit, einen ursächlichen Zusammenhang erkennt der Geist in denselben. Aber die kalte und nüchterne Betrachtung, die, befreit von den innigen und gemütvollen Dogmen der Religion, das Universum zu durchforschen sucht, erhebt sich mit der steigenden Erkenntnis zu anderen, nicht minder edlen Idealen. In der unendlichen Vielheit und Mannigfaltigkeit der Erscheinungen, in der Unendlichkeit der Zeit und des Raumes, im Makrokosmos einerseits und in der Erscheinungswelt des, man könnte sagen unendlich Kleinen, im Mikrokosmos anderseits erkennt der forschende Geist eine Zusammengehörigkeit, eine Gesetzmässigkeit, eine Einheit des Universums, und die Schriften der Gelehrten, in denen sich diese Gesetzmässigkeit in der Natur immer mehr und mehr offenbart, sind die Denkmäler der Wissenschaft, aere perennius, in denen die Ideale des Geistes ihre sichtbare Darstellung finden.

Nicht Wissenschaft allein, nicht Kunst allein können die Cultur der Menschheit fördern. Nur einseitig wirkt jede für sich auf die Veredlung des Menschengeschlechtes; nur gemeinsam, gleichzeitig auftretend, wirken sie gleichmässig fördernd, bildend und veredelnd, jene auf den Geist, so wie diese auf das Gemüt.

Mehr vielleicht wie jede andere eine Gemütsreligion, war die katholische Religion im Anfange der Erforschung der Wahrheit, also in erster Linie den erklärenden, physikalischen und astronomischen Wissenschaften, durch lange Zeiträume hindurch hinderlich, bis der Geist es wagte, an die Untersuchung der Dogmen heranzutreten. In diesen langen Zeiträumen — fast durch 15 Jahrhunderte bis Copernicus, der sich der eifrigsten Förderung seitens der Kirche erfreute — finden wir in der Christenheit fast kein nennenswertes astronomisches Werk, während, charakteristisch genug, die Astrologie, die Sterndeutekunst, selbst bei den streng religiösen und darum gläubigen und abergläubischen Christen ziemlich rasch Eingang fand und bald zu einer mächtigen Blüte gelangte.

Der erste mächtige Impuls zu dem späteren Aufblühen der Wissenschaften gieng von Alfons X. dem Weisen*) von Castilien aus. Eines

*) Alfons X. der Weise, Sohn Ferdinands III. des Heiligen, geboren 1226, war 1252 bis 1282 König von Castilien und Leon. In der Zeit des deutschen Inter-

der bedeutendsten Werke, welches man vielleicht als die letzte grosse Anwendung der Epicykelntheorie, gewissermassen als den Abschluss derselben und als das letzte grosse Werk der maurischen Schule bezeichnen kann, die Alfonsinischen Tafeln, verdanken ihre Entstehung dem edlen Geiste dieses Fürsten. Er berief gegen 50 arabische, jüdische und christliche Gelehrte nach Toledo, welche unter der Leitung des Juden Isaac ben Said, genannt Hassan, an diesen Tafeln arbeiteten und dieselben im Jahre 1252 vollendeten. Von diesen Tafeln wurden später zahlreiche Abschriften angefertigt, welche sich noch, theilweise allerdings fragmentarisch, in den verschiedenen grossen Bibliotheken vorfinden und von denen später einige durch den Druck vervielfältigt wurden. In den „Libros del Saber de Astronomia del Rey D. Alfonso X. de Castella; Copilados, anotados, y comentados por Don Manuel Rico y Sinobas; Madrid 1863—1867" sind 75 verschiedene Codices, von denen viele allerdings nur fragmentarisch erhalten sind, angeführt. Die Codices sind natürlich nicht gleichen Alters, auch nicht völlig übereinstimmend; so sind die im fünften Bande der oben genannten Libros del Saber enthaltenen Tabulas Alfonsies von den eigentlichen astronomischen Tafeln (von denen mir sechs Codices und zwei im Druck erschienene Ausgaben vorlagen) der ganzen Anlage nach völlig verschieden. Die letzteren, welche im Folgenden behandelt werden, sind vorzugsweise für den astronomischen Gebrauch bestimmt; die ersteren, der Anordnung und Genauigkeit nach, nur für astrologische Zwecke bestimmt. Der Codex, nach welchem die „Libros del Saber" gedruckt wurden, scheint selbst durch eine Ineinanderschiebung von mindestens drei Handschriften entstanden zu sein.*) Es geht dieses unzweifelhaft daraus hervor, dass sich Bearbeitungen desselben Themas wiederholt finden; so ist Band II, pag. 213, ein Capitel „De Saber el retornamiento de la planeta ò su enderezamiento", ein Capitel, in welchem allerdings nicht die Berechnung der Stationen und Retrogradationen aus den Planetenelementen, sondern

---

regnums wurde er 1257 von einem Theile der deutschen Fürsten zum König gewählt, kam jedoch nie nach Deutschland. 1282 verlor er durch den Aufstand seines Sohnes Sancho die Krone und wurde sogar der Gotteslästerung angeklagt, da er sich in Anbetracht der Complication des Epicykelnsystemes geäussert haben soll: „Wenn Gott mich bei der Erschaffung der Welt zurate gezogen hätte, so würde manches besser geschaffen sein." Ein Gelehrter auf dem Fürstentrone, starb er 1284 verlassen in Sevilla.

*) Vieles, was Alfons X. zugeschrieben wird, dürfte wol in eine spätere Zeit, vielleicht in die Zeit Alfons XI. fallen. So wurde ja auch ein, nachweislich nach Alfons XI. verfasstes Werk: „Libro de la montería", in die Zeit Alfons X. gesetzt. Siehe hierüber D. José Guttiriez de la Vega, „Libro de la montería del Rey D. Alfonsi XI.", Madrid 1877, vorzugsweise pag. 39 ff., wo die Personen angeführt werden, welche in dem Buche erscheinen, aber unter Alfons XI. gelebt haben, und Cap. IV, pag. 58.

nur die Art und Weise angegeben ist, wie man aus den Beobachtungen schliessen kann, ob der Planet in retrograder oder directer Bewegung begriffen ist oder sich in seinen Stationen befindet. Trotzdem gerade diese Discussion doch äusserst einfach ist und gerade keiner besonderen Anleitung bedürfte, findet sich genau dasselbe nur in etwas anderen Worten im dritten Bande, pag. 219, wieder. Im selben Bande, pag. 113, findet sich die Bestimmung der Längendifferenz zweier Orte aus Mondesfinsternissen angegeben: Man möge die Zeiten des Beginnes und Endes der Finsternis an beiden Orten notieren; die Zeitdifferenz ist gleich der gesuchten Längendifferenz. Genau dasselbe wird nochmals, pag. 193, wiederholt. Derartige, mitunter mehrfache Wiederholungen finden sich fast über jedes Thema. Besonders charakteristisch jedoch sind die Bücher, die von den Planetenbewegungen handeln, die „Libros de las laminas de los VII Planetas“ (Band III, pag. 239 ff.), wo die Zahlenwerte in den verschiedenen Abtheilungen nicht übereinstimmen, wie aus dem Folgenden ersichtlich sein wird. Hervorzuheben ist übrigens noch, dass, wie schon erwähnt, alle Zahlen nur Näherungen sind, die für den astronomischen Gebrauch als unzureichend bezeichnet werden müssen. So wird (III, pag. 47) die Schiefe der Ekliptik gleich $23^1/_2{}^0$ angegeben; die mittlere tägliche Bewegung der Sonne (III, pag. 131) gleich 1^0 *) u. s. w. Auch über das Alter der verschiedenen Codices kann man sich nur in Mutmassungen ergehen. Doch mag darauf hingewiesen werden, dass sich im dritten Bande, pag. 11, eine Globularprojection vorfindet, die man bisher als Projection von Nicolosi (1660) bezeichnet hat,**) die sich aber allerdings auch schon in der Ausgabe der Tabulae Rudolfinae von 1627 findet, und dass im selben Bande, pag. 143, eine Projection mit geradlinigen, äquidistanten Parallelkreisen und kreisförmigen, im Äquator äquidistanten Meridianen vorkommt, die man bisher Apian zuschrieb.***)

In der Theorie der Planetenbewegung wird ein führender Kreis, cercho del levador, angenommen, dessen Mittelpunkt nicht mit dem Mittelpunkt der Erde zusammenfällt. Die Richtung der Apsiden, Alaux (zu-

*) Hier wird nämlich angegeben, dass die Zeit, in welcher sich die Sonne m' weiterbewegt, gleich $(2\,m \times 24) : 120 = 0{\cdot}4\,m$ Stunden ist, was eben auf die tägliche Bewegung 1^0 führt.

**) S. Mein „Lehrbuch der Landkartenprojectionen“, pag. 148. Es kann nun daraus allerdings kein Schluss auf das Alter des diesbezüglichen Manuscriptes gezogen werden, da die jedenfalls sehr einfache Globularprojection ganz wol Alfons X., bez. seinen Astronomen, zugeschrieben werden könnte.

***) Ibid. pag. 166. Apians Kosmographie, in welcher diese Projection (eigentlich eine ähnliche, bei welcher die Grade im Äquator um $^1/_3$ kleiner sind) auftritt, erschien 1524 im Drucke. Allein auch diese Projectionsmethode ist so elementar, dass sie ganz wol schon früher benützt worden sein konnte.

sammengezogen aus dem arabischen Artikel Al und dem für die Apsidenrichtung gebräulichen Worte Aux), finden sich angegeben:

Saturn	Jupiter	Mars	Sonne	Venus	Mercur	
247^0	167^0	130^0	85^0	85^0	203^0	Bd. III, pag. 245–253
24640	16640	12910	—	8327	20340	„ III, „ 262
24750	$157^1/_4$	129	—	8550	—	„ III, „ 273 (*a*)
240 6	160	12140	—	7830	200	„ III. „ 273 (*b*)

(*a*) vom Frühlingspunkt (hier muss es natürlich bei Jupiter $167^1/_4$) lauten;

(*b*) vom Kopf des Widders.

Die Cabeças (aufsteigenden Knoten) sind: für Saturn in 103^0, für Jupiter in 82^0, für Mars in 21^0, für Venus in 60^0, für Mercur in 21^0. (Band III, pag. 262.)

Für die Excentricitäten sind die Werte angegeben:

Saturn	Jupiter	Mars	Venus	Mercur	
$3^1/_2{}^p$	$5^1/_2{}^p$	6^p	$2^1/_2{}^p$	7^p	Bd. III, pag. 245–253
$3^p\ 19'$	$2^p\ 47'$	$5^p\ 7'$	—	—	„ III, „ 275 (*a*)
6 32	5 33	10 14	—	—	„ III, „ 275 (*b*)

(*a*) Excentricität des levador; für die Sonne gleich $3^p\ 44'$;

(*b*) Excentricität des yguador.

Die Werte der ersten Zeile gelten für den Halbmesser des levador $= 60^p$; bei den Werten der zweiten und dritten Zeile ist der Halbmesser des levador für Saturn $69^p\ 40'$, für Jupiter $60^p\ 20'$, für Mars $51^p\ 10'$ angenommen.

Die Halbmesser der Epicykel sind:

Saturn	Jupiter	Mars	Venus	Mercur	
$11^1/_2{}^p$	$6^1/_2{}^p$	$39^1/_2{}^p$	43^p	22^p	Bd. III, pag. 255
$11^p\ 30'$	—	$33^p\ 10'$	$28^p\ 30'$	$18^p\ 30'$	„ III, „ 282.

Der cercho del levador wird derart getheilt, dass für jeden Planeten die Distanz zwischen dem Mittelpunkte L desselben und der Erde E halbiert wird und aus dem Halbierungspunkte M als Mittelpunkt ein Kreis beschrieben wird (cercho del Alaux), dessen Halbmesser um 43 Theile grösser ist, als der gleich 60 gesetzte Halbmesser des levador (tres partes de las majores con VII partes de las menores).*) Der cercho

*) Ein grosser Theil, gleich dem zehnten Theil des Durchmessers des levador wird in zwölf kleine Theile getheilt. Die Zahl 43 ist vielleicht mit Rücksicht auf die gleichzeitige Construction aller Planetenbahnen, eventuell in derselben Figur, gewählt, so dass, wenn der Mittelpunkt des cercho del Alaux derselbe bleiben könnte, die grösste zu zeichnende Entfernung von dessen Mittelpunkt 103 (für die Venus) zu setzen ist. Dieses mag auch der Grund sein, warum mit der Construction der Venusbahn begonnen wird. (Bd. III, pag. 245.)

del Alaux wird in 360 gleiche Theile getheilt und mittels seiner Radien der cercho del levador eingeschnitten. (Bd. III, pag. 245—253.) Hier ist nun bei allen Planeten derselbe Fehler: Der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung M halbiert hier die Excentricität EL, während gemäss allen Planetentheorien der Mittelpunkt L des levador die Excentricität EM halbieren sollte. Bei den für die Excentricitäten pag. 275 angegebenen Werten ist jedoch die Excentricität des Äquanten (yguador) doppelt so gross, wie diejenige des Deferenten (levador), doch ist hier über die Bedeutung des yguador nichts Bestimmtes mitgetheilt. Ebenso bleibt die Einführung der von 60 verschiedenen Halbmesser der Deferenten unklar, sowie auch bei den pag. 282 mitgetheilten Epicykelhalbmessern eine Einheit nicht angegeben erscheint. (Für den cercho del Alaux wird hier der Halbmesser für alle Planeten $33^p\,10'$ grösser, als für den levador angenommen, obzwar dessen Halbmesser ganz willkürlich gewählt werden könnte.)

Bei dem ersten Codex, welchem die Zahlen auf pag. 245 bis 253 entnommen sind, scheint nun, wenn nicht Abschreibefehler vorliegen sollten, der Fehler durch Übertragung der Ptolemäischen Mercurstheorie entstanden zu sein; denn in dieser liegt ja der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung im Halbierungspunkte der Strecke zwischen dem Erdorte und dem Mittelpunkte des kleinen, vom Deferentenmittelpunkte beschriebenen Kreises. (S. den ersten Band dieses Werkes, pag. 135 und Fig. 32.) Im dritten Bande der libros del Saber, pag. 253, wird diese Mercurstheorie auch ziemlich richtig mit unveränderter Wiedergabe der Ptolemäischen Zahlen angeführt (nur das Apogäum wird 204^0 angegeben, während Ptolemäus 190^0 hat), doch steht die Darstellung an Klarheit und Präcision weit hinter der Ptolemäischen zurück. Etwas besser ist die Darstellung im selben Bande, pag. 278, wo aber die Zahlen etwas geändert sind. Die mittlere Excentricität wird $4^p\,42'$ angegeben, der Halbmesser des kleinen Kreises, auf welchem sich der Mittelpunkt des Deferenten bewegt (cercho levador del centro del levador de mercurio) ist gleich $2^p\,21'$, für den Halbmesser des Deferenten gleich $49^p\,21'$. Reduciert man diese Zahlen auf den Halbmesser des Deferenten gleich 60^p, so erhält man $5^p\,42'$ und $2^p\,51'$ (gegen 6^p und 3^p bei Ptolemäus).

Für den Mond findet sich im dritten Bande, pag. 268, die Summe des Halbmessers des Deferenten und Epicykels $13\,^1/_2$, für den Deferentenhalbmesser 12 Theile, und wenn jeder dieser Theile noch in 5 Theile getheilt wird, die Excentricität 2 grosse und 3 kleine. Für den Deferentenhalbmesser gleich 60 gibt dieses den Halbmesser des Epicykels gleich $7^p\,30'$ und die Excentricität gleich 13^p oder für die Summe des Deferenten- und Epicykelhalbmessers gleich 60^p den Halbmesser des Epicykels gleich $6^p\,40'$ und die Excentricität gleich $11^p\,33'$.

Auf Seite 277 wird die Theorie des Mondes neuerdings behandelt, und daselbst wird als Excentricität des levador $9^p\ 50'$, für den Halbmesser desselben gleich $57^p\ 10'$ (d. i. $10^p\ 19'$, für den Halbmesser 60^p) gegeben; der wahrscheinlich hiezu gehörige Epicykelhalbmesser findet sich auf pag. 282 zu 5^p angegeben.

Über die absoluten Entfernungen der Himmelskörper wird nichts gesagt; pag. 281 findet sich eine Zeichnung, in welcher sich die einzelnen Planetenbahnen derart berühren, dass die grösste Entfernung eines Planeten von der Erde gleich ist der kleinsten des nächstfolgenden. Wenngleich die Verhältnisse in dieser Zeichnung weitaus nicht die richtigen sind, so kann daraus doch die den arabischen Astronomen entlehnte theoretische Annahme über diese Entfernungen ersehen werden, wonach die wahren Werte (unter dieser Voraussetzung) leicht durch Rechnung gefunden werden könnten. Endlich ist noch zu erwähnen, dass sich pag. 282 eine Zeichnung für die Mercursbahn findet, welche hier elliptisch dargestellt ist, bei welcher aber die Sonne sich im Mittelpunkte befindet. Eine Erklärung findet sich zu dieser Tafel nicht, und dürfte dieselbe viel eher als eine spätere Einschiebung der misverstandenen Kepler'schen Theorie anzusehen sein, denn als ein Beweis für die Kenntnis oder die Hypothese einer elliptischen Mercursbahn zu Alfons X. Zeiten.

Auf pag. 262 des dritten Bandes finden sich noch die Angaben:

	Saturn	Jupiter	Mars	Venus	Mercur
moradas primera . . .	$3^s\ 23^0$	$4^s\ 16^0$	$4^s\ 23^0$	$5^s\ 14^0$	$4^s\ 16^0$
„ secunda . . .	8 6	7 14	7 6	6 16	7 14

Die Bedeutung dieser Zahlen ist nicht leicht ersichtlich; es dürften wol mittlere Längen und Anomalien für eine gewisse, jedoch nicht angegebene Epoche sein. Die im vierten Bande enthaltenen Tabulas Alfonsies sind construiert für den Beginn der Regierung des Königs Alfons X. (Era Alfonsi).*) Im dritten Bande, pag. 273, hingegen wird aus der Bewegung des Apogäums der Venus zwischen 271 der Hedgira (Albategnius) und 473 derselben Ära die Bewegung der Fixsterne in der Zwischenzeit geschlossen. Die letztere Epoche würde der Jahreszahl 1080 entsprechen, welche mit der Alfonsinischen Ära in keinem Zusammenhange steht und deren Bedeutung an dieser Stelle überhaupt nicht ersichtlich ist. Aus demselben Grunde kann die ebenda sich vorfindende Angabe des Abstandes des Frühlingspunktes vom Kopfe des Widders gleich $7^0\ 18'$ über die Epoche der angeführten Werte keinen Aufschluss geben.

Die im vierten Bande befindlichen Planetentafeln werden nur als Fragmente bezeichnet; sie geben direct geocentrische Orte (in Graden,

*) Bd. IV, pag. 119.

ohne Minuten und Secunden) für einen Cyklus von mehreren Jahren, und zwar:

für Mercur von 5 zu 5 Tagen für einen Cyklus von 46 Jahren; Beginn der Tafel für den 1. März des Jahres 1: wahrer Ort = $11^s\,18^0$;
für Venus von 5 zu 5 Tagen für einen Cyklus von 8 Jahren; Beginn der Tafel für den 1. März des Jahres 1: wahrer Ort = $0^s\,24^0$;
für Mars von 5 zu 5 Tagen für einen Cyklus von 79 Jahren; Beginn der Tafel für den 1. März des Jahres 1: wahrer Ort = $7^s\,29^0$;
für Jupiter von 10 zu 10 Tagen für einen Cyklus von 83 Jahren; Beginn der Tafel für den 1. März des Jahres 1: wahrer Ort = $7^s\,24^0$;
für Saturn von 10 zu 10 Tagen für einen Cyklus von 59 Jahren; Beginn der Tafel für den 1. März des Jahres 1: wahrer Ort = $6^s\,29^0$.

Für die Sonne wird eine Tafel der wahren Orte für einen vierjährigen, julianischen Cyklus gegeben (Jahr 1 ist ein Schaltjahr), und zwar die wahren Längen in Graden, Minuten und Secunden. Hingegen scheint die an dieser Stelle mitgetheilte Tafel des Mondes ein Fragment eines anderen Codex zu sein. Es findet sich eine „tavola de la equazione de la luna", deren Argument „Tage" sind. Die Erklärung passt nicht zu dieser Tafel; auch sind in derselben keineswegs alle schon damals bekannten Ungleichheiten der Mondbewegung erschöpft, was schon aus dem Maximalwert der Gleichung ($4^0\,56'\,0''$) hervorgeht.

Eine von dieser ganz verschiedene Mondtafel wird viel früher (im zweiten Bande, pag. 56) gegeben, jedoch ohne jede Erklärung. Die Überschriften der einzelnen Colonnen sind:

I. Regla de los cuentos (Argument von 2 zu 2^0 bis 90^0 fortschreitend);
II. La diversidat del catamiento del sol (Maximalwert $2'\,51''$);
III. La diversidat del catamiento de la luna en el termino primero (Maximalwert $53'\,34''$);
IV. Demud. de la luna en el termino segundo (Maximalwert $10'\,17''$);
V. La diversidat del catamiento de la luna en el termino tercero (Maximalwert $1^0\,19'\,0''$);
VI. Demudamiento de la luna en el termino quarto (Maximalwert $25'\,0''$);
VII. und VIII. Peciclo (zweierlei Proportionaltheile);
IX. Il centro saliente (Proportionaltheile).

Aus dem blossen Anblick der Tafel ist weder die Bedeutung der in derselben enthaltenen Zahlen, noch auch der Gebrauch der Tafel zu ersehen, und da zu derselben keinerlei Anleitung gegeben ist und dieselbe, ebenso wie die früher erwähnten sämmtlichen Tafeln im vierten Bande, von den eigentlichen Alfonsinischen Tafeln wesentlich verschieden ist, so ist deren Bedeutung nicht leicht zu entziffern.

Von den eigentlichen Alfonsinischen Tafeln selbst existieren ebenfalls zahlreiche Codices. Unter den 75 verschiedenen in den Libros del Saber angeführten Codices sind die folgenden Planetentafeln:

Codex 17, 18 (Bibl. Nacional de Madrid); 19 (Bibl. del Escorial: Übersetzung der Tafel von Juan de Saxonia); 23, 24 (Bibl. Nacional de Madrid); 25 (Bibl. del Cabildo de la Catedral de Toledo: Tablas de Joanni de Linneriis); 27 (Nr. 6967 der Pariser Bibl.); 28 (Nr. 7281 ders. Bibl.: Joannis de Saxonia canones super tabulas Alphonsi); 31 (Nr. 7285 ders. Bibl. von Juan de Linneriis); 36 (Nr. 7404 ders. Bibl. von Robert de la Rue); 38 (Juan de Monte Fortii, redactados por el Duque Juan de Lancaster); 40 (Nr. 10263 der Pariser Bibl.: Tabulas Astronomicas del Rey D. Pedro de Aragon); 42 (Bibl. del Museo Britanico Nr. 531); 44 (Bibl. del Museo Britanico Nr. 1009: Tabulas Alfonsies de Radoldt Erhardi); 45 (Tabulas Alfonsies Cremonenses del Museo Britannico Nr. 3734); 46, 47, 48 (Nr. 2288 und 2352 der Bibliothek in Berlin); 49 (Bibl. Barberini, Rom Nr. 797); 50 (Bibliothek Casanotense, Rom); 51 (Bibliothek des Palazzi Corsini, Rom Nr. 656); 52 (Bibliothek des Collegio Romano); 57, 58 (Vaticanische Bibliothek Nr. 322, 503). Ferner als Tabulae Toletanae bezeichnet: Codex 62, 63 (Nr. 7336 und 7431 der Pariser Bibliothek).

Dass die Zahl der Manuscripte dieser Tafeln noch so bedeutend ist, dürfte wesentlich in dem Umstande seine Erklärung finden, dass sie die ersten grossen astronomischen Tafeln waren, welche im Abendlande ausgedehntere Verwendung fanden, dass sie aber die letzten vor Erfindung der Buchdruckerkunst, daher die letzten durch wiederholte Abschriften verbreiteten waren. Die k. k. Hofbibliothek in Wien besitzt sechs Codices von den Alfonsinischen Tafeln, und zwar Nr. 2288, 2352, 3872, 5245, 5299 und 5478 der Handschriftensammlung. Codex Nr. 2288 selbst enthält zwei verschiedene Handschriften; die zweite, ältere, ist nur ein Fragment; aber auch in der ersten, die jedenfalls späteren Datums ist, fehlt der Sternkatalog, der schon in der ersten im Drucke erschienenen Ausgabe, Venetiis 1483, enthalten ist. Auch in dem Codex Nr. 2352 ist dieser Sternkatalog nicht enthalten; hingegen ist in dieser aus dem Jahre 1392 aus der berühmten Bibliothek des deutschen Kaisers Wenzel stammenden Handschrift,*) sowie in den beiden Handschriften 2288 und

*) Die Jahreszahl ist in dem den ersten Buchstaben der Handschrift verzierenden Bilde, welches einen auf einer Tafel schreibenden Mann darstellt, notiert. Die Handschrift trägt ganz den Charakter der auf Befehl dieses Kaisers ausgeführten Handschriften. Sie ist, sowie die berühmte Wenzelsbibel, ebenfalls als ein Kunstwerk jener Zeiten merkwürdig. Die Anfangsbuchstaben jedes Capitels bilden kleine polychrom ausgeführte, mit Gold reich ausgestattete Handzeichnungen, die im Charakter nicht gar verschieden von dem viel späteren Albrecht Dürer sind. Die Seiten sind mit

3872, eine vollständige Anleitung zur Berechnung der Örter der Himmelskörper aus den Tafeln. Auch die Handschrift Nr. 5478 wird als wahrscheinlich Alfonsinische Tafel bezeichnet; von derselben sind zwar ebenfalls nur Bruchstücke vorhanden, doch ist es sehr wahrscheinlich, dass sie keine Abschrift der Alfonsinischen Tafeln ist, worauf später noch hingewiesen wird.

Die Tafeln enthalten keine theoretischen Darlegungen; solche scheinen überhaupt keiner Handschrift beigefügt zu sein, doch sind die Tafeln, wie aus den Darlegungen Peurbachs folgt, von denjenigen im Almagest der Anlage nach nicht verschieden. Die aus dem Almagest ersichtlichen, jedenfalls auch von den spanischen Astronomen eingeschlagenen, ziemlich mühsamen Methoden zur Bestimmung der Elemente der Planetenbahnen, die Beobachtungen, welche zur Verbesserung der Elemente verwendet wurden, sind nirgends ersichtlich; was mitgetheilt wird, sind nur die resultierenden Tafeln, die, wenn auch von den Ptolemäischen nicht sehr verschieden, doch gewiss die vollständige Wiederholung aller aus dem Almagest bekannten Methoden, die vielleicht mehrfache Wiederholung der Rechnungen erforderten, und zwar in umso grösserer Ausdehnung, als Beobachtungen vorlagen, denen die Tafeln, wenigstens bis zu einer gewissen Grenze, genügen sollten.

Endlich ist noch zu erwähnen, dass auch die zugrunde gelegten Elemente mit Ausnahme der mittleren Bewegungen und der mittleren Örter für gewisse Epochen nicht unmittelbar ersichtlich sind.

Bezüglich der Anordnung der Tafeln ist Folgendes zu bemerken: Die mittleren Bewegungen werden für einen Tag, ausgedrückt in Sexagenae (60^0), Graden, Minuten, Secunden .... u. s. w. nach dem Sexagesimalsystem fortschreitend, gegeben. Um die Bewegungen für ein beliebiges Intervalle zu erhalten, wird dasselbe in 60^4, 60^3, 60^2, 60^1, Tage, ferner in nach dem Sexagesimalsystem fortschreitende Tagesbruchtheile verwandelt. Es hat dieses den Vortheil, dass dieselbe Tafel für alle Complexe und Bruchtheile der Tage gelten kann, wenn nur die Benennung entsprechend geändert wird, so werden für Sexagenae dierum die Grade, Minuten .... Sexagenae, Grade ....; sie werden für $^1/_{60}$ Tag als Minuten, Secunden .... verwendet u. s. w. Diese Anordnung, welche in consequenter Durchführung des Sexagesimalsystems ganz analog der jetzt gebräuchlichen Decimaltheilung der Tage selbstverständlich eine Hilfstafel

reichen, ebenfalls polychrom ausgeführten, theils ornamentalen, theils figuralen Ranken eingefasst, so dass das ganze Werk als ein Denkmal der Kunst des 14. Jahrhunderts betrachtet werden muss. Hingegen darf nicht unerwähnt bleiben, dass sich in die Tafel selbst zahlreiche Abschreibefehler eingeschlichen haben.

zur Verwandlung der Jahre, Monate, Tage, Stunden, Minuten .... in das zugrunde gelegte System erforderten,*) wurde auch in späteren Tafeln noch längere Zeit als Alfonsinisches System (secundum Alfonsinum) beibehalten, bis sich nach Kepler das decadische System allmälig Eingang verschaffte. Für die Ungleichheiten finden sich verschiedene Anordnungen; die eine, giltig für den Mond, ist völlig analog derjenigen, welche Ptolemäus für seine Mondtafeln anwandte (siehe Bd. I, pag. 102); die andere, giltig für alle Planeten, ist conform derjenigen, welche Ptolemäus für die Planeten wählte und von welcher ich ein Beispiel im ersten Bande, pag. 141, gegeben habe. Auch die Tafeln der Breitenbewegungen unterscheiden sich von den Ptolemäischen, deren Anordnung aus dem ersten Bande, pag. 156 und 157, ersichtlich ist, nicht; ebenso ist eine siderische Bewegung der Apsiden noch nicht gefunden, die Apsidenrichtungen der Deferenten werden als unbeweglich angenommen; die in den Tafeln enthaltene Veränderlichkeit derselben rührt nur von der Praecession her.

Die hauptsächlichste Änderung der Tafel betrifft die Bewegung der Äquinoctien, bei welcher die neueingeführte Theorie der Trepidation selbstverständlich eine wichtige Rolle spielt. Hier findet sich jedoch die Trepidation bereits mit der Praecession vereinigt; allein directe Beobachtungsresultate sind die Perioden der beiden Bewegungen gewiss nicht. Für die Periode der Praecession werden 49000 Jahre, für diejenige der Trepidation 7000 Jahre angegeben, so dass die jährliche mittlere Bewegung der Äquinoctien 26″.449, die jährliche Bewegung des Argumentes der Trepidation 185″.143 wäre. Da die grösste aus der Trepidation entstehende Verschiebung der wahren Äquinoctialpunkte gegen die mittleren gleich 9° angenommen erscheint, so würde der Ausdruck für die Gleichung der Äquinoctien

$$x = 26''.449\, t + 9^0 \sin (T_0 + 0^0.0514\, t)$$

sein, wenn T_0 das Argument zur Zeit der Epoche $t = 0$ wäre. Nachdem sich (s. pag. 21) der periodische Theil dieser Veränderung aus

$$\sin x_1 = \frac{\sin \rho}{\sin \varepsilon} \sin (T_0 + 0^0.0514\, t)$$

ergibt, so wird in der den Tafeln zugrunde gelegten Näherung

$$\rho = 9^0 \sin \varepsilon = 3^0\, 35\tfrac{3}{4}'.$$

*) Einzelne Handschriften haben von späteren Abschreibern hinzugesetzt: die mittlere Bewegung nach dem früher üblichen Systeme für Jahre, Tage, Minuten .... und für je 20, 40, 60 .... Jahre; so hat die Pariser Ausgabe: „Divi Alfonsi, Romanorum et hispaniarum Regis astronomicae tabulae; Paschasius Hamellius, Parisiis 1545“ einen solchen Zusatz von Blanchinus.

Für die jährliche Änderung der Längen würde daraus folgen

$$\frac{dx}{dt} = 26''.449 + 9^0 \text{ arc } 0^0.0514 \cos (T_0 + 0^0.0514\, t)$$
$$= 26''.449 + 29''.059 \cos (T_0 + 0^0.0514\, t)$$

daher für Christi Geburt: ($T_0 = 359^0\ 12.6$; $t = 0$) nahe 55", für die Ära der Tafeln 40"; um 3000 nach Chr. Geb. würde die jährliche Längenänderung nahe 0 und würde dann negativ bis zu dem Maximalbetrage — 2".6; um 4000 würde die Längenänderung wieder 0, worauf sie wieder anwachsen würde, bis sie um 7000 den Wert von 55" erreichen würde.

Die Tafeln enthalten die „Radices" (Constanten der Argumente) für die Epochen: diluvii, nabucodonozor, alexandri magni, caesaris, incarnationis, alhegirae, yezdegirt, alfonsi, bezogen auf den Meridian von Toledo;*) Differentia incarnationis et regis alfonsi = $2^3\ 6^2\ 57^1\ 59^d$ = 457079^d = 1251 Jahre 152^d, woraus Aera Alfonsi = 1. Juni 1252. Ich gebe hier eine Zusammenstellung der Radices incarnationis und Alfonsi, sowie die den Tafeln zugrunde gelegten mittleren Bewegungen:

*) Die Handschrift Nr. 5299 ist als Appendix von Blanchinus seiner Planetentafel beigefügt; die Handschrift Nr. 3872 enthält nebst den Radices incarnationis für den Meridian von Toledo die Radices, bezogen auf die Meridiane „Erfordiae" und „Wiennam"; beide Tafeln enden mit den Tafeln für die Gleichungen der Planeten, weder die Fixsterntafeln, noch auch die Finsternistafeln sind darin enthalten. Die Handschrift Nr. 5245 enthält die Alfonsinischen Tafeln mit den auf den Meridian von „Cracau" bezogenen Epochen als Anhang zu anderen Tafeln, welche von Mich. de Carnine für den Meridian von Krakau berechnet sind; aber ebenfalls unvollständig. Auch bei ihnen fehlen die Finsternistafeln; die Fixsterntafel ist ebenfalls nicht vollständig enthalten, indem sich nur für 24 der hellsten Sterne die Längen und Breiten angegeben finden. In allen Fällen deutet die Aufnahme eines von dem Meridian von Toledo verschiedenen Meridians auf den Ort hin, für welchen die Tafeln zur Verwendung bestimmt waren. Die Handschrift Nr. 2352 hat nebst den Epochen für den Meridian von Toledo noch die Radices incarnationis ad meridianum Magdebg., Worma, Wratissl. Erford, Pragae und Wyenn, so dass der Gebrauch derselben für diese Orte erleichtert erscheint. Vielleicht wurden auch mehrere Abschriften, wenn auch nicht alle in dieser künstlerischen Ausstattung, für die bezeichneten Orte gleichzeitig ausgeführt. Die Handschrift Nr. 2288 hat die Radices incarnationis ausser für den Meridian von Toledo noch für die Meridiane von Paris, Cremona und Verona; daraus könnte vielleicht der Schluss gestattet sein, dass diese Handschrift wahrscheinlich eine Abschrift eines Pariser Codex ist und speciell für die Beobachtungen an den beiden letztgenannten oberitalischen Städten dienen sollte, aus denen sie später nach Wien gekommen sein mag. Im Handschriftenkataloge wird sie als Abschrift eines Heilbronner Codex bezeichnet; eine Untersuchung derselben, welche Herr Custos v. Göldlin die Güte hatte über mein Ersuchen vorzunehmen, ergab, dass sie thatsächlich italienischen Ursprunges sei. Es ist ein Palimpsest, bei welchem noch einzelne Stellen der ersten Schrift deutlich kenntlich sind. Aus denselben geht hervor, dass das Pergament ursprünglich für ein Rechnungsbuch verwendet wurde, als dessen Eigentümer „Domin. Bonaventura de Cast. Massa superiore" ersichtlich ist. Massa super. (in der Provinz Rovigo am Po gelegen), deutet daher zweifellos auf den italienischen Ursprung der Handschrift.

		Radix incarnationis							Radix Alfonsi							Motus medius diurnus									
Motus augis communis *)																π	0^s	0^0	$0'$	$0''$	$4'''$	20^{IV}	41^V	17^{VI}	12^{VII}
Motus octavae sphaerae *)	T_0	5^s	59^0	$12'$	$34''$	$0'''$	0^{IV}	0^V	1^s	3^0	$34'$	$4''$	$0'''$	0^{IV}	0^V	τ	0	0	0	0	30	24	49	0	0
Augis Solis et Veneris sine motu octavae sphaerae	Π_0	1	11	24	23	0	0	0	1	20	36	0	0	0	0										
Augis Saturni . . . sine motu octavae sphaerae	Π_0	3	53	23	42	4	0	0	4	2	35	20	41	0	0										
Augis Jovis . . . . sine motu octavae sphaerae	Π_0	2	33	37	0	4	0	0	2	42	48	38	41	0	0										
Augis Martis . . . sine motu octavae sphaerae	Π_0	1	55	12	13	4	0	0	2	4	23	51	41	0	0										
Augis Mercurii . . sine motu octavae sphaerae	Π_0	3	10	39	33	4	0	0	3	19	51	11	41	0	0										
Motus Solis, Veneris et Mercurii	M_0	4	38	21	0	30	28	54	1	16	37	12	38	42	40	μ	0	0	59	8	19	37	19	13	56
Motus Saturni	M_0	1	14	5	20	12	0	0	4	24	44	33	26	0	0	μ	0	0	2	0	35	17	40	21	0
Motus Jovis	M_0	3	0	37	20	44	0	0	0	16	16	15	14	0	0	μ	0	0	4	59	15	27	7	23	50
Motus Martis	M_0	0	41	25	29	43	0	0	3	1	51	36	19	0	0	μ	0	0	31	26	38	40	5	0	0
Argumentum Veneris . .	A_0	2	9	22	2	36	0	0	0	45	45	55	19	0	0	α	0	0	36	59	27	23	59	31	0
Argumentum Mercurii .	A_0	0	45	23	54	0	0	0	3	33	48	38	56	0	0	α	0	3	6	24	7	42	40	52	0
Motus Lunae	M_0	2	2	46	40	16	40	0	5	36	7	21	11	40	0	μ	0	13	10	35	1	15	11	4	35
Argumentum Lunae . .	A_0	3	19	0	14	31	17	0	4	10	51	40	9	0	0	α	0	13	3	53	57	30	21	4	13
Capitis Draconis Lunae .	Ω_0	1	31	55	52	41	0	0	2	56	12	46	11	0	0	ω	0	0	3	10	38	7	14	49	10
Argumentum latitudinis Lunae **)	B_0	3	34	28	42	38	20	0	2	32	4	7	3	0	0	β	0	13	13	45	39	22	25	53	45
Elongatio Lunae a Sole .	E_0	3	24	25	49	46	12	0	4	19	28	8	33	3	0	η	0	12	11	26	41	37	51	50	39

*) In einigen Tafeln: „Tabula prima motus medii Augium et stellarum fixarum“ und „Tabula secunda medii motus accessus et recessus octavae sphaerae“.

**) Der Ausdruck Argumentum latitudinis an Stelle des älteren Motus latitudinis findet sich hier zum erstenmale.

Die Differenz der zu den verschiedenen Epochen gehörigen Werte der Apogäen für die einzelnen Planeten ist gleich der Praecession in der Zwischenzeit; z. B. für die beiden hier aufgenommenen Epochen gleich $9^0\ 11'\ 38''\ 37'''$, gleich der Praecession für 1251 Jahre 152 Tage (natürlich der in der Tafel angenommenen Praecession), was auch der Bezeichnung der Praecession als motus medius angium et stellarum fixarum entspricht. Es gelten demnach die angegebenen Apogäen für den jeweiligen mittleren Frühlingspunkt der Epoche (sine motu octavae sphaerae). Die Werte der übrigen Argumente für die verschiedenen Epochen sind jedoch durch unmittelbare Übertragung mit den angeführten mittleren Bewegungen erhalten. Der Wert irgendeines Argumentes G (A, B, E, M, Ω) zu einer beliebigen Epoche (t Tage nach der Epoche der Tafel) wird, wenn γ die mittlere tägliche Bewegung ist,

$$G = G_0 + \gamma\, t.$$

Wäre G eine mittlere Länge, γ die zugehörige mittlere siderische Bewegung, so würde der erhaltene Wert G die mittlere Länge, gezählt von dem festen Frühlingspunkt der Tafelepoche sein. Die mittlere Anomalie im Deferenten wird von dem als fest anzusehenden Apogäum aus gerechnet, ist daher von der Praecession unabhängig; desgleichen wird die mittlere Anomalie im Epicykel von derselben nicht beeinflusst; bei den oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars wird sie in der Tafel allerdings aus der mittleren Bewegung M abgeleitet; da sie aber gleich der mittleren Länge des Planeten vermindert um die mittlere Länge der Sonne ist, die Praecession aber beide Werte gleich beeinflusst, so kann dieselbe hier ebenfalls übergangen werden.

In der Tafel ist nun aber das Apogäum des Deferenten von dem mittleren Frühlingspunkt der Epoche gerechnet; es müsste daher, damit die mittlere Anomalie im Deferenten von der Praecession unabhängig sei, auch die mittlere Länge G auf den mittleren Frühlingspunkt der Epoche bezogen werden. Es sind nun zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Ist γ, wie oben angenommen, die mittlere tägliche siderische Bewegung, so wären die M_0 der verschiedenen Epochen auf einen bestimmten Frühlingspunkt einer gewissen Hauptepoche bezogen. Sei die Zwischenzeit zwischen dieser und einer anderen Epoche t_0, so würde der Wert der mittleren Länge für diese zweite Epoche, bezogen auf den mittleren Frühlingspunkt der letzteren,

$$G_0' = G_{00} + \gamma\, t_0 + \pi\, t_0 = G_0 + \pi\, t_0$$

sein, und es wäre

$$G = G_0' + \gamma\, t = G_0 + \pi\, t_0 + \gamma\, t.$$

Dann wäre die mittlere Anomalie im Deferenten (das centrum medium) $G - \Pi_0$, wobei Π_0 auf die Epoche bezogen erscheint, von welcher aus

t gerechnet ist. (Wenn z. B. der feste Frühlingspunkt für die aera incarnationis als Hauptepoche gelten würde, so wäre für die aera alfonsi $t_0 = 457079$ Tage und t seit dem 1. Juni 1252 zu zählen; die Werte der Π_0 und G_0 würden die Werte für die aera alfonsi bedeuten.)

2. Ist γ die mittlere tropische Bewegung, so ist die mittlere Länge $G_0 + \gamma t$, bezogen auf den instantanen Frühlingspunkt, und die Werte der in der Tafel enthaltenen G_0 für die verschiedenen Epochen beziehen sich, sowie die Π_0, auf den jeweiligen Frühlingspunkt der Epoche; dann wäre aber $G_0 + \gamma t - \pi t$ die mittlere Länge t Tage nach der Epoche der Tafel, bezogen auf den Frühlingspunkt der Epoche der Tafel; und die Anomalie im Deferenten wäre $G_0 + (\gamma - \pi)\, t - \Pi_0$.

Es ist nirgends ersichtlich, ob die angegebenen Werte der μ (und ω für den Mond) siderische oder tropische Bewegungen sind; es ist auch nirgends ersichtlich, welche der angeführten Ären als Hauptära anzusehen ist; gerade dieser letzte Punkt drängt jedoch zur Annahme, dass die angegebenen μ als tropische Bewegungen anzusehen sind. Dass bei den Apogäen ausdrücklich bemerkt ist: „sine motu octavae sphaerae", ist nicht wesentlich, da damit nur gesagt sein soll, dass die Längen vom mittleren Frühlingspunkte (ohne Rücksicht auf Trepidation) gezählt sind. Hingegen findet sich z. B. in der Erklärung der Handschrift Nr. 2352 die Bemerkung: „Utrum locum augis cujuslibet planetae per tabulas invenire quere primo motum augium et stellarum fixarum non accepto radice aliquo sed modum dictum in mediis motibus", so dass wol für die Berechnung nicht der Wert Π_0, sondern $\Pi_0 + \pi t$ zu verwenden wäre. In der Anleitung, welche in der Pariser Ausgabe des Paschasius Hamellius (1545) gegeben wird, wird jedoch die mittlere Anomalie im Deferenten einfach $M_0 + \mu t - \Pi_0'$ angegeben, wo für Π_0' eine Constante, allerdings nicht die in der Ausgabe gegebene Radix incarnationis,*) zu nehmen ist. Es ist $\Pi_0' = \Pi_0 + K$, wo die Constante K als Aux communis $= 0^s\ 19^0\ 32'\ 45''\ 24'''$ angenommen ist. Diese Zahl findet sich weder in den Handschriften, noch in der Ausgabe von 1483; sie ist jedoch gleich der Praecession + Trepidation von Christi Geburt bis 1476 nach Chr. Geb., woraus folgt, dass auch hier μ als die mittlere tropische Bewegung angesehen wurde, während K den Wert πt + Trepidation darstellen würde, wobei als Ausgangsepoche Christi Geburt angenommen ist, wo aber an Stelle des variabeln Wertes von t ein constanter, vielleicht mittlerer Wert genommen ist, welcher ungefähr der Zeit entspricht, in welcher die Abschrift verwendet worden sein mag. Da diese Zeit 1476 ist, so ist der Schluss naheliegend, dass das 1545 im Drucke

*) In dieser Ausgabe werden durchgehends die Radices incarnationis verwendet.

erschienene Werk nach einem Manuscripte gedruckt wurde, das um das Jahr 1476 entstanden sein mag und bei dessen Verwendung der Unterschied π $(t - 1476)$ für die nächstgelegenen Jahre vernachlässigt wurde.*)

Die Tafeln der Gleichungen werden durchwegs von Grad zu Grad gegeben; nur die Tafel für die Breiten der Planeten ist von 6 zu 6 Graden aufgenommen. Ich gebe im Folgenden einen Auszug dieser Tafeln, jedoch nicht für alle Himmelskörper; die Breiten des Mondes habe ich dabei der Tafel der Mondgleichungen beigefügt, obzwar sie in den Handschriften meist erst später bei den Finsternistafeln (welche ich hier als nicht unmittelbar in den Rahmen dieses Werkes gehörig, übergangen habe) aufgenommen erscheinen. Die Breiten der Planeten (in geringerem Umfange) sind von den übrigen getrennt.

	Aequatio motus accessus et recessus octavae sphaerae	Aequatio motus solis	Aequatio centri ☾ I	Min. proport. II	Diversitas diametri ☾ III	Aequatio argumenti ☾ IV	Latitudo ☾	
0^s 0^0	0^0 $0'$ $0''$	0^0 $0'$ $0''$	0^0 $0'$	$0'$	0^0 $0'$	0^0 $0'$ $0''$	0^0 $0'$ $0''$	6^s 0
10	+1 33 20 —	−0 21 28 +	− 1 29 +	0	− 0 24 +	−0 47 19 +	+0 52 1 —	5 50
20	3 3 49	0 42 43	2 57	2	0 47	1 33 31	1 42 27	40
30	+4 29 10 —	−1 2 54 +	− 4 25 +	3	− 1 10 +	−2 17 29 +	+2 29 52 —	30
40	5 46 16	1 20 48	5 50	5	1 31	2 58 7	3 12 39	20
0 50	+6 52 58 —	−1 37 0 +	− 7 15 +	9	− 1 48 +	−3 34 20 +	+3 49 40 —	10
1 0	7 47 10	1 50 44	8 36	12	2 3	4 5 4	4 19 47	5 0
10	+8 27 11 —	−2 0 26 +	− 9 52 +	17	− 2 16 +	−4 29 18 +	+4 41 52 —	4 50
20	8 51 44	2 6 45	11 2	22	2 26	4 46 31	4 55 25	40
30	+9 0 0 —	−2 9 57 +	−12 0 +	26	− 2 36 +	−4 54 54 +	+5 0 0 —	30
40	8 51 44	2 8 45	12 42	32	2 39	4 54 41	4 55 25	20
1 50	+8 27 11 —	−2 4 5 +	−13 5 +	37	− 2 39 +	−4 45 33 +	+4 41 52 —	10
2 0	7 47 10	1 54 57	13 4	43	2 31	4 27 0	4 19 47	4 0
10	+6 52 58 —	−1 41 57 +	−12 30 +	47	− 2 18 +	−3 59 20 +	+3 49 40 —	3 50
20	5 46 16	1 26 3	11 11	52	2 1	3 23 12	3 12 39	40
30	+4 29 10 —	−1 7 7 +	− 9 22 +	55	− 1 35 +	−2 39 35 +	+2 29 52 —	30
40	3 3 49	0 45 53	6 39	58	1 8	1 49 58	1 42 27	20
2 50	+1 33 20 —	−0 23 42 +	− 3 32 +	59	− 0 36 +	−0 56 5 +	+0 52 1 —	10
3 0	0 0 0	0 0 0	0 0	60	0 0	0 0 0	0 0 0	3 0

*) Im Drucke erscheint die Jahreszahl 1476, Sept. 21, 6^h 1^m 36^s post meridiem sonderbarerweise als aera generalis episcopi bezeichnet.

Mars

	Aequatio centri I	Min. prop. II	Longitudo longior III	Aequatio argumenti IV	Longitudo propior V	
		l				
0^s 0^0	0^0 $0'$	60	0^0 $0'$	0^0 $0'$	0^0 $0'$	6^s 0^0
10	$-$ 1 49 $+$	59	$+$ 0 14 $-$	$+$ 3 59 $-$	$+$ 0 15 $-$	5 50
20	3 35	56	0 27	7 56	0 31	40
30	5 16	52	0 42	11 51	0 46	30
40	6 49	46	0 57	15 43	1 3	20
0 50	8 13	39	1 12	19 31	1 20	10
1 0	9 24	30	1 27	23 13	1 40	5 0
10	10 20	20	1 45	26 47	2 1	4 50
20	11 0	9	2 5	30 12	2 23	40
30	11 23	3	2 27	33 22	2 49	30
40	11 21	13	2 51	36 12	3 19	20
1 50	11 0	22	3 19	38 36	3 54	10
2 0	10 21	30	3 54	40 23	4 35	4 0
10	9 20	39	4 28	41 9	5 26	3 50
20	7 56	46	5 3	40 31	6 27	40
30	6 16	51	5 34	37 25	7 30	30
40	4 20	57	5 30	30 36	8 2	20
2 50	2 13	59	3 48	17 58	6 16	10
3 0	0 0	60	0 0	0 0	0 0	3 0
		p				
Maximum	11^0 $24'$		5^0 $38'$	41^0 $10'$	8^0 $3'$	
für Arg.	1^s 36^0		2^s 35^0	2^s 12^0	2^s 39^0	

Tafel der Breiten.

	Saturn		Jupiter		Mars		Minuta proport. x	Venus		Mercur		
	sept.	merid.	sept.	merid.	sept.	merid.		Declin. ε	Reflexio λ	Declin. ε	Reflexio λ	
0^s 0^0	2^0 $4'$	2^0 $2'$	1^0 $7'$	1^0 $5'$	0^0 $0'$	0^0 $0'$	$+$ 60′ 0″	$+1^0$ $3'+$	0^0 $0'$	$+1^0$ 46′ $+$	0^0 $0'$	6^s 0^0
0 30	2 8	2 6	1 10	1 8	0 14	0 7	$+$ 52 0	$+$0 57 $+$	$+$0 41 $-$	$+$1 36 $+$	$+$0 55 $-$	5 30
1 0	2 16	2 15	1 16	1 16	0 28	0 22	$+$ 30 0	$+$0 36 $+$	$+$1 20 $-$	$+$0 59 $+$	$+$1 44 $-$	5 0
1 30	2 30	2 30	1 30	1 30	0 52	0 49	0 0	0 0	$+$1 57 $-$	0 0	$+$2 20 $-$	4 30
2 0	2 45	2 45	1 45	1 45	1 34	1 37	$-$ 30 0	$-$0 59 $-$	$+$2 25 $-$	$-$1 25 $-$	$+$2 29 $-$	4 0
2 30	2 57	2 58	2 0	2 0	2 55	3 29	$-$ 52 0	$-$3 3 $-$	$+$2 22 $-$	$-$3 7 $-$	$+$1 45 $-$	3 30
3 0	3 2	3 5	2 8	2 8	4 21	7 30	$-$ 60 0	$-$7 12 $-$	0 0	$-$4 5 $-$	0 0	3 0

Vergleicht man die Tafeln mit den Ptolemäischen, so wird man sofort die Ähnlichkeit derselben erkennen; die zur Berechnung nötigen Vorschriften habe ich hier der Kürze und Übersichtlichkeit halber in mathematische Formeln gekleidet und die oft ziemlich complicierten Vorschriften für die Verbindung der Resultate durch Addition und Subtraction, durch Einführung der Zeichen*) vereinfacht.

1. Berechnung für die Sonne: **)

Motus medius Solis = mittlere Länge . . . . . $M_\odot = M_0 + \mu\, t.$

Argumentum medium Solis = mittlere Anomalie im Deferenten:

$$A_\odot = M_\odot - \Pi_\odot.$$

Mit dem Argument $A_\odot$ wird die Mittelpunktsgleichung der Sonne (Aequatio motus Solis) entnommen, und dann ist:

Motus verus Solis = wahre Länge . . . . . $M_\odot + Gl.$

2. Berechnung für die Planeten:

Motus medius = mittlere Länge . . . . . $M = M_0 + \mu\, t$;

für Venus und Mercur identisch mit dem Werte $M_\odot$.

Centrum medium = mittlere Anomalie im Deferenten $C = M - \Pi$;

daher für Venus $C = A_\odot$; für Mercur davon verschieden, weil für diesen der Ort des Apogäums nicht mit demjenigen der Sonne zusammenfällt; für die drei oberen, selbstverständlich auch für jeden, infolge der Verschiedenheit von M und Π anders.

Argumentum medium = mittlere Anomalie im Epicykel $A = A_0 + \alpha\, t$;

für Venus und Mercur direct aus den diesbezüglichen Tafeln; für die übrigen Planeten $A = M_\odot - M$.

Mit dem Argumente C entnimmt man die aequatio centri = I, und es wird:

Centrum secundo aequatum***) . . . . . $C_1 = C + \mathrm{I}.$

Argumentum secundo aequatum . . . . . $A_1 = A - \mathrm{I}.$

Mit C_1 als Argument werden die Minuta proportionalia II entnommen und mit dem Argumente A_1 die Aequatio argumenti IV und ferner die Longitudo longior III oder die Longitudo propior V, je nachdem zum Argumente C_1 der Wert II in der oberen Hälfte der Tafel (longior) oder in der unteren Hälfte (propior) gehört; es ist dann die Aequatio argumenti aequata $\mathrm{IV}_1 = \mathrm{IV} - \mathrm{II}\ \mathrm{III}$ oder $\mathrm{IV}_1 = \mathrm{IV} + \mathrm{II}\ \mathrm{V}$ und die wahre Länge $L = M + \mathrm{I} + \mathrm{IV}_1$.

---

*) Die positiven und negativen Zeichen finden sich in den astronomischen Tafeln erst bei Kepler.

**) Die Bezeichnung ist aus den Buchstaben (pag. 42) ersichtlich; über die zu verwendenden Apogäen siehe das pag. 44 Gesagte.

***) Centrum und Argumentum inaequatum und primo aequatum sind bez. das aus der Tafel entnommene Nächstgelegene und das Interpolierte.

3. Für den Mond hat man:

Motus medius = mittlere Länge . . . . . $M = M_0 + \mu t$;

Argumentum medium = mittlere Anomalie . . . . . $A = A_0 + \alpha t$;

Caput Draconis . . . . . $\Omega = \Omega_0 + \omega t$;

Centrum medium . . . . . $C = 2(M - M_\odot)$.

Mit dem Argumente C werden die Aequatio centri I und die Minuta proportionalia II entnommen; dann ist

Argumentum aequatum . . . . . $A_1 = A + \text{I}$.

Mit dem Argumente A_1 entnimmt man die aequatio argumenti IV und die Diversitas diametri III, dann ist die

Aequatio argumenti aequata . . . . . $\text{IV}_1 = \text{IV} + \text{III II}$

und die wahre Länge $L = M + \text{IV}_1$.

Die Breite des Mondes wird mit dem Argumentum latitudinis lunae $= L - \Omega$ entnommen.

4. Für die Planeten wird die Berechnung der Breiten wieder viel complicierter; man berechnet *)

für den Mars: $B_1 = C_1$

„ „ Jupiter: $B_1 = C_1 + 50^0$

„ „ Saturn: $B_1 = C_1 - 20^0$

und schreibt mit dem Argumente B_1 die minuta proportionalia x heraus; dann entnimmt man mit dem Argumente A_1 (Argumentum aequatum) die Breite b, und zwar aus der Colonne septemtrionalias oder meridionalis, je nachdem x im oberen oder unteren Theile der Tafel ist; dann ist die wahre Breite $x\,b$; das Zeichen folgt von selbst, da hier x bezeichnet ist.

Für Venus und Mercur entnimmt man mit dem Argumente A_1 die Declinatio ε und Reflexio λ.

Für Venus werden mit dem Argumente $270^0 + C_1$ die minuta proportionalia x_1 und mit dem Argumente C_1 die minuta proportionalia x_2 entnommen; **) dann ist die Breite

$$\beta = x_1\,\varepsilon + x_2\,\lambda + \tfrac{1}{6}{}^0\,[x_2],$$

wo $[x_2]$ der absolute Wert von x_2 ist.

Für den Mercur werden mit dem Argumente $90^0 + C_1$ die minuta proportionalia x_1 und mit dem Argumente $180^0 + C_1$ die minuta proportionalia x_2 entnommen; **) dann ist die Breite

$$\beta = x_1\,\varepsilon + x_2\,\lambda - \tfrac{3}{8}{}^0\,[x_2].$$

*) Für Jupiter und Saturn scheinen die Zahlen verwechselt; s. I. Bd., pag. 155, und später bei Copernicus.

**) In den Tafeln sind weder die x, noch die ε und λ bezeichnet, und daraus folgt eine ziemlich complicierte Regel für die Bezeichnung der einzelnen Theile von β. Die Argumente von x_1 sind hier wie im I. Bande, pag. 157, für Venus und Mercur gegenüber denjenigen in den Alfonsinischen Tafeln verwechselt, um die Werte von x_1 und x_2 auch dem Zeichen nach aus einer und derselben Tafel entnehmen zu können. Bei dem Mercur müsste wahrscheinlich ebenfalls $\frac{3}{4}{}^0$ statt $\frac{3}{8}{}^0$ stehen.

Ich habe bereits im Vorhergehenden auf die verschiedenen Handschriften, von welchen ich Kenntnis nehmen konnte, hingewiesen (siehe pag. 38 und 41), wobei nur die Handschrift Nr. 5478 unerörtert blieb. Diese als wahrscheinlich Alfonsinische Tafel im Handschriftenkataloge angeführte Handschrift muss von dem Astronomen sofort als nicht Alfonsinisch erkannt werden, und ist dieselbe vielleicht nur deshalb als solche bezeichnet worden, weil derselben der Meridian von Toledo zugrunde gelegt ist.

Die Handschrift ist nur als Fragment erhalten und enthält: 1. die mittlere Bewegung der Sonne und die Mittelpunktsgleichung derselben; 2. die mittlere Bewegung des Mondes in Länge und Anomalie nebst den Mondgleichungen; 3. die mittlere Bewegung des Mondknotens; 4. die mittlere Bewegung des Saturn, und auf dem letzten Blatte, von welchem die eine Hälfte abgeschnitten ist, die Gleichungen des Saturn. Erläuterungen zu den Tafeln sind keine erhalten.

Den mittleren Bewegungen sind vollständig die arabischen Mondjahre zu 354 und 355^d zugrunde gelegt, wie aus dem beiliegenden Auszuge aus der Tafel der mittleren Bewegungen der Sonne folgt.

Medius Cursus Solis.

In annis collectis					In annis expansis				
Radix	3^s	23^0	41′	11″	1	11^s	18^0	54′	19″
30	5	1	41	32	2	11	8	47	47
60	6	9	41	53	3	10	27	42	7
90	7	17	42	14	4	10	16	36	26
	.	.	.	.	5	10	6	29	54
	.	.	.	.	6	9	25	24	14
810	1	29	50	59	7	9	15	17	41
840	3	27	51	0	8	9	4	12	1
					9	8	23	6	21
In mensibus					10	8	12	59	49
1	0^s	29^0	34′	5″	11	8	1	54	8
2	1	28	9	3	12	7	20	48	28
3	2	27	43	9	13	7	10	41	56
4	3	26	18	6	14	6	29	36	16
5	4	25	52	12	15	6	18	30	35
6	5	24	27	9	16	6	8	24	3
7	6	24	1	15	17	5	27	18	23
8	7	22	36	13	19*)	5	17	11	51
9	8	22	10	18	20	5	6	6	10
10	9	20	45	16	21	4	25	0	29
11	10	20	19	22	22	4	18	53	58*)
12	11	18	54	19	23	4	3	48	17
					24	3	22	42	37

*) Schreibfehler.

		In annis expansis			
Aux Solis	$2^s\ 17^0\ 50'$	25	3^s	12^0	$36'$ $6''$
		26	3	1	30 26
		27	2	21	23 54
		28	2	10	18 13
		29	1	29	12 33
		30	1	19	6 1
			1	8	0 21

Die Radices — für den Meridian von Toledo giltig — sind einfach hingeschrieben, ohne Angabe der Epoche. Eine Vergleichung mit den Radices der Alfonsinischen Tafeln zeigt, dass dieselben für die arabische Ära gelten, wie aus der folgenden Zusammenstellung hervorgeht:

	Handschrift Nr. 5478				Alfonsinische Tafeln (Hegira)				
Radix motus Solis	3^s	23^0	$41'$	$11''$	114^0	$52'$	$2''$	$0'''$	50^{IV}
„ Augis Solis	2	17	50		75	59	21		
„ Cursus Lunae . . .	4	0	58	18	122	1	16	23	53
„ Argumentum Lunae	3	18	28	39	107	21	27	42	28
„ Capitis Draconis . .	7	24	9	55	233	53	20	35	51
„ Cursus Saturni . .	3	25	51	15	118	21	0	3	
„ Augis Saturni . . .	8	0	5		237	57	40	58	

Für die mittleren täglichen Bewegungen ergeben sich aus den Tafeln die folgenden Werte, denen ich zur Vergleichung auch die Ptolemäischen, Alfonsinischen und Copernicanischen Werte beigesetzt habe:

	Tafelwert						Ptolemäus					
Sonne . . .	0^0	$59'$	$8''$	$11'''$	28^{IV}	26^V	0^0	$59'$	$8''$	$17'''$	13^{IV}	12^V
Mond . . .	13	10	34	52	48	35	13	10	34	58	33	30
Arg. Mond .	13	3	53	56	17	52	13	3	53	56	17	52
Knoten Mond	0	3	10	46	42	31	0	3	10	41	15	26
Saturn . . .	0	2	0	26	35	18	0	2	0	33	31	29

	Alfons						Copernicus					
Sonne . . .	0^0	$59'$	$8''$	$19'''$	37^{IV}	19^V	0^0	$59'$	$8''$	$11'''$	22^{IV}	siderisch
							0	59	8	19	37	tropisch
Mond . . .	13	10	35	1	15	11	13	10	34	57	8	27^V
Arg. Mond .	13	3	53	57	30	21	13	3	53	56	34	4
Knoten Mond	0	3	10	38	7	15	0	3	10	42	21	31
Saturn . . .	0	2	0	35	17	40	0	2	0	27	17	54

Endlich unterscheiden sich die Tafeln von den Alfonsinischen durch die Mittelpunktsgleichung der Sonne und die Aequatio argumenti der Mondtafeln, während die anderen Tafeln mit den Alfonsinischen übereinstimmen (mit Ausnahme weniger irrelevanter Zahlenwerte, die ebensowol durch

Abschreibfehler als durch geringfügige Unterschiede in den verwendeten Constanten erklärt werden könnten).

Da die Alfonsinischen Tafeln bereits durch den Druck verbreitet sind, so gebe ich hier nur die beiden erwähnten von denselben verschiedenen Tafeln:

Aequatio solis

	0^s	1^s	2^s	3^s	4^s	5^s	
1^0	0^0 2′ 2″	0^0 59′ 35″	1^0 42′ 18″	1^0 59′ 10″	1^0 43′ 53″	0^0 59′ 29″	29^0
2	4 2	1 1 19	43 20	59 10	42 50	57 34	28
3	6 2	3 3	44 23	59 8	41 46	55 38	27
4	8 2	4 46	45 23	59 4	40 41	53 41	26
5	10 1	6 28	46 21	58 57	39 35	51 44	25
6	12 1	8 8	47 17	58 50	38 23	49 46	24
7	14 1	9 57	48 10	58 40	37 9	47 48	23
8	16 0	11 25	49 0	58 28	35 53	45 50	22
9	18 0	13 0	49 48	58 13	34 35	43 51	21
10	19 59	14 35	50 35	57 56	33 16	41 52	20
11	21 58	16 9	51 20	57 38	31 59	39 53	19
12	23 57	17 41	52 4	57 20	30 33	37 53	18
13	25 55	19 12	52 45	56 59	29 8	35 52	17
14	27 52	20 43	53 23	56 33	27 41	33 50	16
15	29 49	22 12	53 59	56 3	26 13	31 48	15
16	31 47	23 40	54 34	55 31	24 44	29 46	14
17	33 42	25 6	55 7	54 58	23 14	27 43	13
18	35 38	26 30	55 39	54 28	21 42	25 38	12
19	37 33	27 53	56 9	53 48	20 9	23 31	11
20	39 26	29 15	56 36	53 10	18 34	21 24	10
21	43 20	30 37	56 59	52 30	16 28	19 17	9
22	44 13	31 55	57 21	51 47	15 21	17 9	8
23	45 6	33 13	57 42	51 2	13 42	15 1	7
24	46 58	34 28	58 1	50 16	12 1	12 53	6
25	48 49	35 41	58 17	49 28	10 17	10 45	5
26	50 38	36 51	58 30	48 39	8 32	8 36	4
27	52 26	37 59	58 41	47 46	6 46	6 27	3
28	54 14	39 5	58 50	46 50	5 0	4 18	2
29	56 2	40 10	58 57	45 52	3 12	2 9	1
30	0 57 45	1 41 18	1 59 2	1 44 53	1 1 22	0 0 0	0
	11^s	10^s	9^s	8^s	7^s	6^s	

Aequatio argumenti lunae

	0ˢ	1ˢ	2ˢ	3ˢ	4ˢ	5ˢ	
1°	0° 4′ 50″	2°24′ 1″	4°11′53″	5° 0′26″	4°29′26″	2°37′49″	29°
2	9 40	28 16	14 37	0 44	26 37	32 57	28
3	14 39	32 30	17 18	0 55	24 23	28 1	27
4	19 18	36 42	19 54	0 59	21 44	23 2	26
5	24 7	40 52	22 25	1 0	18 58	18 0	25
6	28 56	44 58	24 51	0 57	16 5	12 55	24
7	33 44	49 2	27 12	0 49	13 6	7 48	23
8	38 32	53 5	29 28	0 37	10 3	2 2 36	22
9	43 19	2 57 6	31 41	0 21	6 57	1 57 22	21
10	48 5	3 1 3	33 51	5 0 1	3 47	52 4	20
11	53 51	4 57	35 57	4 59 22	4 0 32	46 44	19
12	0 57 36	8 48	37 57	58 55	3 57 11	41 21	18
13	1 2 20	12 37	39 52	58 12	53 44	35 56	17
14	7 4	16 23	41 43	57 24	50 9	30 29	16
15	11 47	20 6	43 29	56 33	46 27	25 0	15
16	16 28	23 46	45 10	55 38	42 38	19 29	14
17	21 8	27 22	46 46	54 33	38 45	13 57	13
18	25 47	30 55	48 17	53 20	34 50	8 23	12
19	30 25	34 25	49 43	52 0	30 52	1 2 48	11
20	36 3	37 52	51 5	50 33	26 52	0 57 11	10
21	39 39	41 16	52 23	49 2	22 49	51 32	9
22	44 18	44 37	53 36	47 26	18 41	45 51	8
23	48 45	47 58	54 43	45 47	14 26	40 9	7
24	53 17	51 7	55 43	44 6	10 5	34 26	6
25	1 57 48	54 17	56 39	42 23	5 41	28 42	5
26	2 2 17	3 57 23	57 30	40 31	3 1 13	22 58	4
27	6 43	4 0 24	58 16	38 31	2 56 39	17 14	3
28	11 5	3 23	58 56	36 23	52 1	11 30	2
29	15 25	6 16	4 59 31	34 9	47 20	5 45	1
30	2 19 44	4 9 6	5 0 2	4 31 7	2 42 36	0 0 0	0
	11ˢ	10ˢ	9ˢ	8ˢ	7ˢ	6ˢ	

Die Anlage der Tafel deutet auf arabischen Ursprung hin; dass die Tafel auf den Meridian von Toledo bezogen ist, kann nicht massgebend sein, da die Werte der Argumente für die Epoche zur leichteren Verwendung in Toledo auf den Meridian des Beobachtungsortes übertragen worden sein können. Dass

die Tafeln aber thatsächlich älter sind als die Alfonsinischen und zweifellos arabischen Ursprunges, lässt sich durch Vergleichung der denselben zugrunde gelegten Constanten zeigen. Diese Constanten sind nämlich diejenigen, welche Albategnius für die Elemente der Planeten annimmt.

Aus der grössten Mittelpunktsgleichung der Sonne $1^0\ 59'\ 10''$ folgt $e = 0{\cdot}03467 = 2^p\ 4'\ 48''$; Albategnius hat $2^p\ 4'\ 45''$ (Cap. 28); Ptolemäus $2^p\ 22{\cdot}3$; Alfragan $2^p\ 30'$; Alfons: grösste Gleichung $2^0\ 9'\ 57''$, $e = 2^p\ 16'\ 5''$; Copernicus: grösste Gleichung $1^0\ 51'$, $e = 1^p\ 56'\ 15''$. Die grösste Aequatio argumenti lunae gleich $5^0\ 1'$ findet sich ebenfalls bei Albategnius (Cap. 30), doch schreibt er sie Ptolemäus zu; Alfragan $5^p\ 0{\cdot}3$; Alfons $4^p\ 54{\cdot}9$.

Über die mittleren Bewegungen gibt Albategnius in seiner Planetentheorie keinen Aufschluss,*) nur für die Sonne findet sich die Angabe der Jahreslänge, aus welcher die mittlere tägliche Bewegung $\mu = 0^0\ 59'\ 8''\ 20'''\ 46^{IV}\ 56^V$ folgt (Cap. 27), demnach um $9'''\ 18^{IV}\ 30^V$ grösser als der in den Tafeln verwendete. Der Unterschied ist aber gleich der Praecession in einem Tag, wenn dieselbe gleich 1^0 in $63{\cdot}5$ Jahren angenommen würde. Nun fand Albategnius aus den Fixsternen die Praecession gleich 1^0 in 66 Jahren (Cap. 50), aus dem Sonnenapogäum 1^0 in 61 Jahren.**) Wenn aus beiden Werten das Mittel genommen würde, so würde der Unterschied sich demgemäss dadurch erklären, dass der aus der Jahreslänge gefolgerte Wert in seiner Planetentheorie als mittlere tägliche tropische Bewegung, die in den Tafeln verwendete als mittlere tägliche siderische Bewegung aufzufassen ist.

Die Tafeln wären demnach als „Planetentafeln des Albategnius" zu bezeichnen. Tafeln der Planeten, berechnet für den Meridian von Toledo, welche als Tabulae Toletanae bezeichnet werden, sollen um 1080 von Arzachel angefertigt worden sein. Manuscripte dieser Tafeln finden sich in den Bibliotheken des Escurial, der Universitäten Cambridge (England), Paris und Leyden. Ob die erwähnte Handschrift der k. k. Hofbibliothek in Wien mit diesen identisch ist, würde nur durch eine directe Vergleichung zu constatieren sein, zu welcher ich bisher keine Gelegenheit hatte. Weidler schreibt über Albategnius: „novas tabulas adornavit, et meridiano Aractensi accommodavit, quae aliquamdiu apud Arabes tamquam accuratiores in pretio fuerunt," ***) und über Arzachel: „Auctor putatur Tabularum Toledanarum. Cum enim hactenus tabulae Albategnii sine ulla erroris suspicione usurpatae essent,

*) S. hierüber das pag. 9 Gesagte.

**) S. pag. 9.

***) l. c. pag. 210. Immerhin bleibt es ziemlich unsicher, ob man die Tafeln als Tafeln des Albategnius oder als Tafeln des Arzachel zu bezeichnen hätte.

Arzachel vero illas coelo non amplius congruere deprehendisset, novas composuit, quarum tamen fides, propter Albategnii auctoritatem ambigua a posteris habita est .... Ceterum Arzachel cum inter se et Albategnium magnam discrepantiam deprehendisset, et simul eccentricitatis decrementum observavisset, fertur effenxisse circellum, in cujus ambitu centrum eccentrici ita versaretur, ut id modo a terra propius modo longius abesset, et simul ipsum apogaeum repedare posset." *) Hienach würde er aber die später von Copernicus eingeführte Theorie des Hemicykels bereits zur Erklärung der Veränderlichkeit der Excentricität der Erdbahn (Sonnenbahn) eingeführt haben; hierin müsste sich aber ein wesentlicher Unterschied gegen Albategnius zeigen. Copernicus schreibt, dass Arzachel arc sin $e = 1^0\,59'$ annimmt; ob der Unterschied von 10″ auf die Verschiedenheit der Tafeln zu schliessen berechtigt, bleibt immerhin zweifelhaft. Aus den mittleren Bewegungen und den Radices liesse sich nur dann mit Sicherheit auf den Autor schliessen, wenn auch anderweitig Angaben über die von den beiden angenommenen Werte derselben gegeben wären.

Die Alfonsinischen Tafeln waren, wenn auch für lange Zeit dominierend, so doch nicht die einzigen Planetentafeln. Sie gaben den Anlass zur Construction einer ganzen Reihe anderer, welche sich nur unwesentlich von ihnen unterschieden, oft nur durch die Übertragung auf eine andere Epoche abgeleitet waren; es mögen hier nur die wichtigsten derselben erwähnt werden. Johann von Gmunden († 1442 in Wien) gab Planetentafeln heraus, berechnet für den Meridian von Wien; Johannes Blanchinus berechnete ziemlich ausführliche Tafeln für den Meridian von Ferrara welche 1495 in Venedig im Druck erschienen.**) Zu den einfach aus den Alfonsinischen Tafeln abgeleiteten gehören die Tabulae astronomicae Elisabethae Reginae von Alfonsus de Corduba (übertragen auf den 23. December 1474 als dem Tag der Thronbesteigung des Königs Ferdinand und der Königin Elisabeth von Spanien; im Druck erschienen 1503). Ebenso sind die Tafeln von Joh. Schoner (geb. 1477, gest. 1547) eine einfache Übertragung auf den Meridian von Nürnberg. Die 1551 von seinem Sohne Andr. Schoner besorgte Ausgabe seiner Opera mathematica ist interessant wegen der denselben beigegebenen Figuren, welche die Bewegung der Planeten versinnlichen sollten, dabei aber die Complicierтheit des Systems so recht vor Augen führen. Figur 2 ist eine Copie der Schoner'schen Darstellung der Bewegung der Venus (Opera zweiter Theil, pag. XIII). In derselben bedeuten: *A* den Colur der Solstitien, *E* den Zodiacus, *D* das Centrum mundi, *H* das Centrum eccentrici, *J* das Centrum aequantis, *L* — *O* (durch-

*) l. c. pag. 215.

**) S. die Handschrift Nr. 5299 der k. k. Hofbibliothek in Wien.

brochen, um für die Bewegung von $M - N$ Platz zu lassen) der circulus deferens augem Veneris ejusque oppositum, M = Eccentricus, N = Aequans, $B\,D\,C$ = Axis Zodiaci ac deferentis augis, $F\,D\,G$ = Axis motus eccentrici in latum seu deviationis ejus, $K\,H$ = Axis eccentrici Veneris, Q = Centrum epicycli, P = Epicyclus cujus axis $S\,Q\,R$ motum epicycli in latum, quem inclinationem dicunt circa diametrum mediarum longitudinum circulorum describit circumferentias.

Eine theoretische Untersuchung der Planetenbewegungen gab Georg Peurbach oder Purbachius in seinem Werke Theoricae novae Planetarum, welche man ganz wol als den Text zu den Alfonsinischen Tafeln betrachten kann. Wenngleich wesentlich Neues nicht hinzugefügt wird, so hat dieses Werk das grosse Verdienst, dass die Theorien in ausserordentlich klarer und lichtvoller Weise dargestellt werden, wodurch vielleicht der Übergang zur nächsten Epoche, zum heliocentrischen System, wesentlich erleichtert worden sein mag, wenngleich nicht unerwähnt bleiben darf, dass die 1542 im Drucke erschienene, von Er. Reinhold besorgte Ausgabe durch die Zusätze des letzteren wesentlich gewann. Es dürfte vielleicht ausreichend sein, die Darstellung Peurbachs kurz in der Weise zusammenzufassen, dass die für die Berechnung der Himmelskörper auf pag. 47 und 48 gegebenen Vorschriften an der Hand der bereits im ersten Bande befindlichen und auch hier giltigen Figuren erläutert werden.

1. Für die Sonne: Fig. 13 (der Scheitel des Winkels x ist mit S zu bezeichnen); Formeln: I. Bd., pag. 89:

$$M_{\odot} = \Upsilon\,O\,S; \quad A_{\odot} = L\,O\,S; \quad \text{Mittelpunktsgleichung} = O\,S\,E;$$
$$\text{wahre Länge} = \Upsilon\,E\,S.$$

2. Für die Planeten (mit Ausnahme des Mercur): Fig. 27, Formeln: (1), (2), (3), I. Bd., pag. 117:

$$C = A\,D\,B; \quad A = \Pi B\,P; \quad I = \Pi B\,L_1 = D\,B\,E; \quad C_1 = A\,E\,B; \quad A_1 = L_1\,B\,P.$$
$$IV = (B\,E\,P)_{\text{mittl.}}; \quad III = (B\,E\,P)_{\text{mittl.}} - (B\,E\,P)_{\text{min.}};$$
$$V = (B\,E\,P)_{\text{max.}} - (B\,E\,P)_{\text{mittl.}};$$
$$IV_1 = B\,E\,P; \quad II_p = \frac{B\,E\,P - (B\,E\,P)_{\text{mittl.}}}{(B\,E\,P)_{\text{max.}} - (B\,E\,P)_{\text{mittl.}}};$$
$$II_l = \frac{(B\,E\,P)_{\text{mittl.}} - (B\,E\,P)}{(B\,E\,P)_{\text{mittl.}} - (B\,E\,P)_{\text{min.}}};$$

wo die Indices mittl., min. max., andeuten, dass für den Wert $B\,E\,P$ der zu einer gewissen Anomalie $\Pi\,B\,P$ gehörige mittlere, Minimal- oder Maximalwert, d. h. der zur mittleren, grössten oder kleinsten Entfernung $E\,B$ gehörige Wert zu setzen ist.

Für den Mercur gilt Fig. 32, die Formeln I. Bd.: (1), (2), (3) pag. 137 und (3) pag. 117:

$C = A\,D\,B$ (pag. 137 mit M bezeichnet);
$A = \Pi\,B\,P$; $I = L\,B\,\Pi = D\,B\,E$; $C_1 = A\,E\,B$; $A_1 = L\,B\,P$.
Das übrige unverändert wie oben.

3. Für den Mond: Fig. 24, Formeln: I. Bd., pag. 100:

$C = A\,E\,C$ (pag. 100 mit 2η bezeichnet);
$I = E\,C\,N = M\,C\,L$; $A_1 = L\,C\,P$; $IV = (C\,E\,P)_{\text{apog.}}$;
$III = (C\,E\,P)_{\text{perig.}} - (C\,E\,P)_{\text{apog.}}$;
$$II = \frac{\text{arc sin}\,(O\,C : C\,E) - 4^0\,55'}{2^0\,39'}.$$

Für die Breiten der Planeten werden ebenfalls die Theorien des Almagest unverändert adoptiert, wie aus der folgenden Stelle (Breiten der oberen Planeten) hervorgeht: „Movetur enim epicyclus in latitudinem respectu augis verae super axe suo per centrum ejus et longitudines medias transeunte, taliter tamen, ut cum centrum epicycli fuerit in nodo capitis, aut caudae, aux vera et oppositum epicycli directe sint in superficie deferentis et superficies epicycli in superficie eclipticae. Postquam autem recedit a nodo, diameter augium epicycli declinare incipit a superficie deferentis, ita quod oppositum augis verae epicycli removeri incipit a superficie deferentis versus eam partem, ad quam medietas deferentis, per quam tunc moveri centrum epicycli incipit ab ecliptica, et aux vera epicycli tantundem ad partem oppositam. Et sic continue removentur aux et oppositum augis epicycli a superficie deferentis, donec centrum epicycli perveniet ad punctum deferentis maxime ab ecliptica declinantem, scilicet inter duos nodos medium. Ibi tunc maxime epicycli superficies cum dicta diametro a deferente declinat. Ab hoc autem loco successive declinatio epicycli a deferente minoratur usque quo centrum epicycli pervenit ad nodum alium, in quo iterum tota superficies epicycli erit in superficie eclipticae et diameter augium verarum in superficie deferentis.“

Für Venus und Mercur ist die Neigung eine dreifache: 1. die deviatio; bei der Venus weicht der Deferent stets nach Norden, beim Mercur nach Süden ab; 2. die inclinatio (ἔγκλισις), d. i. die Abweichung der Apsidenlinie; 3. die reflexio (λόξωσις), d. i. die Abweichung des auf der Apsidenlinie des Epicykels senkrecht stehenden Durchmessers derselben. Propter dictas epicyclorum inclinationes atque reflexiones, orbes parvi epicyclos inter se locantes a quibusdam ponuntur, ad quorum motum eadem contingunt. Mit Rücksicht auf das im ersten Bande, pag. 149 ff., Gesagte, dürfte die Berechnung der Breiten aus den Alfonsinischen Tafeln hier keine weitere Erläuterung benötigen.*) Die zahlreichen anderen

*) Die Theorie der Praecession und Trepidation wurde bereits früher (pag. 20) auseinandergesetzt.

Schriften Peurbachs, welche er in seinem kurzen, aber thatenreichen Leben verfasste*) und welche sich über das Gesammtgebiet der Astronomie erstreckten, können nicht Gegenstand der Besprechung in dieser Geschichte eines begrenzten Theiles der Astronomie sein. Ebenso müssen die meisten der ebenfalls sehr zahlreichen Schriften seines berühmten Schülers Johannes Müller, genannt de Monte Regio oder Regiomontan, als nicht in dieses Werk gehörig übergangen werden. Nur einer Schrift des letzteren muss Erwähnung geschehen, weil sie die erste wissenschaftliche Methode zur Bestimmung der Entfernung irgendeines Himmelskörpers (nicht nur des Mondes) von der Erde angab, der Dissertation „De Cometae magnitudine, longitudineque ac de loco ejus vero Problemata XVI".**)

---

*) Georg Peurbach oder Purbachius wurde am 30. Mai 1423 in dem oberösterreichischen Städtchen Peuerbach oder Peurbach geboren; er studierte in Wien Mathematik und Astronomie unter Johann von Gmunden. In Italien verkehrte er mit Nicolaus von Cusa und Bianchini (Blanchinus), hielt in Ferrara, Padua und Bologna öffentliche Vorträge, kehrte 1450 nach Wien zurück, wo er den Lehrstuhl der Mathematik und Astronomie erhielt. Am 6. April 1461 starb er plötzlich, als er eben im Begriffe war, einer Einladung des Cardinals Bessarion nach Italien Folge zu leisten.

Johannes Müller, nach seiner Vaterstadt Königsberg in Franken Regiomontan genannt, war daselbst am 6. Juni 1436 geboren; er studierte in Wien Astronomie unter Peurbach und war seit 1452 dessen Mitarbeiter. Nach dem Tode seines Lehrers gieng er mit Bessarion nach Italien, hielt sich zeitweise in Rom, Padua, Venedig auf, kehrte 1465 nach Wien zurück, von wo er bald darauf durch Mathias Corvinus an dessen Hof nach Ofen berufen worden war, den er jedoch bald verliess, um sich 1471 in dem friedlichen und kunstsinnigen Nürnberg niederzulassen, wo er in dem reichen Patrizier Bernhard Walther (geb. 1430, gest. 1504) einen eifrigen Schüler und treuen Freund fand, der ihm eine Sternwarte baute, die er mit den besten Instrumenten seiner Zeit ausrüstete und die er nur verliess, um dem ihn ehrenden Rufe des Papstes Sixtus IV. zur Verbesserung des Kalenders nach Rom Folge zu leisten; er starb daselbst 1476 als Bischof von Regensburg. Sein Schüler Walther beobachtete nach dem Abgange seines Lehrers und Freundes nach Rom allein bis zu seinem Tode.

**) Von den fünf verschiedenen Methoden, welche in der Schrift angegeben sind und welche auch von den späteren Astronomen verwendet wurden, mögen hier die drei wichtigsten angeführt werden: 1. Es werden zwei Zenitdistanzen und gleichzeitig Azimute in verschiedenen Stundenwinkeln gemessen. 2. Aus dem beobachteten Azimut und der Zenitdistanz für einen bekannten Stundenwinkel findet sich direct die Höhenparallaxe; hier ist die Rechnung sehr einfach, da in dem Dreiecke Zenit—Pol—Stern eine Seite (die Zenitdistanz des Poles) und die beiden anliegenden Winkel (Stundenwinkel und Azimut) bekannt sind und daraus die wahre Zenitdistanz gerechnet werden kann, aus welcher durch Vergleichung mit der gemessenen scheinbaren Zenitdistanz die Höhenparallaxe folgt. 3. Es wird die Länge des Himmelskörpers (direct, mittels der hiezu dienenden Instrumente) bestimmt, wenn derselbe in Länge 90^0 von dem aufgehenden Punkte der Ekliptik absteht (sich im Nonagesimus

Während bis zu den Zeiten Regiomontans über die wahre Entfernung der Kometen nur Vermutungen ausgesprochen werden konnten, war es Regiomontan gelungen, die Entfernung derselben durch die Beobachtungen selbst wirklich zu bestimmen. Er konnte hienach die Behauptung, dass die Entfernung der Kometen nicht kleiner sei, als diejenige des Mondes, erweisen und damit die seit Jahrhunderten ungelöste Streitfrage nach dem Ursprunge der Kometen entscheiden: es war erwiesen, dass die Kometen nicht tellurischen Ursprunges seien, sondern Himmelskörper gleich den Planeten, wie diese in weiter, gegen die Dimensionen des Erdkörpers ausserordentlich grosser Entfernung. Es darf nicht unerwähnt bleiben, dass er dabei auf die Refraction nicht Rücksicht nahm*); obzwar schon Ptolemäus die Kenntnis derselben hatte und Alhazen

befindet); dann ist seine Parallaxe in Länge gleich Null. Bestimmt man dann seine Länge zu einer anderen Zeit, so erhält man in der Distanz sofort die Parallaxe in Länge, aus welcher die Höhenparallaxe bestimmt wird. (Diese Methode ist dem Wesen nach identisch mit derjenigen, dass man die Rectascension eines Gestirnes bestimmt, wenn dasselbe im Meridiane steht, und dann eine Bestimmung ausserhalb des Meridianes macht; die Tangente im Nonagesimus ist eben horizontal, da der Nonagesimus im Höhenkreise des Poles der Ekliptik liegt.) Die am meisten verwendete Methode war die erste, da man bei derselben den Stundenwinkel selbst nicht zu kennen braucht, indem die Differenz der Stundenwinkel sich aus der Differenz der Zwischenzeiten ergibt. Sei $A\,B$ (Fig. 3) der Horizont, Z das Zenit, P der Weltpol, I und II die beiden wahren Örter des Gestirnes in dem Parallelkreise, so sind die scheinbaren Örter infolge der Parallaxe I' und II' in den betreffenden Höhenkreisen $Z\,I$, $Z\,II$ gelegen. Gemessen sind nun die Winkel $A\,Z\,I = a_1$; $A\,Z\,II = a_2$ und die Zenitdistanzen $Z\,I' = z_1$; $Z\,II' = z_2$. Bekannt ist ferner die Differenz der Stundenwinkel $II\,P\,I = t$ gleich der Zwischenzeit zwischen den beiden Beobachtungen und der Bogen $Z\,P = 90^0 - \varphi$ gleich dem Complement der Polhöhe. Regiomontan überträgt nun das Dreieck $P\,I\,I'$ nach $P\,II\,m$; aus dem Dreiecke $Z\,P\,I'$ findet man aus der scheinbaren Zenitdistanz z_1 und dem bekannten Azimut a_1 die scheinbare Poldistanz $p_1 = P\,I' = P\,m$; ferner die Winkel x und y; es ist daher $P'm = p_1$, $P\,m\,II = y$, $Z\,P\,m = x - m\,P\,I' = x - II\,P\,I = x - t$; daher werden in dem Dreiecke $Z\,P\,m$ die Seiten $Z\,P = 90 - \varphi$, $P\,m = p_1$ und der Winkel $Z\,P\,m = x - t$ bekannt, und man findet daraus die Winkel u, v und die Seite $Z\,m = \zeta$. Dann erhält man aus dem Dreiecke $Z\,II\,m$, in welchem die Seite ζ und die beiden anliegenden Winkel $II\,m\,Z = y - u$ und $II\,Z\,m = 180 - v - a_2$ bekannt sind, die Seiten $Z\,II$ und $m\,II$. Es ist aber $m\,II = I\,I'$ die Höhenparallaxe für die erste Beobachtung und $II\,II' = Z\,II' - Z\,II$ die Höhenparallaxe für die zweite Beobachtung.

*) Nach einigen soll Walther der erste gewesen sein, der — nachdem die bereits im Altertume bekannte Erscheinung der Refraction völlig in Vergessenheit geraten war — dieselbe neuerdings bei seinen Beobachtungen auch quantitativ berücksichtigt haben soll. Tycho, welcher sehr viele von Walthers Beobachtungen benützte, um aus der Combination derselben mit seinen eigenen Beobachtungen neue Elemente abzuleiten, bemerkt, dass Walther weder Parallaxe noch Refraction anwendet. (S. Tychos Discussion der Walther'schen Bestimmung der Polhöhe von Nürnberg; Progymasmata, Bd. I, pag. 19.)

(um 1000 nach Chr. Geb.) Untersuchungen über dieselbe angestellt hatte, macht Regiomontan an dieser Stelle doch keine Erwähnung derselben, weshalb seinen Resultaten über die Entfernung der Himmelskörper durchaus nicht die Beweiskraft innewohnt, welche denselben beim ersten Anblicke zugeschrieben werden könnte. Immerhin bleibt Regiomontan das Verdienst, die Methode in der Astronomie eingeführt zu haben und weiters durch diese wissenschaftliche Methode — wenn auch durch principielle Fehler entstellt — die vorgefasste, unwissenschaftliche Meinung von dem tellurischen Ursprunge der Kometen bleibend aus der Wissenschaft entfernt zu haben.

Aber, wie leicht zu sehen, war die Anwendung dieser Methode an die Vervollkommnung der Beobachtungen geknüpft. Auch hierin ist um diese Zeit ein bedeutender Fortschritt zu bemerken; was Aristill und Tymocharis für das Altertum, das waren Peurbach, Regiomontan und Walther für die neue Zeit. Unermüdlich in der Vervollkommnung der Instrumente sowie der Beobachtungsmethoden, haben sie nicht nur in den von ihnen angegebenen Methoden, sondern auch in ihren Beobachtungen selbst ein wertvolles Material hinterlassen, welches noch für die Arbeiten ihrer späten Nachkommen von grossem Nutzen werden sollte.

II.

COPERNICUS.

De revolutionibus orbium coelestium! „Von den Kreisbahnen der Himmelskörper“ oder „Von den Umdrehungen der Himmelskörper“ lautet der Titel des Werkes, welches Copernicus*) am Abende seines Lebens, nach langem Zögern und wesentlich durch den Wunsch seiner Freunde, namentlich des Cardinals Nicolaus Schomberg von Capua und des Bischofs Tiedemann Giese von Culm, veranlasst, endlich der Öffentlichkeit übergab und welches dazu ersehen war, die Astronomie endgiltig in neue Bahnen zu lenken. Sagt der Titel der deutschen Übersetzungen das, was der lateinische Text verrät? Sollte man nicht vielmehr die zweite mögliche Übersetzung: „Von den Umdrehungen der himmlischen Bahnen“ wählen? Denn als eine völlige Umwälzung in der Auffassung über die Bahnen der Himmelskörper muss das Copernicanische System angesehen werden, als die erste grosse Induction, welche mit der völligen Emancipation der Menschheit von einer sie lange beherrschenden Sinnestäuschung endete.

Schon lange vor Copernicus waren Versuche zu verzeichnen, an Stelle des complicierten geocentrischen Systemes das die Darstellung der

*) Nicolaus Copernicus, geboren am 19. Jänner 1473 zu Thorn in Preussen, studierte in Krakau Mathematik, Astronomie und Medicin, erwarb daselbst den medicinischen Doctorgrad und gieng dann im Jahre 1495 nach Bologna, wo er sich unter Dominicus Maria mit praktischer Astronomie beschäftigte. 1498 trat er eine Domherrenstelle in Frauenburg an, die er durch seinen Oheim, den Bischof von Ermeland Lucas Wazelrode, erhielt, kehrte jedoch im nächsten Jahre nach Italien zurück, wo er astronomische Vorlesungen hielt. 1501 finden wir ihn wieder in seiner Heimat, welche er aber bald wieder verliess, um zum drittenmale nach Italien zu gehen. 1505 zurückgekehrt, lebte er bis 1512 bei seinem Oheim in Heilsberg, 1517—1519 in seinem Domcapitel theils in Altenstein, theils in Frauenburg, wo er am 24. Mai 1543 starb. Die im selben Jahre vollendete Drucklegung seines Werkes hatte er nur um wenige Stunden überlebt. Auf seinem Todtenbette soll ihm noch das erste, eben angekommene Exemplar seines Werkes, dessen Herausgabe in Nürnberg von seinen Freunden Osiander und Schoner überwacht worden war, übergeben worden sein.

Beobachtungen wesentlich vereinfachende heliocentrische System zu setzen. Als Vorläufer führt man Philolaus, Nicetas, ja sogar Plato an. Nachweislich findet sich das heliocentrische System im Altertum bei Aristarch (s. I. Bd., pag. 44); ein theilweise heliocentrisches System (Bewegung von Mercur und Venus um die Sonne) bei Martianus Capella, wenn nicht schon früher bei den Ägyptern (s. pag. 4). Copernicus selbst sagt, dass er, nachdem er sein System aufgestellt hatte, lange zögerte, es zu publicieren, und dass er erst in den älteren Schriften suchte, ob nicht schon andere der Ansicht gewesen wären, dass andere Bewegungen der Himmelskörper existieren könnten, als diejenigen, welche allgemein als die richtigen angesehen werden (Widmung an Papst Paul III.). Copernicus führt Nicetas*) an; Philolaus ist ihm ein mathematicus non vulgaris;**) auch das System des Martianus Capella führt er an. Dass er auch Aristarch gekannt hat, geht aus den Manuscripten hervor. Am Schlusse des 11. Capitels findet sich im Manuscripte eine Stelle durchstrichen, welche die Säcularausgabe der „Revolutionen" in Thorn in einer Anmerkung gibt: „Et si fateamur solis lunaeque cursum in immobilitate quoque terrae demonstrari posse, in caeteris vero errantibus minus congruit. Credibilis est hisce similibusque causis Philolaum mobilitatem terrae sensisse, quod etiam nonnulli Aristarchum Samium ferunt in eadem fuisse sententia, non illa ratione moti, quam allagat reprobatque Aristoteles." ***)

Wie dem auch sei, mag er sein System selbständig gefunden haben und zur Publication desselben durch die Lehrmeinungen anderer ermutigt worden sein, oder mag er durch die letzteren erst zur Conception seines Systemes angeregt worden sein: dasselbe aufgestellt, in wissenschaftliche Form gebracht und in mathematisches Gewand gekleidet zu haben, ist einzig und allein das Verdienst des Copernicus.

Unmittelbar vor ihm wird auch der Cardinal Nicolaus von Cusa†) (um 1440) als sein Vorläufer wiederholt genannt. Allein in seinen Werken

---

*) Die Stelle in Cicero, Academicae quaestiones, Lib. IV, Cap. 29, lautet: Nicetas Syracusius, ut ait Theophrastus, coelum, solem, lunam, stellas, supra denique omnia stare censet: neque praeter terram, rem ullam in mundo moveri, quae cum circum axem se summa celeritate convertat et torqueat, eadem effici omnia, quasi stante terra, coelum moveretur. Atque hoc etiam Platonem in Timaeo dicere quidam arbitrantur, sed paullo obscurius.

**) Säcularausgabe pag. 17. Bullialdus nennt die Copernicanische Weltanschauung Astronomia philolaica.

***) l. c. pag. 34.

†) Ist es ein Zufall, dass hier eine Reihe von Kirchenfürsten viribus unitis das Ptolemäische System zu Falle brachten? Der Cardinal v. Cusa erklärte die Lehre von der Ruhe der Erde als falsch; der Domherr Copernicus stellte das helio-

findet sich nirgends eine Stelle, welche direct auf ein heliocentrisches System hindeuten würde. In seinem Werke „De docta ignorantia", Lib. II, Cap. 11 und 12, spricht er wol davon, dass die Erde nicht der Mittelpunkt der Welt sei, aber nur aus dem Grunde, weil die Welt überhaupt keinen Mittelpunkt habe; ebensowenig ist daher die Sonne der Mittelpunkt der Welt. Non habet igitur mundus circumferentiam; nam si centrum haberet et circumferentiam, et sic intra se haberet suum initium et finem et esset ad aliquid aliud ipse mundus terminatus, et extra mundum esset aliud et locus, quae omnia veritate carent .... Terra igitur, quae centrum esse nequit, motu omni carere non potest; nam eam moveri taliter etiam necesse est .... Sicut igitur terra non est centrum mundi, ita nec sphaera fixarum stellarum, aut alia, ejus circumferentia. .... Non est igitur centrum terra, neque octavae neque alterius sphaerae; neque apparentia sex signorum super horizontem terram concludit in centro esse octavae sphaerae .... Qui igitur est centrum mundi, scilicet Deus benedictus, ille est centrum terrae et omnium sphaerarum .... Et quoniam nos motum non nisi comparatione ad fixum, scilicet polos aut centra, deprehendere possumus et illa in mensuris motuum praesupponimus: hinc in conjecturis ambulantes in omnibus nos errare coeperimus .... et quoniam ex motu cometae aeris, et ignis, elementa experti sumus moveri, et lunam minus de oriente in occasum quam Mercurium aut Venerem vel Solem, et ita gradatim: hinc terra ipsa adhuc minus omnibus movetur, sed tamen non est ut stella, circa centrum aut polum minimum describens circulum, neque octava sphaera aut alia describit maximum, ut statim probatum est .... Unde licet, terra quasi stella sit, propinquior polo centrali, tamen movetur, et non describit minimum circulum in motu, ut est ostensum. Imo, neque Sol, neque Luna, neque Terra, neque aliqua sphaera describere potest verum circulum in motu: cum non moveantur super fixo .... Necesse est igitur, si de motu universi aliud aliquid quoad jam dicta velis intelligere, ut centrum cum polis complices, te quantum potes cum imaginatione inuando.

Kurz zusammengefasst ist der Inhalt dieses Capitels: Dass die Welt keinen Mittelpunkt und keinen Umfang hat, dass daher weder Erde noch Sonne im Mittelpunkt sein können; dass es aber auch nichts völlig

centrische System auf; der Bischof von Ermeland tritt als persönlicher Schützer des Autors, die beiden Cardinäle Schomberg und Giese als Schützer und Förderer des Systemes auf, und Papst Paul III. nimmt die Lehre unter seinen persönlichen Schutz! Damals war die Geistlichkeit der wirkliche Träger der Cultur! Die den edelsten Geist des Fortschrittes bekundenden Bestrebungen geben ein glänzendes Zeugnis von der hehren Auffassung der culturellen, geistigen Mission der Kirche in jener Zeit, in welcher noch nicht der bald darauf durch politische Ursachen ausgebrochene Kampf gegen den eben erst begonnenen Fortschritt zur Geltung kam.

Ruhendes gibt, und dass daher die Erde, obzwar sie sich weniger bewegt, wie die Himmelskörper, doch nicht unbeweglich ist. Diese Bewegung der Erde ist aber weder die tägliche noch die jährliche; wenngleich der Begriff der relativen Bewegung im 12. Capitel recht gut aufgefasst erscheint, so scheint derselbe doch nur aus dem Grunde eingeführt zu sein, um die Möglichkeit einer thatsächlich bestehenden, aber durch die Sinne nicht zur Wahrnehmung zu gelangenden Bewegung darzulegen. Jam nobis manifestum est, terram istam in veritate moveri, licet nobis hoc non appareat, cum non apprehendimus motum nisi per quandam comparationem ad fixum. Si enim quis ignoraret aquam fluere, et ripas non videret existens in navi in medio aquae quomodo apprehenderet navem moveri ....

Terra etiam ista non est sphaerica, ut quidam dixerunt, licet, tendat ad sphaericitatem .... Terrae igitur figura est mobilis, et sphaerica, et ejus motus circularis, sed perfectior esse posset. .... Est igitur terra stella nobilis, quae lumen et calorem et influentiam habet aliam et diversam ab omnibus aliis stellis ....

Hier ist nun allerdings von einem motus circularis die Rede; wer wollte aber in diesem Zusammenhange von einer Bewegung um die Sonne sprechen? Nur das eine dürfte hervorzuheben sein, dass im Gegensatze zu den früheren Auffassungen die absolute Ruhe der Erde im Centrum der Welt aufgehoben erscheint. So hoch der hierin gelegene Fortschritt auch anzuschlagen ist und so sehr derselbe auch dazu gedient haben mag, den Boden für die Copernicanische Weltanschauung vorzubereiten und empfänglich zu machen, so ist doch auch selbst nicht eine entfernte Ähnlichkeit zwischen der noch in mittelalterlich scholastische Gewandung gekleideten Lehrmeinung von Cusa und der in der reinsten naturwissenschaftlichen Form gelehrten Weltanschauung des Copernicus.

Copernicus zeigte die Identität der sich in den beiden Annahmen des geocentrischen und heliocentrischen Systemes darbietenden Erscheinungen; durch die Annahme des heliocentrischen Systemes wird die Erklärung derselben einfacher, indem dadurch in der Bewegung der Himmelskörper eine Ungleichheit als optische (durch den veränderlichen Stand des Beobachters bedingte) auftrat und demnach ein Epicykel bei jedem Planeten wegfiel. Allerdings blieben noch andere Ungleichheiten übrig, zu deren Erklärung Copernicus noch die excentrische Lage der Bahnen, bez. die Bewegung in kleinen Epicykeln heranziehen musste. Der Einwand, dass von verschiedenen Punkten der Erdbahn aus die Richtungen nach den Fixsternen sich ändern müssten, ist Copernicus nicht entgangen; er selbst führt ihn auch an und bemerkt hiezu, dass

sich eine solche Änderung nur infolge der ausserordentlichen Entfernung der Fixsterne nicht zeigt.

Die Einführung des heliocentrischen Systemes war aber nicht das einzige Verdienst des Copernicus. Mehrere kleinere, aber auch sehr wichtige Entdeckungen verdanken wir ihm. Er erkannte die Bewegung der Apsiden unabhängig von der Praecessionsbewegung; er verbesserte die Methode zur Bestimmung des Sonnenapogäums ganz wesentlich; er gab für die zweite Ungleichheit in der Bewegung des Mondes (die Evection) eine von der früheren verschiedene Erklärung, durch welche die Entfernung des Mondes von der Erde viel richtiger dargestellt wurde. Allerdings finden sich andererseits in seinen Theorien auch gewisse Unrichtigkeiten, welche von Beobachtungsfehlern herrühren, die er nicht erkannt hat; dahin sind seine „Libration" der Äquinoctien, welche er an Stelle der Trepidation setzt, und die noch aus der Theorie der Alten beibehaltene Veränderlichkeit der Neigungen der Planetenbahnen zu zählen.

Die Praecession ist, wie schon aus dem Letztgesagten folgt, auch von Copernicus als veränderlich gefunden worden; aus diesem Grunde bezieht er die Längen der Fixsterne ebenso wie die Länge des Jahres nicht auf die Äquinoctien, sondern auf einen Fixstern; durch Addition der Entfernung dieses Fixsternes von dem jeweiligen Frühlingspunkte, erhält er dann auch die von diesem letzteren gezählte wahre Länge des Gestirnes. Als Anfangspunkt der Zählung wählt Copernicus den ersten Stern im Sternbild des Widders (γ Arietis).

Die Erde hat eine dreifache Bewegung, und zwar 1. um ihre Axe, durch welche die Erscheinungen der täglichen Bewegung an der Himmelskugel erklärt werden; 2. um die Sonne; bei dieser letzteren würde aber nach Copernicus die Lage der Erdaxe im Raume nicht unveränderlich bleiben; errichtet man im Sonnenmittelpunkte auf die Ebene der Erdbahn eine Senkrechte (sie sei $\odot S$), so wird dieselbe von der verlängerten Erdaxe in einem Punkte P getroffen; bei der jährlichen Bewegung der Erde würde sich aber nicht der Mittelpunkt allein um die Sonne drehen, sondern es dreht sich die ganze Ebene, welche durch die Senkrechte $\odot S$ und die Erdaxe gelegt wird, um die Sonne, so dass die Erdaxe einen Kegel beschreiben würde und die Punkte am Himmel, in welchen die verlängerte Erdaxe die Himmelskugel trifft (die Weltpole) kleine Kreise um die Schnittpunkte der Senkrechten SA mit der Himmelskugel (den Polen der Ekliptik) beschreiben würden. Damit nun, wie dieses in der That der Fall ist, die Erdaxe immer denselben Punkt am Himmel trifft, d. h. der Pol des Äquators auch am Himmel fest wäre, muss die Erdaxe eine dritte kegelförmige Bewegung haben, die der jährlichen entgegengesetzt ist. Wäre die Periode dieser Bewegung auch ein Jahr, so

würden die Weltpole völlig fest sein; die Beobachtungen zeigen aber eine langsame retrograde Bewegung, und um dieses zu erklären, wird die Umlaufszeit der Erdaxe in ihrem Kegel etwas kleiner angenommen, überdies aber nicht ganz gleichmässig, weil die fortgesetzten Bestimmungen der Praecession immer andere Werte für diese, sowie für die Schiefe der Ekliptik ergaben.

Aus der Discussion der sämmtlichen von seinen Vorgängern gefundenen Werte für die Praecession und für die Schiefe der Ekliptik findet Copernicus, dass die Schwankung in der Praecession an eine Periode von 1717 Jahren, die Schwankung in Schiefe an eine Periode von 3434 Jahren geknüpft ist. Daraus schliesst er, dass die Bewegung der Weltpole nicht einfach kreisförmig sein könne, sondern die Form einer Schleifenlinie habe, die sich aus zwei sich berührenden Kreisen zusammensetzt. Ist S (Fig. 4) der Pol der Ekliptik, so beschreibt der Pol des Äquators den Weg $fkilgminf$ am Himmel; überdies dreht sich die Linie Sf um den Punkt S am Himmel derart, dass die Periode der Umdrehung 25816 Jahre ist. Sf ist der grösste, Sg der kleinste mögliche Wert der Schiefe der Ekliptik; der Winkel, welchen die sphärischen Tangenten von S an die beiden Kreise*) mit der Linie Sf einschliessen, sind die grössten Abweichungen des wahren Frühlingspunktes vom mittleren, d. h. die Maximalwerte der Libration. Während aber die Schiefe alle möglichen Werte erreicht**) (der Weltpol von f nach f zurückkommt), wird die Libration zweimal ihren grössten und kleinsten Wert erreichen, indem dieselbe das erstemal alle möglichen Werte durchläuft,**) während der Pol den Weg $fkilg$ zurücklegt, und das zweitemal, während er den Weg $gminf$ durchläuft. Dadurch ist nun allerdings die einfache Kreisbewegung aufgegeben; um aber diese Darstellung nicht in Widerspruch mit der noch überall angewandten von den einfachen Kreisbewegungen, als den natürlichsten, zu bringen, sieht sich Copernicus genötigt, nachzuweisen, dass auch andere Bewegungen durch Combination von kreisförmigen entstanden gedacht werden können, bez. dass jede wie immer aus Kreisbewegungen zusammengesetzte als der Natur eigentümlich aufzufassen sei. Er zeigt dies an dem Beispiele der Entstehung einer geradlinigen Bewegung aus zwei kreisförmigen, indem nämlich der Mittelpunkt eines Kreises sich auf einem anderen gleichförmig fortbewegt, während sich in der Peripherie des ersten ein Punkt mit doppelter Geschwindigkeit bewegt. (Es ist dies die Wälzung

*) Die Tangenten an die Kreise kn und ml sind eigentlich nicht identisch, können aber umso näher zusammenfallend gedacht werden, je kleiner ϱ und je näher Sf an 90^0 ist.

**) Natürlich, wie bei jeder periodischen Bewegung, doppelt.

eines Kreises auf einem zweiten mit doppeltem Radius.) In dem Manuscripte, nach welchem die Säcularausgabe der „Revolutionen“ gedruckt wurde, ist hier noch hinzugefügt: „Estque hic obiter animadvertendum, quod, si circuli hg et cf fuerint inaequales manentibus caeteris condicionibus, non rectam lineam, sed conicam sive cylindricam sectionem describent, quam ellypsim vocant mathematici; sed de his alias.“ (l. c. pag. 166.) Diese Stelle ist jedoch daselbst durchgestrichen. Die Säcularausgabe sagt hiezu, dass aus diesen Worten hervorgeht, dass Copernicus die elliptische Gestalt der Planetenbahnen ahnte. Dieser Schluss ist jedoch wol unrichtig; denn erstens beziehen sich die Worte nicht auf die Bahnen der Himmelskörper; zweitens aber entsteht hieraus im allgemeinen eine Trochoide von ellipsenähnlicher Gestalt wie sie z. B. schon Reinhold für die Mondbahn anführt, während die Ellipse nur durch eine epicyklische Bewegung, bei welcher die Geschwindigkeit im Epicykel die doppelte derjenigen im Deferenten ist, auftritt, nicht aber bei einer Wälzung. Wahrscheinlich hat dieses Copernicus später eingesehen und deshalb diese Stelle als falsch durchstrichen. Auch Kepler konnte durch diese Worte nicht auf die elliptische Gestalt geleitet worden sein, da der Satz damals nicht gedruckt worden war, sondern erst anlässlich der Säcularausgabe bei der Revision der Manuscripte gefunden wurde.

Aus den oben angegebenen Perioden folgen für die Geschwindigkeiten der Bewegungen:

für die Praecession (Bewegung von Sf) . . . . jährlich $\pi = 50''2015$

für die Libration (Bewegung von ρ) . . . . . jährlich $\lambda = 377''4030$

Weiter findet Copernicus aus den Beobachtungen den grössten und kleinsten Wert der Schiefe gleich $23^0\,52'$, bez. $23^0\,28'$, so dass $fg = 4\,\rho = 24'$, daher $\rho = 6'$ ist. Daraus liesse sich dann der Wert der momentanen Schiefe ε und der Libration x erhalten; hiezu können die Formeln pag. 21 dienen. Da aber hier ρ sehr klein ist, so würde man hinreichend genau erhalten:

$$x = -\frac{\rho}{\sin \varepsilon_0} \sin \omega = \rho_1 \sin \omega\,; \quad \frac{\rho}{\sin \varepsilon_0} = 14'\,56''8\,;$$

$$\cos \varepsilon - \cos \varepsilon_0 = \rho \sin \varepsilon_0 \cos \omega\,; \quad \varepsilon = \varepsilon_0 + \rho \cos \omega.$$

Für die verschiedenen Theile der Schleife würde nun folgen, wenn $Si = \varepsilon_0$, $Sf = \varepsilon_2$, $Sg = \varepsilon_1$ gesetzt wird:

1. Auf dem Wege fki:
   $\varepsilon = \varepsilon_0 + \rho\,(1 + \cos \omega)$; ω zwischen 0^0 und 180^0;
2. Auf dem Wege $ilgmi$:
   $\varepsilon = \varepsilon_0 - \rho\,(1 - \cos \omega)$; ω „ 0^0 „ 360^0;
3. Auf dem Wege inf:
   $\varepsilon = \varepsilon_0 + \rho\,(1 + \cos \omega)$; ω „ 180^0 „ 360^0;

$\Big\}\; x = \rho_1 \sin \omega.$

Setzt man nun

$$\frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} = y$$

so würde

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + y\,(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = 23^0\,28' + 24'\,.\,y$$

sein; da aber $\varepsilon_1 = \varepsilon_0 - 2\,\rho$; $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 4\,\rho$ ist, so folgt:

1. $\varepsilon - \varepsilon_1 = 4\,\rho - \rho\,(1 - \cos\omega)$; $y = 1 - \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}\omega^2$;
2. $\varepsilon - \varepsilon_1 = \rho\,(1 + \cos\omega)$; $y = \frac{1}{2}\cos\frac{1}{2}\omega^2$;
3. $\varepsilon - \varepsilon_1 = 4\,\rho - \rho\,(1 - \cos\omega)$; $y = 1 - \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}\omega^2$;

$\Big\}\ x = \rho_1 \sin\omega$

und wenn in den drei Werten für y bez. gesetzt wird:

1. $\frac{1}{2}\omega = \eta : y = 1 - \frac{1}{2}\sin\eta^2$; η zwischen 0^0 und 90^0;
2. $90^0 + \frac{1}{2}\omega = \eta : y = \frac{1}{2}\sin\eta^2$; η „ 90^0 „ 270^0;
3. $180^0 + \frac{1}{2}\omega = \eta : y = 1 - \frac{1}{2}\sin\eta^2$; η „ 270^0 „ 360^0;

$\Big\}\ x = \rho_1 \sin 2\,\eta$ (1)

und es ist $\eta = \eta_0 + \lambda\,t$.

Leitet man aus der Copernicanischen Tafel für x und y ihre analytischen Ausdrücke ab, so erhält man, wenn t in Sonnenjahren seit Christi Geburt ausgedrückt wird:

$$x = 70'\sin(2\,\lambda\,t + 13^0\,30'); \quad y = \cos\tfrac{1}{2}(\lambda\,t + 6^0\,45')^2$$
$$\varepsilon = 23^0\,40' + 12'\cos(\lambda\,t + 6^0\,45'). \qquad (2)$$

Hierin liegen nun zwei Fehler gegen die ursprünglich angenommene Theorie der Libration: erstens ist die Amplitude des x fast das fünffache des theoretischen Wertes $\rho_1 = 14\!'9$, und zweitens ist die Formel (2) nicht mit der aus der Bewegung in den beiden Kreisen folgenden (1) identisch. Rechnet man den Wert y für beide Annahmen (1) und (2) und vergleicht die Resultate mit den Werten, welche Copernicus in seiner Tabula Prosth. aequinoct. et obliqu. signiferi gibt, so erhält man die folgende Zusammenstellung:

	Formel (1)	Formel (2)	Copernicus		Formel (1)	Formel (2)	Copernicus
0^0	60·00	60·00	60	90^0	30·00	30·00	30
15	57·99	58·98	59	105	27·99	22·24	22
30	52·50	55·98	56	120	22·50	15·00	15
45	45·00	51·22	51	135	15·00	8·78	9
60	37·50	45·00	45	150	7·50	4·02	4
75	32·01	37·76	38	165	2·01	1·02	1
90	30·00	30·00	30	180	0·00	0·00	0

Man hat demnach als die Copernicanische Annahme für die Bewegung der Weltpole die durch die Formeln (2) definierte anzusehen, d. h.:

Länge von γ Arietis $= 50\!''2015\,t + 70'\sin(754\!''806\,t + 13^0\,30')$,

Schiefe der Ekliptik $\varepsilon = 23^0\,40' + 12'\cos(377\!''403\,t + 6^0\,45')$,

während die geometrische Darstellung durch die beiden Kreise für die Schiefe der Ekliptik nur als eine Näherung anzusehen ist.

Bei der Bewegung der Erde um die Sonne findet Copernicus zwei Ungleichheiten. Die erste Ungleichheit ist die bereits von Ptolemäus gekannte Ungleichheit in der Geschwindigkeit der Bewegung; zur Erklärung derselben nimmt Copernicus an, dass sich die Erde in einem excentrischen Kreise bewegt; die Richtung der Apsiden und die Grösse der Excentricität kann auf dieselbe Weise bestimmt werden, wie dies Ptolemäus für die Sonnenbahn vornimmt, da ja die beiden Annahmen sich für die Rechnung völlig decken, nur sind alle geocentrischen Richtungen der Sonne von den entsprechenden heliocentrischen Richtungen der Erde um 180^0 verschieden, was also ebenfalls für das Aphel der Erdbahn mit Bezug auf das Apogäum der scheinbaren Sonnenbahn gilt. Allein da Copernicus ganz richtig bemerkte, dass die Bestimmung der Momente der Solstitien nur äusserst ungenau ist, so wählte er zur Bestimmung der Elemente der Sonnenbahn Beobachtungen, welche genügend weit von den Äquinoctien entfernt sind, dabei aber noch hinreichend sicher bestimmt werden können; als solche bezeichnet er die Momente des Eintrittes der Sonne in jene Punkte, welche 45^0 von den Äquinoctien abstehen.*) Sei nun S (Fig. 5) der Ort der Sonne, O der Mittelpunkt des excentrischen Kreises, $S\Upsilon$ die Richtung nach dem Frühlingspunkte, also E_1 die Stellung der Erde zur Zeit des Frühlingsäquinoctiums, E_2 die Stellung der Erde für eine andere Zeit, so ist der Winkel $E_1 S E_2 = \alpha$ durch die Beobachtung bekannt (gleich der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Zwischenzeit, nach der Wahl von Copernicus gleich 45^0 oder 315^0), während der Winkel $E_2 O E_1$ gleich der mittleren Bewegung der Erde in der Zwischenzeit, also gleich $\odot t_1 = 2a$ ist, wenn $\odot$ die mittlere tägliche siderische Bewegung der Sonne und t_1 die in Tagen ausgedrückte Zwischenzeit ist. Wenn ferner die Zwischenzeit t_2 zwischen den beiden Äquinoctien bekannt ist, so ist der Winkel $E_1 O E_3 = \odot t_2 = 2b$ bekannt, während die zugehörige wahre Bewegung $E_1 S E_3 = 180^0$ ist. Hieraus kann man die Strecke $OS = e$ und den Ort des Aphels A der Erde bestimmen; es ist nämlich $E_2 E_3 E_1 = a$ (oder $180^0 - a$, wenn die Beobachtung E_2 nach dem Herbstäquinoctium fällt), $E_2 E_1 E_3 = b - a$ (oder $a - b$), $E_3 E_2 E_1 = 180^0 - b$ (oder b), und da

$$z = O E_1 E_3 = O E_3 E_1 = 90^0 - \tfrac{1}{2} E_1 O E_3 = b - 90^0$$

ist, so wird

---

*) Den Eintritt der Sonne in diese Punkte kann man allerdings nicht sehen, aber mit der bekannten Schiefe der Ekliptik kann man die Declination der Sonne für diese Punkte bestimmen und die Momente beobachten, für welche die Sonne diese Declination erlangt.

$S E_1 = p$, $E_1 E_2 = n$ gesetzt:

$$n = 2 r \sin a;$$

$$p : n = \sin (180^0 - \alpha - b + a) : \sin \alpha$$

$$\text{oder} = \sin (180^0 - a + b - 360^0 + \alpha) : \sin (360^0 - \alpha);$$

$$p = 2 r \frac{\sin a}{\sin \alpha} \sin (\alpha + b - a);$$

$$e \sin x = r \sin z, \quad e \cos x = p - r \cos z,$$

daher

$$e \sin x = - r \cos b$$

$$e \cos x = p - r \sin b.$$

Copernicus findet für die Länge des siderischen Jahres $365^d\ 6^h\ 9^m\ 40^s$ und daraus die mittlere Bewegung in einem egyptischen Jahre (365 Tage) $359^0\ 44'\ 49''\ 7'''\ 4^{IV}$; *) weiter findet er für die Zwischenzeit zwischen der Frühlings- und Herbstnachtgleiche $186^d\ 5\frac{1}{2}'$ (sechzigstel Tage), für die Zeit zwischen der Herbstnachtgleiche und dem Eintritte der Sonne in die Mitte des Scorpions $45^d\ 16'$ und bis zur Frühlingsnachtgleiche $178^d\ 53\frac{1}{2}'$. Damit wird

$$\alpha = 315^0; \quad 2\,a = 314^0\ 37'; \quad 2\,b = 176^0\ 19'.$$

Copernicus erhält damit $e = 0{\cdot}0323$; Ort des Apogäums $96^0\ 40'$ und mittlere Länge der Sonne zur Zeit der Epoche Christi Geburt $272^0\ 31'$.**)

Aus der Zusammenstellung der von den verschiedenen Beobachtern seit Ptolemäus gefundenen Werte für die Excentricität und die Lage des Apogäums fand Copernicus eine fortwährende Verkleinerung der Excentricität und eine fortschreitende Drehung des Apogäums (gegen die Fixsterne, also nach Berücksichtigung der Praecession und Libration); die Geschwindigkeit der Änderungen war aber nicht stets dieselbe, und da Copernicus aus den Beobachtungen zu erkennen glaubte, dass zu den Zeiten des Ptolemäus das rascheste, zu seinen Zeiten das langsamste Vorschreiten des Apogäums gleichzeitig mit der geringsten Änderung der Excentricität, hingegen zu den Zeiten des Albategnius und Alfragan eine mittlere Änderung des Ortes des Apogäums mit der raschesten Änderung der Excentricität stattfand, so nahm er, ähnlich wie bei der Praecession und Libration, an, dass die mittlere Apsidenlinie in einer fortschreitenden Bewegung begriffen ist, die wahre Apsidenlinie aber um die mittlere Sf (Fig. 4***) schwankt, u. zw. so, dass der Mittelpunkt der Erdbahn (des excentrischen Kreises) sich in einem kleinen Kreise

*) Daher in einem Tage $59'\ 8''$1894.

**) Von γ Arietis.

***) Dabei ist der Kreis $m\,l$ wegzulassen.

fkn bewegt, welchen Copernicus den Hemicykel nennt. Zu den Zeiten des Ptolemäus fiel der Mittelpunkt der Erdbahn mit f zusammen, zu Copernicus Zeiten fiel er nach k; die Geschwindigkeit der Bewegung nimmt er ohne weitere Rechnung gleich der Geschwindigkeit der Librationsbewegung, also täglich 754″806, weil ihm die aus den Beobachtungen sich ergebenden Schwankungen in der That sehr nahe die Periode der Libration zeigten. Da nun hieraus $fOk = 165^0\ 38'$ folgte und $Sf = 0{\cdot}0414$, $Sk = 0{\cdot}0323$ ist, so würde, wenn $fO = \rho$, $OS = e_0$, $Sf = e_1$, $Si = e_2$, $Sk = e_3$, $fOk = \omega$, $Ofk = a$, $OSk = x$ gesetzt wird:

$$a = 90^0 - \tfrac{1}{2}\omega\,; \quad \sin(a + x) = \frac{e_1}{e_3}\sin a\,; \quad \cos(\tfrac{1}{2}\omega - x) = \frac{e_1}{e_3}\cos\tfrac{1}{2}\omega\,;$$

$$\rho = e_3\frac{\sin x}{\sin\omega}\,; \quad e_0 = e_1 - \rho.$$

Setzt man $\cos x = 1$, so erhält man einfacher

$$\sin x = \frac{e_1 - e_3}{e_3}\cot\tfrac{1}{2}\omega\,; \quad \rho = \frac{e_1 - e_3}{2\sin\frac{1}{2}\omega^2}.$$

Mit den angeführten Werten von e_1, e_3, ω folgt nach der letzten Formel $\rho = 0{\cdot}004622$, nach der vorhergehenden strengern: $x = 2^0\ 2'\ 23''$; $\rho = 0{\cdot}004633$; $e_0 = 0{\cdot}03677$; der Maximalwert von x gleich $7^0\ 14'\ 22''$. Copernicus fand $\rho = 0{\cdot}00475$; $e_0 = 0{\cdot}03685$; $e_2 = 0{\cdot}0321$; Maximalwert von x gleich $7^0\ 28'$. (l. c. pag. 221.)

Werden die beobachteten und wegen Praecession und Libration verbesserten Werte des Apogäums noch wegen x corrigiert und miteinander verglichen, so ergibt sich die fortschreitende Bewegung des Apogäums; Copernicus fand die jährliche Bewegung gleich 24″337 siderisch. (l. c. pag. 222.)

Nennt man den Winkelabstand der Erde von dem Aphel die Anomalie derselben, so wird, da sich das Aphel in derselben Richtung bewegt, wie die Erde, die tägliche Bewegung der Anomalie etwas kleiner sein, als die tägliche siderische Bewegung, und zwar jährlich um den obigen Betrag von 24″337, daher täglich um 0″067. Zur Zeit der Epoche Christi Geburt war $M_0 = 211^0\ 19'$; hienach hat man dann für die Berechnung eines Sonnenortes:*)

Mittlere Länge der Erde . . . . . $L = 272^0\ 31' + 3548''189\ t$,
Mittlere Anomalie der Erde . . . . . $M = 211^0\ 19' + 3548''123\ t$,
Mittlere Anomalie der Libration und des
Bahnmittelpunktes . . . . . $A = 13^0\ 30' + 754''806\ t$.

$$e\sin x = 0{\cdot}00465\sin A\,;$$
$$e\cos x = 0{\cdot}03675 + 0{\cdot}00465\cos A\,;$$
$$M' = M + x\,;$$

*) Die Zahlenwerte nach Copernicus.

$$\operatorname{tg} y = \frac{e \sin M'}{1 + e \cos M'}.$$

Wahre Länge der Erde $= L - y$, gezählt von γ Arietis. Durch Hinzufügung der Praecession und Libration erhält man die Länge vom Äquinoctium.

In der Theorie des Mondes erklärt Copernicus die erste Ungleichheit (die aequatio centri = Mittelpunktsgleichung) genau so wie Ptolemäus durch einen Epicykel und bestimmt auch die Grösse derselben aus Finsternissen auf dieselbe Art. Für die zweite Ungleichheit, die Evection, wählt er jedoch nicht die excentrische Lage des Deferenten, sondern einen zweiten Epicykel auf dem ersten, welchen er den Epicepicykel nennt, wodurch er den sehr wichtigen Vortheil erreicht, dass die Schwankungen der Entfernungen des Mondes von der Erde viel kleiner sind. Hienach bewegt sich der Epicykel A auf dem Deferenten D (Fig. 6), dessen Mittelpunkt E mit der Erde zusammenfällt, mit der mittleren täglichen siderischen Bewegung $\mu = 13^0\ 10'\ 34''952$. Der Mittelpunkt C_1 des Epicepicykels A_1 bewegt sich mit der mittleren täglichen anomalistischen Bewegung $\alpha = 13^0\ 3'\ 53''942$ im entgegengesetzten Sinne (die Anomalie vom instantanen Apogäum gezählt). Endlich bewegt sich der Mond in der Peripherie des zweiten Epicykels so, dass er in den Syzigien dem Mittelpunkte C am nächsten, in den Quadraturen von C am entferntesten ist. Der Mond vollführt daher im Epicepicykel A_1 zwei Umläufe während einer Lunation, seine tägliche Bewegung in demselben ist also gleich der doppelt genommenen täglichen Abstandsänderung des Mondes von der Sonne, also, wenn man dieselbe gleich $\delta = 12^0\ 11'\ 26''763$ setzt, gleich $2\,\delta$. Da in den Finsternissen der Mond stets in den dem Mittelpunkte C nächstgelegenen Punkten p des Epicepicykels ist, so werden alle diese Orte in einem Kreise gelegen sein, den man mit dem Halbmesser Cp um C beschreibt. Aus den Beobachtungen der Finsternisse erhält man daher nicht den Halbmesser CC_1 des Epicykels, sondern den Wert Cp. Zur Bestimmung desselben verwendet Copernicus die Ptolemäische Methode aus drei Finsternissen. Er berechnete zunächst die drei Ptolemäischen Finsternisse (im 17., 19. und 20. Jahre Hadrian, I. Bd., pag. 92), sodann drei von ihm selbst beobachtete totale Mondesfinsternisse aus den Jahren 1511 (October 6), 1522 (September 5) und 1523 (August 25), aus denen er $Cp = 0{\cdot}08604$ für $CE = 1$ und als Werte der Constanten für die Epoche Christi Geburt, bezogen auf den Meridian von Krakau für die Entfernung des mittleren Mondortes vom mittleren Sonnenorte $D_0 = 209^0\ 58'$, für die mittlere Anomalie $A_0 = 207^0\ 7'$ findet. Die grösste aus diesem Werte von Cp folgende Ungleichheit ist arc sin $0{\cdot}08604 = 4^0\ 56'\ 9''$, wofür Copernicus $4^0\ 56'$ nimmt.

In den Quadraturen befindet sich der Mond in den entferntesten Punkten q, demnach für verschiedene Lagen des Mittelpunktes C_1 in dem mit dem Halbmesser Cq um C beschriebenen Kreise. Die Bestimmung der hieraus folgenden zweiten Ungleichheit nimmt er nicht neuerdings vor; er behält den von den Alten gefundenen Wert der grössten Gleichung in den Quadraturen gleich $7^0\,40'$ bei, wie derselbe aus den Beobachtungen der Distanzen des Mondes von der Sonne folgt, wenn dieselbe nahe 90^0 ist und die wahre Bewegung des Mondes sehr nahe gleich seiner mittleren Bewegung ist (s. I. Bd., pag. 97). Zur Vermeidung einer parallaktischen Verschiebung bemerkt jedoch Copernicus, dass diese Beobachtungen gemacht werden sollen, wenn die Länge des Mondes um 90^0 verschieden ist von dem aufgehenden Punkte der Ekliptik, d. h. der Mond sich im Nonagesimus befindet (im höchsten Punkte der Ekliptik, was für die vorliegenden Beobachtungen stattfindet, wenn die Beobachtungen zur Zeit des Sonnenauf- oder Unterganges gemacht werden). Da dann die grösste Gleichung $CE\beta = 7^0\,40'$ ist, so folgt $C\beta = Cq = \sin 7^0\,40' = 0{\cdot}13341$ somit

$$r_1 = C_1 p = C_1 q = \tfrac{1}{2}(Cq - Cp); \quad r = CC_1 = \tfrac{1}{2}(Cp + Cq),$$

demnach $r = 0{\cdot}1097$, $r_1 = 0{\cdot}0237$.

Nach Copernicus hat man für die Epoche Christi Geburt die mittlere Länge des Mondes $M_0 = 122^0\,29'$, die mittlere Anomalie $A_0 = 207^0\,7'$, die Entfernung des mittleren Mondortes vom mittleren Sonnenorte $D_0 = 209^0\,58'$. Dann wird t Tage nach der Epoche

$$M = M_0 + \mu t; \quad A = A_0 + \alpha t; \quad D = D_0 + \delta t.$$

Da nun $CC_1P = 2D$, $BCC_1 = A$ ist, so wird, wenn $C_1CP = y$, $CEP = x$, $CP = \tau$, $PE = R$ gesetzt wird:

$$\tau \sin y = r_1 \sin 2D;$$
$$\tau \cos y = r - r_1 \cos 2D; \quad PCE = 180^0 - (A + y);$$
$$R \sin x = \tau \sin (A + y);$$
$$R \cos x = 1 + \tau \cos (A + y).$$

Wahre Länge des Mondes $L = M - x$.

Sieht man hier r als eine Grösse erster Ordnung, demnach r_1 als eine Grösse zweiter Ordnung an und entwickelt bis einschliesslich Grössen dritter Ordnung, so erhält man

$$y = \frac{r_1}{r} \sin 2D + \tfrac{1}{2}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \sin 4D + \tfrac{1}{3}\left(\frac{r_1}{r}\right)^3 \sin 6D;$$

$$\frac{\tau}{r} = 1 = \tfrac{1}{4}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 - \left[\left(\frac{r_1}{r}\right) - \tfrac{1}{8}\left(\frac{r_1}{r}\right)^3\right] \cos 2D - \tfrac{1}{4}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \cos 4D$$
$$- \tfrac{1}{8}\left(\frac{r_1}{r}\right)^3 \cos 6D;$$

$$x = r \sin A - \tfrac{1}{2} r^2 \sin 2A + \tfrac{1}{3} r^3 \sin 3A + r_1 \sin (2D - A) - r r_1 \sin 2 (D - A);$$

$$\log R = r \cos A - \tfrac{1}{2} r^2 \cos 2A + \tfrac{1}{3} r^3 \cos 3A - r_1 \cos (2D - A) + r r_1 \cos 2 (D - A);$$

$$\frac{1}{R} = (1 + \tfrac{1}{4} r^2) [1 - (r + \tfrac{1}{8} r^3) \cos A + \tfrac{3}{4} r^2 \cos 2A - \tfrac{5}{8} r^3 \cos 3A + r_1 \cos (2D - A) - \tfrac{1}{2} r r_1 \cos 2D - \tfrac{3}{2} r r_1 \cos 2 (D - A)];$$

daher mit den obigen Werten von r und r_1: *)

$$x = 6^0\,17'\,8'' \sin A - 20'\,41'' \sin 2A + 1'\,31'' \sin 2A + 1^0\,21'\,29'' \sin (2D - A) - 8'\,56'' \sin 2 (D - A);$$

$$\log R = 0{\cdot}1097 \cos A - 0{\cdot}00602 \cos 2A + 0{\cdot}00044 \cos 3A - 0{\cdot}0237 \cos (2D - A) + 0{\cdot}00260 \cos 2 (D - A);$$

$$\frac{1}{R} = 1{\cdot}00301 [1 - 0{\cdot}10986 \cos A + 0{\cdot}00903 \cos 2A - 0{\cdot}00082 \cos 3A + 0{\cdot}02370 \cos (2D - A) - 0{\cdot}00130 \cos 2D - 0{\cdot}00390 \cos 2 (D - A)].$$

Die Maximalentfernung des Mondes wird hier $1 + r + r_1 = 1{\cdot}1334$, die Minimalentfernung $1 - r - r_1 = 0{\cdot}8666$, es ist demnach das Verhältnis der Entfernungen 1·31, während es bei Ptolemäus 1·93 ist. An Stelle von r_1 hat nämlich Ptolemäus die Excentricität e des Deferenten (die Entfernungen sind daher bez. $1 + r + e$ und $1 + r - e$); um aber dieselbe Erscheinung zu erklären, muss e bedeutend grösser angenommen werden. Soll nämlich die doppelte Excentricität $2 E Q$ (Fig. 6) dieselbe Verschiedenheit der Mittelpunktsgleichung in den Syzigien und Quadraturen erklären, wie der Durchmesser $p q = 2 r_1$ des Epicepicykels, so muss, wie man leicht sieht,

$$E Q = E F \operatorname{cosec} E Q F \text{ oder}$$

$$e = r_1 \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2} (7^0\,40' + 5^0) = r_1 \operatorname{cosec} 6^0\,20' = 9{\cdot}0652\, r_1 = 0{\cdot}2148$$

sein, fast identisch mit dem Ptolemäischen Werte. (S. I. Bd., pag. 98.)

Aus den Beobachtungen von Parallaxen des Mondes findet Copernicus für die grösste, bez. kleinste Entfernung des Mondes $68\frac{1}{3}$ und $52\frac{17}{60}$ Erdhalbmesser.

Die Theorie der Breitenbewegung ist identisch mit der Ptolemäischen; die mittlere Bewegung in Breite B, vermindert um die Correction der Längenbewegung $x = CEP$, gibt das Argument der Breite (von Coper-

*) Nach Hansens Mondtafeln ist (die Anomalie wie oben vom Apogäum gezählt):

$$\sin \pi = 3422'' [1 - 0{\cdot}05451 \cos A + 0{\cdot}00297 \cos 2A - 0{\cdot}00018 \cos 3A + 0{\cdot}01002 \cos (2D - A) + 0{\cdot}00825 \cos 2D].$$

Das von $\cos 2D$ abhängige Glied in $\frac{1}{R}$ ist oben, wie leicht zu sehen, nicht mit der Variation zu verwechseln, welche in x fehlt.

nicus ebenfalls vom Punkte der grössten Breite gezählt); die grösste Breite ist gleich 5^0 angenommen.*)

Für die Bewegung der Planeten hatte Ptolemäus und mit ihm alle seine Nachfolger den excentrischen Kreis und Epicykel notwendig, um die doppelte Ungleichheit, welche aus der physischen Ungleichheit (ungleiche Bewegung in der Bahn selbst) und der optischen (parallaktischen) entstand, zu erklären. Nachdem Copernicus die letztere durch die Bewegung der Erde ersetzt hatte, blieb nur die erstere zu erklären. Es ist nämlich klar, dass der Epicykel in der Ptolemäischen Theorie der oberen Planeten nur das Spiegelbild der Erdbewegung vorstellt.**) Sieht man für einen Augenblick von den Excentricitäten der Bahnen ab; sei im Ptolemäischen Systeme für einen oberen Planeten die Erde in M (Fig. 7), K die Sonnenbahn, D der Deferent, E_1 der Epicykel. Zur Zeit der Retrogradation befindet sich der Planet in P_1 und gleichzeitig die Sonne an der entgegengesetzten Seite der Himmelskugel in $\odot_1$. Ist bis zur nächsten Opposition der Mittelpunkt des Epicykels nach A_2 gekommen, so ist der Planet in P_2, die Sonne in $\odot_2$ und die Zeit, welche der Planet zu einem Umlaufe im Epicykel braucht, gleich einem Jahre mehr der Zeit, welche die Sonne braucht, um den Weg $\odot_1\ \odot_2$ zurückzulegen. Da nun der Planet im Epicykel und die Sonne in ihrer Bahn sich gleichmässig bewegen, so müssen die Bogen $a P'$ und $s \odot'$ einander gleich, also die Richtungen $A' P'$ und $M \odot'$ parallel sein, was übrigens sofort aus der Beziehung

$$\odot t = \mu\, t + \mu'\, t$$

(s. I. Bd., pag. 112) folgt, da hienach $\odot_1 M \odot' = A_1 M A' + a A' P$ ist. Denkt man sich nun einen Punkt c gleichförmig in einem, dem Epicykel gleichen Kreise um M bewegt, so dass seine Lage gegen M stets dieselbe ist, wie diejenige des Planeten gegen den Mittelpunkt des Epicykels, so werden die gleichzeitigen Orte c_1, P_1; c', P'; c_2, P_2; dieselbe Entfernung haben, und es hat sich die Gerade $c_1 P_1$ während c_1 nach c' kam um $P_1 M A' = P_1 c_1$ (P') gedreht; daraus ersieht man sofort, dass man den Deferenten D mit dem Epicykel E ersetzen kann durch einen Deferenten d und einen Epicykel e, für welche Halbmesser und Geschwindigkeiten oder Umlaufszeiten vertauscht sind. Aber jetzt werden die Richtungen

*) Der Vollständigkeit wegen mag hier erwähnt werden, dass auch Copernicus eine Neubestimmung der Entfernung der Sonne nach der Ptolemäischen Methode vornahm. Die von ihm erhaltenen Werte sind auch von den Ptolemäischen nur wenig verschieden; er findet für die kleinste Entfernung der Sonne 1105, für die mittlere Entfernung 1142, für die grösste Entfernung 1179 Erdhalbmesser.

**) Für die unteren Planeten ist dies ohneweiters klar, da ja der Mittelpunkt des Epicykels stets mit der Sonne zusammenfällt und daher der Epicykel die heliocentrische Bahn des Planeten ist, wenn nur der wahre Sonnenort an Stelle des mittleren als Epicykelmittelpunkt angenommen wird.

nach den Mittelpunkten des Epicykels zusammenfallen mit den Richtungen nach den Sonnenorten, wie dieses für die unteren Planeten direct der Fall ist. Da aber im Ptolemäischen System über die wahre Grösse der Entfernungen ein Schluss nicht möglich ist, und immer nur die Verhältnisse der Excentricitäten und Epicykelhalbmesser zum Halbmesser des Deferenten für jeden einzelnen Planeten sich ergeben, so kann man den Deferentenhalbmesser nach Belieben so gross nehmen, dass der Halbmesser des Epicykels E gleich dem Halbmesser der Erdbahn wird; dann aber fallen die Kreise d und K zusammen, d. h. der Mittelpunkt des Epicykels fällt wieder in den jeweiligen Sonnenort, woraus wieder folgt, dass auch die oberen Planeten sich um die Sonne, und diese selbst mit den Planeten um die Erde M bewegt, allerdings mit der Abweichung von dem wahren System, dass der Deferentenmittelpunkt in den mittleren statt in den wahren Sonnenort fällt. Indem nun weiters die sämmtlichen Verhältnisse ungeändert bleiben, wenn die Erde schliesslich nicht in M, sondern excentrisch in O angenommen wird, wobei dann nur der kleine Deferent d, ebenso wie früher der grosse D excentrisch ist,*) so erhält man hieraus ein System der gemeinschaftlichen Bewegung der Sonne mit allen Planeten um die Erde, gleichsam eine Mittelstufe zwischen dem Ptolemäischen und Copernicanischen Systeme, welches sich übrigens auch thatsächlich in der Astronomie vorfindet, merkwürdiger Weise jedoch erst nach Copernicus, nämlich bei Tycho Brahe. Der Übergang auf das wahre heliocentrische System ist dann nicht schwer, indem nur die Bewegung der Sonne um die Erde als eine scheinbare, völlig der wahren Bewegung der Erde entsprechende aufgefasst werden kann.

Copernicus hatte daher in seinem Systeme nur noch auf die wirkliche Ungleichförmigkeit der Bewegung jedes Planeten um die Sonne Rücksicht zu nehmen; hiezu würde die einfache excentrische Kreisbahn, wie sie schon von Ptolemäus eingeführt worden war, innerhalb der Grenzen der Genauigkeit der damaligen Beobachtungen ausgereicht haben; doch hätte der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung von dem Mittelpunkte der Bahn verschieden angenommen werden müssen. (Zweitheilung der Excentricität.) Hauptsächlich dieser Grund war es, der Copernicus veranlasste, auch für die Planeten (sowie für den Mond) die excentrische Bahn aufzugeben, da die factisch gleichmässige Bewegung im Kreise unter dieser Annahme verloren geht. Statt dessen nimmt er an, dass sich in einem Kreise K (Fig. 8) der Mittelpunkt c eines Epicykels E rechtläufig bewegt und in diesem mit derselben Geschwindigkeit der Planet ebenfalls rechtläufig. Sei für die Stellung des Epicykelmittelpunktes

*) Allerdings würde dann der Epicykel, d. h. die Planetenbahn gegen die Sonne nicht excentrisch erscheinen.

in c der Planet in P, so wird, wenn $c\ O\ c_1 = M$ und $P_1\ c_1\ O = M$ ist, P_1 der Ort des Planeten in Epicykel E_1 sein. Die wirkliche Bahn des Planeten ist jedoch nunmehr kein Kreis (was bereits Copernicus nachweist), sondern eine verkürzte Epicykloide.*) Sei nämlich a der Radius des Deferenten K, b der Radius des Epicykels, und legt man ein Coordinatenaxensystem derart, dass die x-Axe nach $O\,c$, die y-Axe senkrecht dazu fällt, so erhält man leicht als Coordinaten des Punktes P

$$y = a \sin M - b \sin 2\,M$$
$$x = a \cos M - b \cos 2\,M,$$

welches die Gleichungen einer verkürzten Epicykloide sind, für welche die beiden Halbmesser des Grundkreises und Wälzungskreises einander gleich und gleich $\frac{1}{2}\,a$ sind, während b der Abstand des beschreibenden Punktes vom Mittelpunkte des Wälzungskreises ist.**) Ist wieder $O\,c$ diejenige Richtung, für welche sich der Mittelpunkt des Deferenten, derjenige des Epicykels und der Planet in einer geraden Linie befinden, und nimmt man auf derselben einen Punkt Q in der Entfernung $O\ Q = b$ an, so wird:

$$\operatorname{tg} c\,Q\,P_1 = \frac{y}{x - b} = \frac{\sin M - \frac{2\,b}{a} \sin M \cos M}{\cos M - \frac{2\,b}{a} \cos M^2} = \operatorname{tg} M$$

daher $c\,Q\,P_1 = M$, was sich übrigens auch geometrisch aus dem Umstande ergibt, dass, da $P_1\ c_1\ O = c_1\ O\ Q = M$ ist, $P_1\ c_1\ O\ Q$ ein Antiparallelogramm wird, wenn $O\ Q = b$ gemacht wird. Daraus folgt, dass Q der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung ist.

In der Richtung $O\,c$ werden die Orte der Planeten durch P und P_2 gegeben sein, wenn $c\,P = c_2\,P_2 = b$ ist; der Halbierungspunkt R der Strecke $P\,P_2$ würde in gewisser Hinsicht die Stelle des Mittelpunktes des excentrischen Kreises vertreten können; es ist aber, wenn $R\,P_1 = \sigma$ gesetzt wird; da $O\,R = b$ ist:

$$\sigma^2 = y^2 + (x + b)^2 = a^2 + 4\,b^2 \sin M^2$$

$$\sigma = a\left[1 + 2\left(\frac{b}{a}\right)^2 \sin M^2 - 2\left(\frac{b}{a}\right)^4 \sin M^4 + 4\left(\frac{b}{a}\right)^6 \sin M^6 \ldots .\right].$$

Die Strecke $Q\,R$ tritt daher an Stelle der Entfernung des Punktes der gleichmässigen Bewegung vom Mittelpunkte des excentrischen Kreises und folgerichtig müsste der Centralkörper, um den die Bewegung statt-

*) Die Identität zwischen excentrischen Kreis und Epicykel findet statt, wenn die Bewegung im Epicykel im entgegengesetzten Sinne stattfindet; s. I. Bd., pag. 90 und Fig. 20.

**) b ist dabei sehr klein vorausgesetzt; würde $b = \frac{1}{2}\,a$, so würde eine Cardioide entstehen, würde $b > \frac{1}{2}\,a$, so wäre die Epicykloide verlängert.

findet, also hier die Sonne, sich in einem Punkte S befinden, so dass $SR = RQ$ ist. Daraus würde dann folgen, dass $SR = 2\,OR$ oder $SO = 3b$ ist. In der Copernicanischen Annahme muss also die Excentricität des Deferenten gleich dem dreifachen Halbmesser des Epicykels sein, damit eine genügende Übereinstimmung mit der Darstellung durch einen excentrischen Kreis und excentrische Lage des Mittelpunktes der gleichmässigen Bewegung erzielt wird. Diese Annahme findet sich auch bei Copernicus festgehalten.

Für die mittleren Bewegungen der Planeten findet Copernicus:

Saturn vollendet in 59 Jahren $+ 1^d\ 6^I\ 48^{II}$*) 57 synodische Umläufe $= 2^R + 1^0\ 6'\ 6''$,

Jupiter vollendet in 71 Jahren $- 5^d\ 45^I\ 27^{II}$ 65 synodische Umläufe $= 6^R - 5^0\ 41'\ 2\frac{1}{2}''$,

Mars vollendet in 79 Jahren $+ 2^d\ 27^I\ 3^{II}$ 37 synodische Umläufe $= 42^R + 2^0\ 24'\ 56''$,

Venus vollendet in 8 Jahren $- 2^d\ 26^I\ 46^{II}$ 5 synodische Umläufe $= 13^R - 2^0\ 24'\ 40''$,

Mercur vollendet in 46 Jahren $+ 0^d\ 34^I\ 23^{II}$ 145 synodische Umläufe $= 191^R + 0^0\ 34'\ 23''$,

und daraus für die Bewegung in einem Tage: motus commutationis = synodische Bewegung μ', und siderische Bewegung μ (für die drei oberen Planeten gleich $\odot - \mu'$, für die beiden unteren gleich $\odot + \mu'$):**)

	μ'					μ				
für Saturn . .	0^0	$57'$	$7''$	44^{III}	5^{IV}	0^0	$2'$	$0''$	27^{III}	17^{IV}
„ Jupiter .	0	54	9	3	49	0	4	59	7	33
„ Mars . .	0	27	41	40	22	0	31	26	31	0
„ Venus . .	0	36	59	28	35	1	36	7	39	57
„ Mercur .	3	6	24	13	40	4	5	32	25	2

Für die Bestimmung der Elemente der oberen Planeten werden wie früher die Beobachtungen der Oppositionen derselben herangezogen. Der Weg ist auch mutatis mutandis derselbe wie bei Ptolemäus. Da nämlich in der Opposition der heliocentrische Ort gleich dem geocentrischen ist, so gibt der beobachtete Ort der Planeten zur Zeit der Opposition sofort seinen heliocentrischen Ort, und aus drei heliocentrischen Längen lassen sich die Excentricität und Lage der Apsiden finden. So wie aber Ptolemäus in der ersten Näherung von der Verschiedenheit des Deferentenmittelpunktes und des punctum aequans absehen musste, so musste auch Copernicus in der ersten Näherung von der Bewegung im kleinen

*) l. c. pag. 309. Der Tag in 60^I getheilt.

**) Die bei den Planetentafeln verwendeten Zahlen für μ'; l. c. pag. 312 ff.

Epicykel absehen. Die für die Berechnung dienenden Formeln (Bd. I, pag. 62 oder 114) können besser in der folgenden Form geschrieben werden, welche gleichmässig für alle verschiedenen Lagen der beobachteten Oppositionen gelten. Seien l_1, l_2, l_3 die wahren, m_1, m_2, m_3 die mittleren heliocentrischen Längen des Planeten für die drei beobachteten Oppositionen, Π die Länge des Aphels, so wird man in jenen Formeln zu setzen haben:

$$\alpha = l_2 - l_1 \qquad 2a = m_2 - m_1 \qquad A' = l_2 - \Pi$$
$$\beta = l_3 - l_2 \qquad 2b = m_3 - m_2 \qquad A = m_2 - \Pi.$$

Setzt man überdies $90^0 + a - (\alpha + y) = p$, so dass $x - z = p$ wird, so hat man zur Bestimmung der beiden Elemente aus den drei beobachteten Längen das folgende Formelsystem zu rechnen:

$$c = 180^0 - (l_3 - l_1) + \tfrac{1}{2}(m_3 - m_1)$$

$$\operatorname{tg} y = \frac{\sin c \cdot \dfrac{\sin \frac{1}{2}(m_3 - m_2)}{\sin \frac{1}{2}(m_2 - m_1)} \cdot \dfrac{\sin (l_2 - l_1)}{\sin (l_3 - l_2)}}{1 + \cos c \cdot \dfrac{\sin \frac{1}{2}(m_3 - m_2)}{\sin \frac{1}{2}(m_2 - m_1)} \cdot \dfrac{\sin (l_2 - l_1)}{\sin (l_3 - l_2)}}$$

$$t = 2a \frac{\sin \frac{1}{2}(m_2 - m_1)}{\sin (l_2 - l_1)} \sin y;$$

$$p = 90^0 + \tfrac{1}{2}(m_2 - m_1) - [(l_2 - l_1) + y];$$

$$e \sin (l_2 - \Pi) = a \sin p$$
$$e \cos (l_2 - \Pi) = t - a \cos p;$$

$$m_2 = l_2 + p.$$

In die Formeln treten selbstverständlich nur die Differenzen der mittleren Bewegungen ein, welche allein aus den Zwischenzeiten bekannt sind, da die mittleren Längen erst bekannt werden, wenn der Ort der Apsiden bekannt ist.

Etwas geändert gestaltet sich nun aber die zweite Rechnung gegenüber Ptolemäus. Es ist leicht zu sehen, dass der in der ersten Näherung erhaltene Wert e_1 von e gleich der Entfernung des Erdortes E vom Mittelpunkte der gleichmässigen Bewegung ist (s. I. Bd., Fig. 29); da Copernicus statt des letzteren jedoch den Epicykel einführt, so muss für die Excentricität des Deferenten $\frac{3}{4} e_1$ und für den Halbmesser des Epicykels $b = \frac{1}{4} e_1$ gewählt werden. Mit diesen Werten von b und e werden nun die Correctionen y der wahren Längen gerechnet, was nach den untenstehenden Formeln geschehen kann; in der zweiten Rechnung wäre dann $l + y$ an Stelle von l zu verwenden, während die Differenzen der mittleren Längen ungeändert blieben.

Hat man auf diese Art die heliocentrische Bahn des Planeten ermittelt, so erübrigt noch die Bestimmung des Deferentenhalbmessers in Einheiten des Erdbahnhalbmessers. Zu diesem Zwecke genügt eine einzige

Beobachtung ausserhalb einer Opposition. Mit den gegebenen Elementen der Erdbahn und der Planetenbahn erhält man die wahre heliocentrische Länge M_1 und den Radiusvector $R_1 = a_0\ (1 + \varkappa)$ der Erde, wenn a_0 den Radius der Erdbahn bedeutet; ebenso die wahre heliocentrische Länge l und den Radiusvector $R = a\,(1 + \lambda)$ des Planeten; da ferner die geocentrische Länge des Planeten beobachtet, und damit der Winkelabstand des Planeten von der Sonne $P_1\,T\,S$ bekannt ist, so erhält man aus dem Dreieck $P_1\,T\,S$ (Fig 8):

$$\frac{R}{R_1} = \frac{S\,P_1}{S\,T} = \frac{\sin P_1\,T\,S}{\sin\,(P_1\,T\,S + P_1\,S\,T)} = \alpha,$$

und damit

$$a = \alpha\,\frac{1+\varkappa}{1+\lambda}\,a_0$$

wobei $a_0 = 1$ angenommen werden kann. Hiemit sind die wahren Dimensionen der Planetenbahn ermittelt.

Zur Berechnung des heliocentrischen Ortes hat man für die oberen Planeten, wenn die Bewegung der Commutation (mittlerer Winkelabstand des Planeten von der Sonne) zugrunde gelegt wird, und $M_\odot$ den mittleren Ort der Sonne (mittlere Länge derselben) bedeutet:

$$M' = M_0' + \mu' t\,; \quad M = M_\odot - M' - \Pi = \text{Anomalia eccentri}$$

$$\tau \sin x = e \sin M \qquad R \sin y = b \sin (M + x)$$

$$\tau \cos x = a + e \cos M \qquad R \cos y = \tau - b \cos (M + x)$$

$$v = M - (x + y)\,; \quad l = v + \Pi$$

wobei (Fig. 8) $O\,c_1\,S = x$, $c_1\,S\,P_1 = y$ ist, und l, R heliocentrische Länge und Radiusvector bedeuten.

Der Übergang auf die geocentrischen Coordinaten, welcher genau so, wie es jetzt üblich ist, mittels der rechtwinkeligen Coordinaten erfolgen könnte, wurde mittels des Winkels $T\,P_1\,S$, welcher die Parallaxe der Erdbahn (Parallaxis orbis magni) genannt wurde, vorgenommen. Sind nämlich wie oben M_1, R_1 heliocentrische Länge und Radiusvector der Erde, so ist $\sphericalangle\, P_1\,S\,T = M_1 - l$, und daher, wenn die geocentrische Länge und die geocentrische Distanz mit λ, ρ bezeichnet werden, weil $\sphericalangle\, S\,P_1\,T$ = Parallaxis orbis $= l - \lambda$ ist:

$$\rho \sin (l - \lambda) = R_1 \sin (M_1 - l)$$

$$\rho \cos (l - \lambda) = R - R_1 \cos (M_1 - l).$$

Entwickelt man $(x + y)$ und R nach Vielfachen von M, so erhält man:

$$x = \frac{e}{a} \sin M - \tfrac{1}{2}\frac{e^2}{a^2} \sin 2M + \tfrac{1}{3}\frac{e^3}{a^3} \sin 3M$$

$$\frac{a}{\tau} = 1 + \tfrac{1}{4}\frac{e^2}{a^2} - \frac{e}{a} \cos M + \tfrac{3}{4}\frac{e^2}{a^2} \cos 2M$$

$$\frac{\tau}{a} = 1 + \tfrac{1}{4}\frac{e^2}{a^2} + \frac{e}{a}\cos M - \tfrac{1}{4}\frac{e^2}{a^2}\cos 2M$$

$$y = \frac{b}{\tau}\sin(M+x) + \tfrac{1}{2}\frac{b^2}{\tau^2}\sin 2(M+x) + \tfrac{1}{3}\frac{b^3}{\tau^3}\sin 3(M+x)$$

$$\frac{R}{\tau} = 1 + \tfrac{1}{4}\frac{b^2}{\tau^2} - \frac{b}{\tau}\cos(M+x) - \tfrac{1}{4}\frac{b^2}{\tau^2}\cos 2(M+x)$$

daher, wenn $b = \frac{1}{3}e$ und $\frac{2}{3}\frac{e}{a} = \varepsilon$ (eine der numerischen Excentricität analoge Grösse) eingeführt wird:

$$x + y = (2\varepsilon - \tfrac{39}{32}\varepsilon^3)\sin M - \varepsilon^2 \sin 2M + \tfrac{1396}{96}\varepsilon^3 \sin 3M$$

$$R = a(1 + \varepsilon^2 + \varepsilon\cos M - \varepsilon^2 \cos 2M).$$

I. Saturn. Die drei beobachteten Oppositionen waren:*)

1514 nach Chr. Geb., 5. Mai $10^h\,48^m$ $l_1 = 205^0\,24'$
1520 „ „ „ 13. Juni $0^h\,0^m$ $l_2 = 273\;25$ $m_2 - m_1 = 75^0\,39'$
1527 „ „ „ 10. October $18^h\,24^m$ $l_3 = 0\;\;7$ $m_3 - m_2 = 88\;29$

Es folgt: $c = 107^0\,21'$; $y = 55^0\,49{,}5$; $p = +3^0\,59{,}0$; $\log t = 0{\cdot}03912$; $\Pi = 240^0\,11'$; $e_1 = 0{\cdot}1267$; Copernicus findet 1200, und nimmt $e = 900$, $b = 300$. Hiemit werden die Correctionen der Längen für die drei Orte $-1^0\,5{,}0$, $+1^0\,3{,}3$, $+1^0\,21{,}2$. Die Wiederholung der Rechnung gibt:

$c = 104^0\,54{,}8$; $y = 55^0\,1{,}9$; $p = +2^0\,38{,}3$; $\log t = 0{\cdot}02879$;
$\Pi = 239^0\,56{,}0$; $e = 0{\cdot}08344$ $(\varepsilon = 0{\cdot}05563)$;

Copernicus findet $e = 854$, $b = 285$ für $a = 10000$; $\Pi = 240^0\,20'$ von γ Arietis.

Aus einer Beobachtung ausserhalb der Oppositionen 1514 nach Christi Geburt, 25. Februar 17^h, Länge des Saturn (durch Alignements) gleich 209^0 erhielt Copernicus $a_0 = 1090$ für $a = 10000$ oder $a_0 = 6^p\,32'$ für $a = 60$, also reduciert auf den Erdbahnhalbmesser a_0 als Einheit $\log a = 0{\cdot}96257$, $a = 9{\cdot}1742$. Für die Epoche Christi Geburt ergab sich endlich $M_0' = 205^0\,49'$.

II. Jupiter. Aus den drei beobachteten Oppositionen

1520 nach Chr. Geb., 29. April 23^h $l_1 = 200^0\,18'$
1526 „ „ „ 27. November 15^h $l_2 = 48\;34$ $m_2 - m_1 = 199^0\,40'$
1529 „ „ „ 1. Februar 7^h $l_3 = 113\;44$ $m_3 - m_2 = 66\;10$

Es folgt: $c = 39^0\,29'$; $y = -13^0\,18{,}8$; $p = -5^0\,7{,}2$; $\log t = 9.98143$; $\Pi = 161^0\,33{,}3$; $e_1 = 0.0969$; Copernicus findet, wahrscheinlich infolge eines Rechenfehlers, 1193; die hiemit wiederholte Rechnung scheint ihm nicht gestimmt zu haben, denn er setzt hinzu: „Nec aliter Jovis motum aequalitatis et apparentiae possibile erat componere in his tribus

*) Copernicus rechnet auch die im Almagest enthaltenen Oppositionen; doch beschränke ich mich hier auf die späteren Beobachtungen.

terminis propositis, ac deinde omnibus, nisi sequeremur totam centrorum egressionem eccentrotetis a Ptolemaeo proditam partium V scrup. XXX“ (l. c. pag. 348). Aus dem Werte 969 würde aber folgen $e = 727$, $b = 242$, was von dem Ptolemäischen Werte 917 nicht sehr verschieden ist. Die Wiederholung der Rechnung gibt zunächst für die Correctionen der wahren Längen $+ 0^0\ 56.'5$, $- 1^0\ 11.'8$, $- 1^0\ 5.'9$ und damit:

$c = 41^0\ 31.'4$; $y = - 12^0\ 34.'0$; $p = - 3^0\ 43.'7$; $\log t = 9{\cdot}98838$;
$\Pi = 159^0\ 2.'8$; $e = 0{\cdot}06941$ ($\varepsilon = 0{\cdot}04627$).

Copernicus behielt die aus dem Ptolemäischen Werte 917 folgenden Werte $e = 687$, $b = 229$ bei und fand $\Pi = 159^0$.

Aus einer Beobachtung 1520 nach Chr. Geb. Februar 17, 18^h, zu welcher Zeit die Länge des Jupiter $205^0\ 9'$ beobachtet war, fand er $a_0 = 1916$ für $a = 10000$, also für $a_0 = 1 : \log a = 0{\cdot}71760$, $a = 5{\cdot}2191$.

Endlich gibt die Übertragung für Christi Geburt $M_0' = 98^0\ 16'$.

III. Mars. Die drei beobachteten Oppositionen sind:

1512 nach Chr. Geb., 4. Januar	13^h	$l_1 = 235^0\ 33'$	$m_2 - m_1 = 168^0\ 7'$	
1518 „ „ „ 12. December	8^h	$l_2 = 63\ 2$	$m_3 - m_2 = 83\ 0$	
1523 „ „ „ 21. Februar	17^h	$l_3 = 133\ 20$		

Es folgt: $c = 47^0\ 46.'5$; $y = - 4^0\ 9.'7$; $p = - 9^0\ 15.'8$; $\log t = 0{\cdot}04463$; $\Pi = 116^0\ 2.'5$; $e_1 = 0{\cdot}20154$; Copernicus fand 2000; er wiederholte die Rechnung mit $e = 1500$ und $b = 500$, behält aber zum Schlusse die Annahme $e = 1460$, $b = 500$ bei. Da diese Zahlen der Bedingung $b = \frac{1}{3} e$ nicht genügen, so untersuchte ich den Einfluss einer Verschiedenheit in den Annahmen über e und Π. Ich rechnete die folgenden vier Hypothesen:

1. $e = 1511$, $b = 504$, $m_2 = 53^0\ 46.'2$, $\Pi = 116^0\ 2.'5$ (Resultate der obigen ersten Rechnung);
2. $e = 1460$, $b = 500$, $m_2 = 53^0\ 46.'2$, $\Pi = 116^0\ 2.'5$ (e und b nach den Schlussresultaten von Copernicus);
3. $e = 1500$, $b = 500$, $m_2 = 53^0\ 23'$, $\Pi = 119^0\ 40'$;
4. $e = 1460$, $b = 500$, $m_2 = 53^0\ 23'$, $\Pi = 119^0\ 40'$ (Resultate der ersten Rechnung von Copernicus);

Es folgte:

Hypothese	y_1	y_2	y_3	$y_1^{(0)}$	$y_2^{(0)}$	$y_3^{(0)}$
I	$+2^0\ 4.'7$	$-2^0\ 32.'7$	$+1^0\ 2.'8$	$+2^0\ 4.'3$	$-2^0\ 32.'1$	$+1^0\ 2.'5$
II	$+2\ 4{\cdot}0$	$-2\ 31{\cdot}8$	$+1\ 2{\cdot}3$			
III	$+2\ 11{\cdot}3$	$-2\ 36{\cdot}3$	$+0\ 50{\cdot}7$	$+2\ 11{\cdot}3$	$-2\ 36{\cdot}3$	$+0\ 50{\cdot}7$
IV	$+2\ 11{\cdot}4$	$-2\ 36{\cdot}4$	$+0\ 50{\cdot}7$			

Hieraus ist klar, dass der Einfluss der e und b innerhalb der hier auftretenden Grenzen belanglos ist; ich führte die weitere Rechnung mit

den Mittelwerten $y_1^{(0)}$, $y_2^{(0)}$, $y_3^{(0)}$ durch, welche sich dem Wesen nach nur durch die verschiedene Annahme über II unterscheiden, und erhielt:

I u. II: $c = 48^0 48.3$; $y = -1^0 32.0$; $p = -7^0 16.9$; $\log t = 0.02606$;
$\Pi = 122^0 36.9$; $m_2 = 53^0 12.8$; $e = 0.1448$;

III u. IV: $c = 49^0 7.1$; $y = -1^0 26.4$; $p = -7^0 11.4$; $\log t = 0.02779$;
$\Pi = 119^0 51.0$; $m_2 = 53^0 14.2$; $e = 0.1454$.

Während für II zwei ziemlich verschiedene Werte folgen, ergibt sich für e nahe derselbe Wert; die neuerliche Wiederholung der Rechnung mit $\Pi = 122^0 37'$ dürfte daher ebenfalls ein nicht wesentlich verschiedenes Resultat ergeben, erscheint aber überflüssig, da der resultierende Wert von II für die dritte und vierte Hypothese mit dem Ausgangswerte fast identisch ist. Als Resultat könnte daher $\Pi = 119^0 51.0$, $e = 0.1454$ angesehen werden, doch müsste gemäss der Copernicanischen Theorie $b = 0.0485$ angenommen werden. Mit Rücksicht auf den geringen Einfluss, den eine Änderung in b auf das Resultat auszuüben scheint, hat wol Copernicus nur der Einfachheit der Rechnung wegen, den Wert $b = 500$ beibehalten; die Wiederholung der Rechnung mit $e = 1454$, $b = 485$ ergab mir: $y_1 = +1^0 58.2$, $y_2 = -2^0 24.7$, $y_3 = +0^0 49.7$ und hiemit: $c = 48^0 55.0$; $y = -1^0 39.8$; $p = -7^0 22.8$; $\Pi = 120^0 4.0$; $e = 0.1492$. Das Resultat $e = 1460$ erscheint hiemit wieder in Frage gestellt und auch der hieraus von Copernicus gezogene Schluss auf die Realität einer Veränderlichkeit der Excentricität unstichhältig. Copernicus sagt: Centrorum quoque distantiam minorem invenimus in partibus 40, quibus quae ex centro eccentri datur 10000 non quod erraverit Ptolemaeus vel nos, sed argumento manifesto, quod centrum orbis magni telluris accesserit centro orbis Martis, Sole interim immobili permanente (l. c. pag. 360). Allein die Genauigkeit der Beobachtungen scheint denn doch nicht ausreichend, um die Rechnung, welche mit den vorliegenden Näherungen keineswegs abgeschlossen zu sein scheint, noch weiter zu führen, um constatieren zu können, ob die Differenz in der Excentricität gegen Ptolemäus reell ist oder nur als Folge einer nicht weit genug geführten Rechnung auftritt. Hienach wäre dann der Unterschied 0.0040 als möglicherweise von Beobachtungsfehlern herrührend zu bezeichnen gewesen.

Aus einer Beobachtung 1511 December 31, 18^h, beobachtete Länge des Mars $191^0 28'$ ergab sich $a_0 = 6580$ für $a = 10000$ oder $\log a = 0.18177$, $a = 1.520$ für $a_0 = 1$.

Die Übertragung auf die Epoche Christi Geburt gab $M_0' = 238^0 22'$.

Die Bewegung der unteren Planeten unterscheidet sich auch bei Copernicus von derjenigen der oberen Planeten. Offenbar könnten wieder der Deferent und der Epicykel miteinander vertauscht werden, wenn die Bewegungsgeschwindigkeiten passend gewählt werden. Macht

man für jeden Planetenort OR' gleich und parallel $c_1 P_1$ (Fig. 8), so werden die Punkte R' auf einem Kreise RR' liegen, dessen Halbmesser gleich b ist, und es wird $R'P_1 = a$ gleich dem Halbmesser des Deferenten sein; die Bewegung des Punktes P kann also auch dadurch erklärt werden, dass der Mittelpunkt R des Deferenten sich auf einem Kreise RR' mit dem Halbmesser $b = \frac{1}{3}e$ bewegt, der Planet selbst aber dann unmittelbar auf dem Deferenten. Diese Anordnung ersetzt wieder den Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung Q, welcher in der Ptolemäischen Theorie der Venusbahn, sowie beim Mercur, allerdings in verschiedener Weise auftritt. Wenn nun weiters der Mittelpunkt des Deferenten in R (auf der Verbindungslinie SO) liegt, wenn der Planet sich in der Verlängerung von OR, in F befindet, so würde Übereinstimmung mit der Bewegung der oberen Planeten stattfinden. Die Übereinstimmung bliebe gewahrt, wenn die Bewegung des Halbmessers OR gleich $ROR' = ROd + dOR' = 2\mu\tau$ und die Bewegung des Planeten im Deferenten gleich $zR'P_1 = \mu\tau$ wäre, wenn $zR' \parallel SO$ gezogen wird und unter μ wie früher die mittlere tägliche siderische Bewegung des Planeten, unter τ die seit der Anfangslage RP verflossene Zeit verstanden wird.

Allein wie schon wiederholt erwähnt wurde, confundieren sich bei den unteren Planeten, wenn bei denselben die Richtung der Apsidenlinie und die Grösse der Excentricität aus den Beobachtungen der grössten Digressionen bestimmt werden, die Ungleichheiten der Planetenbewegung selbst mit denjenigen der Erdbewegung. Bei der Venus überwiegt nun infolge der Kleinheit der Excentricität ihrer Bahn die aus der Excentricität der Erdbahn entspringende Ungleichheit; die Verschiedenheit in den verschiedenen grössten Digressionen hängt vorzugsweise von der Apsidenrichtung der Erdbahn ab, wozu noch der Umstand hinzutritt, dass auch Copernicus die grössten Digressionen von dem mittleren statt dem wahren Sonnenorte rechnet. Ptolemäus fand, dass sich die Excentricität des Deferenten aus denjenigen Beobachtungen, in denen die Erde 90° von der Apsidenrichtung der Venus entfernt war, nahe doppelt so gross ergab, als aus denjenigen Beobachtungen, in denen die Erde in der Richtung der Apsiden war. Es wird daher On (Fig. 9) die Excentricität sein, wenn die Erde sich in der Richtung ab der Apsiden der Venus befindet, Om, wenn sie sich in der darauf senkrechten Richtung befindet, was dadurch entstanden gedacht wird, dass der Mittelpunkt des Deferenten den kleinen Kreis nmp mit einer Geschwindigkeit gleich der doppelten Erdgeschwindigkeit beschreibt. Ist daher OE die Richtung nach dem mittleren Erdorte, so ist p der Mittelpunkt der Venusbahn, wenn $\sphericalangle ncp = 2bOE = 2(M_1 - \Pi)$ ist, wo M_1 die mittlere heliocentrische Länge der Erde, Π die Länge des Aphels der Venusbahn ist.

Indem nun weiter xpP gleich dem mittleren Abstande des Planeten vom Aphel ist, wenn $px \parallel Oa$ gezogen wird, so ist epP die Bewegung $\mu'\tau$ in Commutation in der Zeit τ, in welcher die Erde den Winkel $aOE = M_1 - \Pi$ zurückgelegt hat. Die Verquickung der Erdbewegung mit der Planetenbewegung tritt hier noch viel auffälliger zutage als bei Ptolemäus, da bei letzterem ein Grund zur Trennung der Bewegungen nicht vorhanden war, indem ja der Sonnenmittelpunkt als Mittelpunkt des Epicykels von vorneherein eine Verbindung zwischen der Erdbewegung (eigentlich Sonnenbewegung) und der Planetenbewegung voraussetzte. Bei Copernicus jedoch, bei dem die Erdbewegung gegenüber den Bewegungen der anderen Planeten als vollständig selbständig auftritt, erscheint die von der Geschwindigkeit der Erde abhängige Bewegung des Mittelpunktes p des Deferenten befremdlich. Noch auffälliger wird diese Erscheinung, wenn man die Resultate für die Venus- und Mercursbahn zusammenhält. Auch für den Mercur wird dieser kleine Kreis als Träger des Deferentenmittelpunktes nötig; es stellt bei beiden Planeten der kleine Kreis nmp die aus der Excentricität der Erdbahn resultierende Ungleichheit dar, während sich die Excentricität der Venusbahn nicht deutlich genug ausprägt, hingegen die Excentricität der Mercursbahn die Einführung einer zweiten epicyklischen Bewegung erfordert, wobei jedoch die beiden Ungleichheiten nicht streng getrennt erscheinen. Aus diesem Grunde ist es auch nicht möglich, aus beobachteten gleichen grössten Digressionen die Apsidenrichtung und Excentricität zu bestimmen.

Kurz zusammengefasst, findet nun die Bewegung der Venus folgendermassen statt. Der Mittelpunkt der Kreisbahn ist excentrisch, aber nicht fest, sondern in dem Kreise nmp beweglich, dessen Halbmesser $cp = \frac{1}{3} Oc$ ist; der Mittelpunkt der Bahn ist in n, wenn die Erde in b oder a (in der Richtung des Perihels oder Aphels der Planetenbahn) ist; die Geschwindigkeit des Deferentenmittelpunktes in dem Kreise nmp ist gleich der doppelten Geschwindigkeit der Erde oder Sonne in ihrer Bahn. Nennt man diese $\odot$ ($= 3548''19$), so ist τ Tage, nachdem die Erde in der Richtung Oc war, die Richtung nach dem mittleren Erdorte $OE \parallel pe$ gegeben durch $aOE = w = \odot\tau$ (gezählt in der Richtung $abE'Ea$ direct) und $ncp = 2\,aOE = 2\,bOE$. Weiter ist $epP = M' = \mu'\tau$ und P der Ort der Venus.

Für die Bestimmung der Elemente ist dem im I. Band (pag. 129) Gesagten nichts hinzuzufügen. Copernicus verwendet nur alte Beobachtungen (nur zur Correctur der mittleren Bewegung μ' zieht er auch eine von ihm selbst beobachtete vom 12. März 1529, heran). Er findet die Richtung der Apsiden $48^0\,20'$ von γ Arietis, $a = 0{\cdot}7193$ für a_0 als Einheit; ferner aus denjenigen Beobachtungen, in denen die Erde in der

Richtung der Apsiden steht $On = 0{\cdot}0208$, aus denjenigen Beobachtungen, in denen der Länge der Erde um 90^0 von der Länge der Apsiden verschieden ist $Om = 0{\cdot}0416$, daher $Oc = 0{\cdot}0312$, $cm = cn = cp = 0{\cdot}0104$. Da er neuere Beobachtungen zur Bestimmung der Apsiden nicht hat, so konnte er eine Bewegung derselben für die Venusbahn natürlich nicht constatieren. Aus dem Werte der Commutation (Winkel zwischen mittlerem heliocentrischen Erd- und Planetenort) für beide Epochen und der daraus folgenden mittleren Bewegung folgt als Constante der Commutation für die Epoche Christi Geburt $126^0\,45'$.

Zur Berechnung des heliocentrischen Ortes der Venus hat man nun t Tage nach der Epoche

Mittlerer geocentrischer Ort der Sonne $M_\odot = M_\odot{}^0 + \odot\, t$

Mittlerer heliocentrischer Ort der Erde $M_1 = 180^0 + M_\odot$

Winkel der Commutation des Planeten $M' = M_0{}' + \mu' t$

$R \sin v = a \sin (M' + M_1 - \Pi) - b \sin 2 (M_1 - \Pi)$

$R \cos v = a \cos (M' + M_1 - \Pi) - b \cos 2 (M_1 - \Pi) + 3b$

Für die Bestimmung der geocentrischen Coordination ρ und λ erhält man wieder: *) $l = \Pi + v$

$$\rho \sin (\lambda - M_1) = R \sin (l - M_1)$$
$$\rho \cos (\lambda - M_1) = R \cos (l - M_1) - a_0$$

oder

$$\rho \sin (\lambda - l) = a_0 \sin (l - M_1)$$
$$\rho \cos (\lambda - l) = R - a_0 \cos (l - M_1)$$

Für den Mercur ist der Deferentenmittelpunkt in m, wenn die Erde in a oder b ist, daher ist $\sphericalangle\, mcp = 2\, a\, OE = 2\, b\, OE$. (In Fig. 9 ist der zugehörige Wert mit E' bezeichnet); überdies kommt noch hinzu, dass sich der Planet nicht in P befindet, sondern in dem Durchmesser $p\, P$ des Deferenten durch ein gewisses Stück $P_1\, P_2$ hin und her bewegt, und zwar ist die Periode der Bewegung ebenfalls ein halbes Jahr. Der Planet befindet sich in P_2, dem Mittelpunkte p des Deferenten am nächsten, wenn p mit m zusammenfällt, also die Erde in a oder b ist; er befindet sich in P_1, von dem Mittelpunkte p am entferntesten, wenn p mit n zusammenfällt, d. h. wenn die mittlere Länge der Erde um 90^0 kleiner oder grösser als die Länge der Apsiden des Mercur ist.

Zunächst ist nun klar, dass aus allen denjenigen Beobachtungen, in welchen sich die Erde in der Apsidenrichtung $a\, b$ befindet, der Deferentenmittelpunkt stets in m, und der Ort des Planeten für die verschiedenen Anomalien desselben nicht in dem um m mit dem Halbmesser $p\, P = a$ beschriebenen Kreise liegt, sondern in demjenigen Kreise, in welchem die

*) Da $epP = M'$, $xpe = \Pi - M_1$ ist, so ist $Ppx = M' - (\Pi - M_1)$; weiter ist $mcp = 2\,(M_1 - \Pi) - 180^0$. Von einer Entwicklung von R und v nach Vielfachen von M sehe ich hier ab, da unmittelbar klar ist, dass nebst der mittleren Anomalie $M' + M_1 - \Pi$ des Planeten auch noch ein von der Anomalie der Sonne ($2\, M_1$) abhängiges, der Planetenbewegung fremdes Glied auftreten wird.

sämmtlichen um das Stück $P P_2$ gegen das Centrum m hin genäherten Punkte P_2 liegen, also in demjenigen Kreise, welchen man mit dem Halbmesser $p P_2 = a - \alpha$ beschreibt, wenn man $P P_2 = \alpha$ setzt.*) Nachdem also die Apsidenrichtung $O m$ bestimmt wurde (aus den Ptolemäischen Beobachtungen des Almagest, 1. und 4. Jahr Antonin, I. Bd., pag. 133) und für dieselbe die Richtung $3^0\,34'$ und $183^0\,34'$ von γ Arietis gefunden wurde, wird aus denjenigen Beobachtungen der grössten Digressionen, in welchen die Länge der Erde gleich $3^0\,34'$, bez. $183^0\,34'$ war, der Wert $p P_2 = a - \alpha$ gefunden; gleichzeitig ergibt sich auch daraus der Wert $O m = e + b$, wenn wieder $O c = e$, $c m = c n = c p = b$ gesetzt wird. Sind die zu den Erdorten a, b gehörigen grössten Elongationen A, B, so wird

$$\sin A = \frac{a - \alpha}{1 - (e+b)}; \quad \sin B = \frac{a - \alpha}{1 + (e+b)},$$

daher

$$(e+b) = \frac{\sin A - \sin B}{\sin A + \sin B}; \quad a - \alpha = \frac{2 \sin A \sin B}{\sin A + \sin B}.$$

Aus den Ptolemäischen Beobachtungen aus dem 19. Jahr Hadrian (I. Bd., pag. 134) findet Copernicus

$$e + b = 0{\cdot}0948 \quad a - \alpha = 0{\cdot}3573.$$

Ist aber die Länge der Erde um 90^0 gegen diejenige der Apsiden verschieden, so ist der Deferentenmittelpunkt in n, der Planet hingegen in den verschiedenen Anomalien in denjenigen Punkten, welche mit dem Halbmesser $p P_1 = a + \alpha$ um den Deferentenmittelpunkt n beschrieben werden, daher erhält man aus diesen Beobachtungen, wenn die beiderseitigen grössten Digressionen mit C_1, C_2 bezeichnet werden

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(C_1 - C_2) = e - b; \quad E n \sin \tfrac{1}{2}(C_1 + C_2) = a + \alpha,$$

daher

$$e - b = \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(C_1 - C_2); \quad a + \alpha = \sin \tfrac{1}{2}(C_1 + C_2) \sec \tfrac{1}{2}(C_1 - C_2);$$

folglich nach den Ptolemäischen und Theonschen Beobachtungen aus dem 14. Jahr Hadrian und 2. Jahr Antonin (I. Bd., pag. 136)

$$e - b = 0{\cdot}0524 \quad a + \alpha = 0{\cdot}3953,$$

so dass:

$$e = 0{\cdot}0736, \; b = 0{\cdot}0212, \; a = 0{\cdot}3763, \; \alpha = 0{\cdot}0190$$

folgt. So wie beim Monde ist hienach nur die Grösse $P P_2 = \alpha$ bestimmt; die Art der Bestimmung sowol als auch die Resultate müssten dieselben bleiben, wie immer auch sonst die Bewegung des Planeten zwischen P_1 und P_2 stattfinden würde. Sie kann im Durchmesser selbst, im Kreise, ja sie könnte auch in einer anderen Linie, z. B. in einer Ellipse stattfinden;

*) S. hiezu auch das in der Copernicanischen Mondtheorie Gesagte, pag. 71.

sie kann gleichmässig oder ungleichmässig sein, wenn nur die Bedingung erfüllt ist, dass die Zeit, welche der Planet braucht, um von P_1 nach P_2 zu kommen, drei Monate ist, und dass demgemäss der Planet in P_2 ist, so oft die Erde in der Richtung ab ist, und dass er in P_1 ist, so oft die Erde in einer zu dieser senkrechten Richtung steht. Es ist aber nicht ersichtlich, aus welchem Grunde Copernicus hier die Bewegung im Kreise verliess, und die geradlinige Bewegung vorzog. Dass sie geradlinig ist, kann allerdings kein Grund zur Ausschliessung derselben sein; Copernicus sagt auch hier wieder: Mercurius per diametrum facit motu reciproco, ex aequalibus tamen composito qui quomodo fiat, supra circa praecessiones aequinoctiorum ostendimus (l. c. pag. 378). Jedenfalls aber würde es weniger auffällig sein, wenn er auch hier die Bewegung im Kreise beibehalten hätte. Bei Ptolemäus findet sich diese Ungleichheit nicht; denn nachdem die Bewegung des Deferentenmittelpunktes im Kreise angenommen war, und der Deferent als die Erd-, bezw. Sonnenbahn anzusehen ist, brauchte Ptolemäus den Epicykel für die kreisförmige Mercursbahn selbst. Doch ist wieder der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung von dem Deferentenmittelpunkte verschieden.

Aus dem 30. Cap. des 5. Buches der Revolutionen könnte man jedoch wenigstens mit einiger Wahrscheinlichkeit den Schluss ziehen, dass Copernicus vielleicht beide Hypothesen, nämlich die kreisförmige und geradlinige Bewegung versuchte, um die daselbst angeführten drei neueren Beobachtungen von Walther und Schoner darzustellen, und dass er die letztere als diejenige beibehält, welche die bessere Darstellung gab. Die drei Beobachtungen sind die folgenden:

1. Walther: 1491 September 8, 17 ^{h}, Mercur in $163\frac{1}{2}^0$ vom Frühlingspunkt
2. Schoner: 1504 Januar 8, $18\frac{1}{2}^h$, „ „ $273\frac{1}{3}^0$ „ „
3. Schoner: 1504 März 18, $12\frac{1}{2}^h$, „ „ $26\frac{1}{10}^0$ „ „

Mittlere Sonnenlängen nach Copernicus:

1. $176^0\ 47'$ vom Frühlingspunkt
2. $297\ \ 7$ „ „
3. $5\ \ 39$ „ „

Nun folgt:

	Intervall	siderische Bewegung der Sonne	Bewegung des ☿ in Commutation	Nach Copernicus	
1—2	$4505^d\ 3'\ 45''$	$120^0\ 13'\ 34''$	$316^0\ 0'\ 45''$	$120^0\ 14'$	$316^0\ 1'$
2—3	$69\ 31\ 45$	$68\ 31\ 43$	$216\ 0\ 30$	$68\ 32$	$216\ 0$

Nun sind die mittleren Sonnenorte von γ Arietis bezw. $149^0\ 45'\ 6''$, $269^0\ 58'\ 40''$, $337^0\ 44'\ 18''$; da weiter die Abstände des mittleren Frühlingspunktes von γ Arietis, bezw. $26^0\ 20'\ 6''$, $26^0\ 30'\ 26''$ und

$26^0\ 30'\ 35''$, die doppelte Anomalie der Praecession $326^0\ 16'$, $328^0\ 51'$, $328^0\ 53'$ sind, wofür man die Gleichungen $+ 39'$, $+ 37'$, $+ 37'$ findet, so wären die Abstände des wahren Frühlingspunktes von γ Arietis: $26^0\ 59'$, $27^0\ 7'$, $27^0\ 7'$, daher die vom wahren Frühlingspunkte gezählten Längen der Sonne $176^0\ 44'$, $297^0\ 6'$, $4^0\ 52'$, somit die Elongationen: Wahre Länge des Mercur — mittlere Länge der Sonne gleich $13^0\ 14'$, $23^0\ 46'$, $21^0\ 15'$. Diese Elongationen können nun dazu dienen, den Ort des Planeten für die drei verschiedenen Beobachtungen gegenüber der Richtung pP zu bestimmen, wenn nur gewisse beschränkende Annahmen gemacht werden, welche sich aus dem Folgenden unmittelbar ergeben werden.

Um die Verhältnisse besser zu überblicken, soll zu diesem Zwecke der Weg angedeutet werden, auf welchem die Beantwortung des fraglichen Punktes möglich wäre.

In der Hypothese der geradlinigen Bewegung des Mercur im Radius $P_1 P_2$ wird die Entfernung desselben von p für denjenigen Moment, in welchem p der Mittelpunkt des Deferenten, also $m\,c\,p = 2\,(M_1 - \Pi)$ ist,

$$r = a - \alpha \cos 2\,(M_1 - \Pi).$$

Da weiter der Anfang der Bewegung in m ist, wenn die Erde sich in a oder b befindet, und $Oc = e$ zu setzen ist, so wird man die Formeln für den Mercur aus den für die Venus geltenden erhalten, wenn man in letzteren die von b abhängigen Glieder mit entgegengesetzten Zeichen nimmt und r, e an Stelle von a, $3\,b$ setzt. Man hat also für die Berechnung eines Mercurortes:

Mittlerer geocentrischer Ort der Sonne $M_\odot = M_\odot{}^0 + \odot t$

Mittlerer heliocentrischer Ort der Erde $M_1 = 180^0 + M_\odot$

Winkel der Commutation des Planeten $M' = M_0{}' + \mu' t$

$$r = a - \alpha \cos 2\,(M_1 - \Pi)$$

$$R \sin v = r \sin (M' + M_1 - \Pi) + b \sin 2\,(M_1 - \Pi)$$

$$R \cos v = r \cos (M' + M_1 - \Pi) + b \cos 2\,(M_1 - \Pi) + e;$$

und für die Berechnung der geocentrischen Coordinaten ρ und λ: $l = \Pi + v$

$$\rho \sin (\lambda - M_1) = R \sin (l - M_1)$$

$$\rho \cos (\lambda - M_1) = R \cos (l - M_1) - a_0.$$

Setzt man Kürze halber:

$$u = M' + M_1 - \Pi,\ w = 2\,(M_1 - \Pi)$$

so wird man leicht durch Projection der Strecke R auf die Richtung der Apsiden und auf eine dazu senkrechte Richtung die folgenden Formeln ableiten:

1. Für die kreisförmige, gleichmässige, directe Bewegung des Planeten in einem Epicykel:

$$R_1 \sin v_1 = a \sin u + b \sin w - \alpha \sin (u + w)$$

$$R_1 \cos v_1 = a \cos u + b \cos w - \alpha \cos (u + w) + e.$$

2. Für die kreisförmige, gleichmässige, retrograde Bewegung des Planeten im Epicykel:

$$R_2 \sin v_2 = a \sin u + b \sin w - \alpha \sin (u - w)$$
$$R_2 \cos v_2 = a \cos u + b \cos w - \alpha \cos (u - w) + e.$$

3. Für die geradlinige Bewegung im Radius des Deferenten:

$$R \sin v = \tfrac{1}{2} (R_1 \sin v_1 + R_2 \sin v_2)$$
$$R \cos v = \tfrac{1}{2} (R_1 \cos v_1 + R_2 \cos v_2).$$

Differenziert man diese Gleichungen, wobei zunächst a, b, α, e, Π als veränderlich angesehen werden, so erhält man, da $\Delta u = - \Delta \Pi$, $\Delta w = - 2 \Delta \Pi$, $\Delta (u + w) = - 3 \Delta \Pi$, $\Delta (u - w) = + \Delta \Pi$ ist:

$$\Delta R \sin v + R \cos v \, \Delta v = \Delta a \sin u + \Delta b \sin w - M$$
$$\Delta R \cos v - R \sin v \, \Delta v = \Delta a \cos u + \Delta b \cos w + \Delta e - N$$

wo für die drei Annahmen:

1. $M_1 = \Delta \alpha \sin (u + w) + [R_1 \cos v_1 - e + b \cos w - 2 \alpha \cos (u + w)] \Delta \Pi$
   $N_1 = \Delta \alpha \cos (u + w) - [R_1 \sin v_1 + b \sin w - 2 \alpha \sin (u + w)] \Delta \Pi$
2. $M_2 = \Delta \alpha \sin (u - w) + [R_2 \cos v_2 - e + b \cos w + 2 \alpha \cos (u - w)] \Delta \Pi$
   $N_2 = \Delta \alpha \cos (u - w) - [R_2 \sin v_2 + b \sin w + 2 \alpha \sin (u - w)] \Delta \Pi$
3. $M_3 = \tfrac{1}{2} (M_1 + M_2)$; $N_3 = \tfrac{1}{2} (N_1 + N_2)$.

Da nun $\Delta l = \Delta v + \Delta \Pi$ ist, so wird:

$$\Delta R = \Delta a \cos (u - v) + \Delta b \cos (w - v) + \Delta e \cos v - S$$
$$R \Delta l = \Delta a \sin (u - v) + \Delta b \sin (w - v) - \Delta e \sin v - L$$

und es wird für die drei Annahmen:

1. $S_1 = \Delta \alpha \cos (u + w - v_1) - [e \sin v_1 + b \sin (w - v_1) - 2 \alpha \sin (u + w - v_1)] \Delta \Pi$
   $L_1 = \Delta \alpha \sin (u + w - v_1) + [- e \cos v_1 + b \cos (w - v_1) - 2 \alpha \cos (u + w - v_1)] \Delta \Pi$
2. $S_2 = \Delta \alpha \cos (u - w - v_2) - [e \sin v_2 + b \sin (w - v_2) + 2 \alpha \sin (u - w - v_2)] \Delta \Pi$
   $L_2 = \Delta \alpha \sin (u - w - v_2) + [- e \cos v_2 + b \cos (w - v_2) + 2 \alpha \cos (u - w - v_2)] \Delta \Pi$
3. $S_3 = \Delta \alpha \cos w \cos (u - v) - [e \sin v + b \sin (w - v) - 2 \alpha \sin w \cos (u - v)] \Delta \Pi$
   $L_3 = \Delta \alpha \cos w \sin (u - v) + [- e \cos v + b \cos (w - v) + 2 \alpha \sin w \sin (u - v)] \Delta \Pi$

Beim Übergange von den heliocentrischen auf die geocentrischen Coordinaten wird aber

$$\rho \Delta \lambda = - \Delta R \sin (\lambda - l) + R \Delta l \cos (\lambda - l)$$
$$= - \Delta R \sin (\lambda - \Pi - v) + R \Delta l \cos (\lambda - \Pi - v)$$

daher:

$$\rho \triangle \lambda = \triangle a \sin (u - \lambda + \Pi) + \triangle b \sin (w - \lambda + \Pi) - \triangle e \sin (\lambda - \Pi) - \Lambda$$

wo wieder für Λ je nach den drei verschiedenen Annahmen:

$$\Lambda_1 = \triangle \alpha \sin (u + w - \lambda + \Pi) + [-e \cos (\lambda - \Pi) + b \cos (w - \lambda + \Pi) - 2\alpha \cos (u + w - \lambda + \Pi)] \triangle \Pi$$

$$\Lambda_2 = \triangle \alpha \sin (u - w - \lambda + \Pi) + [-e \cos (\lambda - \Pi) + b \cos (w - \lambda + \Pi) + 2\alpha \cos (u - w - \lambda + \Pi)] \triangle \Pi$$

$$\Lambda_3 = \tfrac{1}{2} (\Lambda_1 + \Lambda_2).$$

Aus einer genügenden Anzahl von beobachteten geocentrischen Längen könnte man daher für die drei verschiedenen Hypothesen die den Beobachtungen am besten entsprechenden Correctionen von a, b, e, α, Π finden; selbstredend sind hiezu mindestens fünf Beobachtungen nötig. Da die Coefficienten von $\triangle a$, $\triangle b$, $\triangle e$, $\triangle \alpha$ von der nullten Ordnung sind, während der Coefficient von $\triangle \Pi$ von der ersten Ordnung (mit den Grössen e, b, α multipliciert) ist, so folgt daraus, dass man Abweichungen der berechneten Werte λ von den beobachteten durch Änderungen der a, b, e, α von derselben Ordnung, hingegen nur durch viel stärkere Änderungen der Länge des Aphels (bei ungeänderten a, b, e, α) wegschaffen würde können.

Aus fünf beobachteten geocentrischen Längen würde man in jeder der drei Hypothesen passende Correctionen der Elemente ableiten können; erst sechs Beobachtungen würden einen Schluss gestatten, welcher der drei Hypothesen der Vorzug zu geben ist. Copernicus aber machte von vorneherein die Annahme, dass die verschiedenen Halbmesser ungeändert bleiben. Ex his tribus observatis volumus pro hodierno tempore Mercurii cursus examinare, in quibus concedendum putamus, commensurationes circulorum mansisse a Ptolemaeo etiam nunc, cum et in aliis non inveniantur in hac parte fefellisse priores bonos autores. Si cum his etiam absidis eccentri locum habuerimus, nihil praeterea desideraretur in apparente motu hujus quoque stellae. Assumpsimus autem summae absidis locum in partibus 211 s., hoc est in $28\frac{1}{2}$ gradu signi Scorpii; neque enim minorem licuit acceptari sine praejudicio observatorum (l. c. pag. 389). Da nur drei Beobachtungen zur Prüfung vorliegen, so würde dieselbe auf dem oben angedeuteten Wege undurchführbar; die von Copernicus gewählte ist mit Rücksicht auf die beschränkende Annahme über die Werte der a, b, e, α unvollständig; doch ist zu vermuten, dass er mit verschiedenen Werten von Π für jede der drei Hypothesen die Rechnung durchführte und den Wert $\Pi = 211^0\,30'$ und die Bewegung in der geraden Linie $P_1 P_2$ als die die Beobachtungen am besten darstellende Hypothese beibehielt. Als Constante der Commutation für Christi Geburt folgt überdies mit der täglichen Bewegung derselben $46^0\,24'$. Von einer neuer-

lichen Durchführung der Rechnung im angedeuteten Sinne mit Benützung der angeführten Formeln muss mit Rücksicht auf die Unsicherheit der gegebenen Daten abgesehen werden. Die Formeln für die Berechnung eines Mercurortes sind auf pag. 88 angeführt.

Aus der Vergleichung der Resultate seiner eigenen Beobachtungen mit denjenigen der Ptolemäischen, fand Copernicus eine siderische Bewegung der Apsiden, unabhängig von der Praecession: Interim (seit Ptolemäus) quoque et summae absidis locus eccentri promotus est sub non errantium stellarum sphaera, quem credebat Ptolemaeus eodem modo fixum, at nunc apparet ipsum moveri ....*) Allerdings entsprechen die erhaltenen Bewegungen der Apsiden durchaus nicht der Wahrheit; Copernicus fand für Saturn 1^0 in 100 Jahren, für Jupiter sehr nahe 1^0 in 300 Jahren, für Mars 1^0 in 130 Jahren, für Venus lagen keine neueren Beobachtungen vor; für Mercur 1^0 in 63 Jahren. Für die Berechnung eines Planetenortes ist daher der zu verwendende Wert der Länge des Aphels $\Pi = \Pi_0 + \pi t$.**)

Die Planetentafeln mitzutheilen, erscheint mir hier unnötig, da durch die Säcularausgabe der Revolutionen das Werk des Copernicus allgemein zugänglich wurde, und daher die Tafeln leicht eingesehen werden können. Ich begnüge mich daher mit den folgenden Andeutungen.

Über die Tafel der Libration der Äquinoctien und der Schiefe ist bereits pag. 67 einiges erwähnt worden; ergänzt mag noch werden, dass nebst dem Werte von y für die Schiefe auch der Wert x der Libration der Äquinoctien mit dem Argumente $A = 13^0\,30' + 754''806\ t$ tabuliert erscheint.

Die Sonnentafel enthält nebst der Prosthaphaeresis orbis = Mittelpunktsgleichung (deren Maximalwert $1^0 51'$ ist) auch die Schwankung des Apogäums und der Excentricität; mit dem Argumente Anomalie der Libration der Äquinoctien A (s. pag. 70) gibt die Tafel die Prosthaphaeresis centri x und die scrupula proportionalia $(e - e_2) : (e_1 - e_2) = (e - 0{\cdot}0321) : 0{\cdot}0093 = p$. Weiter gibt die Tafel mit dem Argumente $M' = M + x$ (wegen Libration corrigierte mittlere Anomalie) den Wert $y\,(e_2)$ für die kleinste Excentricität e_2 und die zu dieser Anomalie gehörigen Differenz der y für den grössten und kleinsten Wert von e, also $y\,(e_1) - y\,(e_2)$ = Excessus. Unter der Annahme, dass für jede Anomalie $\dfrac{y\,(e) - y\,(e_2)}{y\,(e_1) - y\,(e_2)} = \dfrac{e - e_2}{e_1 - e_2} = p$ ist, wird dann für irgend-

*) Lib. V, Cap. VII, pag. 339.

**) Mit den Copernicanischen Werten würde folgen:

	Saturn	Jupiter	Mars	Venus	Mercur
Π_0	$224^0\,55'$	$154^0\,9'$	$107^0\,52'$	$48^0\,20'$	$182^0\,55'$
π	$+\,36''$	$+\,10''$	$+\,28''$	—	$+\,57''$

eine Anomalie $y\,(e, M) = y\,(e_2, M) + p.\,[y\,(e_1) - y\,(e_2)]$ = Prosthaphaeresis orbis + scrupula proportionalia × Excessus. Der Maximalwert des Excessus ist gleich 33′ angenommen.

Für die Mondtafel sind mit dem Argumente $2\,D$ die Prosthaphaeresis epicycli secundi y und die minuta proportionalia $p = \frac{\tau - \tau_2}{\tau_1 - \tau_2}$ tabuliert, wo $\tau_2 = r - r_1$ und $\tau_1 = r + r_1$ bez. den Maximal- und Minimalwert von τ vorstellen. Weiter ist mit dem Argumente $A + y$ die Prosthaphaeresis epicycli primi, d. h. der Wert von x für den kleinsten Wert τ_2, und der Excessus, d. h. die Differenz zwischen diesem und dem zur selben Anomalie und dem Werte τ_1 gehörigen Werte von x, also $x\,(\tau_1, M) - x\,(\tau_2, M)$, tabuliert. Unter der Annahme, dass für jedes Argument M: $\frac{x\,(\tau) - x\,(\tau_2)}{x\,(\tau_1) - x\,(\tau_2)} = \frac{\tau - \tau_2}{\tau_1 - \tau_2} = p$ ist, wird dann

$$x\,(\tau, M) = x\,(\tau_2, M) + p\,[x\,(\tau_1, M) - x\,(\tau_2, M)]$$
$$= \text{Prosth. epicycli primi} + \text{part. prop.} \times \text{Excessus.}$$

Die Planetentafeln wären, wenn wir zunächst die drei oberen Planeten ins Auge fassen, äusserst einfach, wenn sich Copernicus, wie dieses jetzt immer geschieht, auf die Tafeln zur Berechnung der heliocentrischen Örter beschränkt, und den Übergang auf den geocentrischen Ort der Rechnung überlassen hätte. Dann wäre nur die einfache Ungleichheit $x + y$ und der Radiusvector R mit dem Argumente M zu tabulieren gewesen. Allein dem bis dahin üblichen Gebrauche gemäss, wurde die Tafel sofort dahin ausgearbeitet, dass man unmittelbar den geocentrischen Ort erhielt. Dadurch wurde für die Anlage der Tafel wieder die frühere Anordnung nötig, wobei nur die Bedeutung der einzelnen Colonnen gemäss dem geänderten Systeme auch etwas andere wurden. Die erste Colonne (Prosthaphaeresis eccentri) gibt die Ungleichheit $I = x + y$ mit dem Argumente M; die drei übrigen Colonnen dienen zum Übergange vom heliocentrischen auf den geocentrischen Ort. Natürlich kann die Handsamkeit und Übersichtlichkeit der Tafel nur auf Kosten der Genauigkeit erhöht werden, indem auch Copernicus die Annahme macht, dass sich die Differenzen der Bahnparallaxen (Parallaxis orbis $= \lambda - l = p$) wie die Differenzen der heliocentrischen Entfernungen verhalten, eine Annahme, welche sich mit den von den früheren Astronomen gemachten Annahmen deckt, deren Unzulänglichkeit aber erst hier völlig klar in die Augen springt. Man hat also hienach

$$(p - p_1) : (p_2 - p_1) = (R - R_1) : (R_2 - R_1).$$

Ist R_2 die grösste, R_1 die kleinste heliocentrische Entfernung, welche für kleine Werte von e und b, wie sie hier auftreten, gleich $a\,(1 + \varepsilon)$

und $a\ (1 - \varepsilon)$ sind,*) so dass $R_2 - R_1 = 2\,a\,\varepsilon = \frac{4}{3}\,e$ ist, so werden die scrupula proportionalia $(R - R_1) : \frac{4}{3}\,e = \Pi$ mit dem Argumente M tabuliert werden können, und es wird

$$p = p_1 + \Pi\,(p_2 - p_1).$$

Da diese Gleichung für jeden beliebigen heliocentrischen Ort als giltig angenommen wird, so wird p_1 (Parallaxis orbis) und $p_2 - p_1$ (Excessus parallaxeos) tabuliert (Colonnen III und IV) mit dem Argumente: Wahre heliocentrische Länge des Planeten — heliocentrische Länge der Erde. Dann wird

$$p = \text{III} + \Pi\,\text{IV}.$$

Es geht jedoch hieraus hervor, dass der Mangel der Tafeln, die „Tafelfehler" vielleicht weniger der Theorie, als der Anlage derselben zuzuschreiben ist, indem die grössten Tafelfehler durch die Tafeln für den Übergang vom heliocentrischen auf den geocentrischen Ort entstanden sein mögen.

Die Anlage der Tafeln für die beiden unteren Planeten nach den pag. 85 und 88 angegebenen Formeln wäre keineswegs so einfach, da die Werte von v und R von zwei Argumenten $M' + M_1 - \Pi$ und $M_1 - \Pi$ abhängen. Eine andere Anordnung würde sich folgendermassen ergeben: Aus den Gleichungen für $R\cos v$ und $R\sin v$ erhält man leicht für den Mercur:

$$R\cos(l - M_1) = r\cos M' + (e + b)\cos(\Pi - M_1)$$
$$R\sin(l - M_1) = r\sin M' + (e - b)\sin(\Pi - M_1)$$

woraus

$$\rho\cos(\lambda - M_1) = r\cos M' - a_0 + (e + b)\cos(\Pi - M_1)$$
$$\rho\sin(\lambda - M_1) = r\sin M' + (e - b)\sin(\Pi - M_1)$$

folgt; ersetzt man hier b durch $-b$ und e durch $3\,b$, sowie r durch a, so folgt für die Venus:

$$\rho\cos(\lambda - M_1) = a\cos M' - a_0 + 2\,b\cos(\Pi - M_1)$$
$$\rho\sin(\lambda - M_1) = a\sin M' + 4\,b\sin(\Pi - M_1)$$

wodurch der Übergang auf die geocentrischen Coordinaten direct, aber ebenfalls, wie nicht zu vermeiden, mittels zweier Argumente vermittelt erscheint. Offenbar hielt aber Copernicus seine Darstellung für praktisch mit der Ptolemäischen identisch, denn die Tafeln sind mit geringfügigen numerischen Änderungen den Ptolemäischen gleich. Die Änderungen resultieren durch die Verschiedenheit der Constanten, indem

für die Venus	Ptol.	Cop.	für den Mercur	Ptol.	Cop.
a	0·7196	0·7193	a	0·3751	0·3763
e	0·0213	0·0208	$e + b$	0·0995	0·0948
			$2\,a$	0·0497	0·0380

*) $a + e - b = a + \frac{2}{3}\,e$ und $a - e + b = a - \frac{2}{3}\,e$; die Werte folgen übrigens auch aus der Formel für R auf pag. 80, wenn ε^2 vernachlässigt wird.

ist. Es sind demgemäss auch die Tafeln für die beiden unteren Planeten in derselben Weise angelegt und zu benützen wie diejenigen der oberen Planeten.

Auch die Theorie der Breitenbewegung erhielt durch Copernicus eine Vereinfachung. Dieselbe erstreckt sich jedoch nur auf diejenigen theoretischen Erörterungen, welche sich durch die Wahl des heliocentrischen Systemes ergibt, während alle jene Complicationen, die sich als Folge von Beobachtungsfehlern in das Ptolemäische System eingeschlichen hatten, auch bei Copernicus und selbst bei den späteren Astronomen bis Kepler auftreten. Infolge derselben wird auch die Theorie verschieden für die oberen und unteren Planeten, während doch thatsächlich ein Unterschied nicht besteht.

1. Für die oberen Planeten. Die Bahnebene ist gegen die Erdbahn geneigt; die Knotenlinie steht nicht senkrecht auf der Richtung der Apsiden; die grössten Breiten sind: für Saturn in $B_0 = 217^0$, für Jupiter in $B_0 = 207^0$, für Mars in $B_0 = 117^0$.*) Doch ist die Neigung nicht constant, und schwankt zwischen gewissen Grenzen innerhalb der Periode eines synodischen Umlaufes. Auch hier ist die Abhängigkeit der Planetenbewegung von der Umlaufszeit der Erde besonders auffällig; aber gerade durch das wiederholte Auftreten dieser Verquickung erschien dieselbe vielleicht im Anfange weniger befremdlich.

Die grösste Neigung findet zur Zeit der Opposition statt, die kleinste Neigung zur Zeit der Conjunction; sind die Maximal-, bezw. Minimalneigung i_1 und i_2, und setzt man $\frac{1}{2}(i_1 + i_2) = i_0$; $\frac{1}{2}(i_1 - i_2) = i'$, so wird die Neigung für einen beliebigen Moment

$$i = i^0 + i' \cos M',$$

und die jeweilige Breite des Planeten ist mit diesem Werte der Neigung zu berechnen. Die heliocentrische Breite folgt aus:

$$\sin b = \sin i \cos (l - B_0)$$

und die geocentrische aus:

$$\sin \beta = \frac{R}{\rho} \sin b = \frac{R}{\rho} \cos (l - B_0) \sin i.$$

Die Bestimmung der Neigung nimmt Copernicus ebenso wie Ptolemäus aus den beobachteten nördlichen und südlichen geocentrischen Breiten in denjenigen Oppositionen vor, wo dieselben ihren grösstmöglichen Wert erreichen, wo also die Länge des Planeten B_0 oder $180 + B_0$ ist. Ist $a\,b$ (Fig. 10) der Schnitt der Erdbahn mit der Zeichnungsfläche, $c\,d$ der Schnitt der Planetenbahn mit derselben, i_1 die Neigung in der

*) Es heisst hier 27⁰ Leonis; nach der späteren Rechnungsvorschrift muss es 27⁰ Cancri heissen, da der Unterschied zwischen Apogäum und nördlichstem Punkt der Breite gleich Null angenommen wird.

Opposition, so hat man, wenn ef den Halbmesser der Erdbahn bezeichnet: $cfa = \alpha$, $dgb = \beta$, die beobachteten Breiten in den Oppositionen, und man hat, wenn $R_1 R_2$ die Radienvectoren und ρ_1, ρ_2 die geocentrischen Distanzen des Planeten für die zugehörigen Längen (B_0 und $B_0 + 180^0$) sind,

$$\sin i_1 = \frac{\rho_1}{R_1} \sin \alpha; \quad \sin i_1 = \frac{\rho_2}{R_2} \sin \beta.$$

i_1 muss sich aus beiden Beobachtungen identisch ergeben. Beispielsweise führt Copernicus für den Mars an: $\alpha = 4^0\,30'$; $\beta = 6^0\,50'$; da $R_1 = 1{\cdot}666$, $R_2 = 1{\cdot}374$ angenommen wird, so folgt aus beiden Beobachtungen $i_1 = 1^0\,51'$.

Der Wert i_2 kann selbstverständlich nicht direct beobachtet werden, da in der Conjunction der Planet nicht gesehen wird, doch konnte derselbe aus Beobachtungen abgeleitet werden, die weit ausserhalb der Opposition waren. Dass auf die Verschiedenheit der erhaltenen Werte i_2 und i_1 Beobachtungsfehler von massgebendem Einflusse waren, ist schon erwähnt worden; doch sind in Anbetracht der Kleinheit der auftretenden Grössen auch Fehler in den Annahmen über die übrigen Elemente (aus denen ρ, R folgt) von wesentlicher Bedeutung.

Führt man in die Formel für β den Wert für i ein, so wird:

$$\sin \beta = \frac{R}{\rho} \cos (l - B_0) \sin [i_0 + i' \cos M'].$$

Eine Entwicklung nach i' ist nicht durchführbar, weil i' keineswegs als Grösse höherer Ordnung der Kleinheit anzusehen ist, wie i_0. Es ist

für Saturn:	$i_0 = 2^0\,30'$;	$i' = 14'$
„ Jupiter:	$1\ 30$;	12
„ Mars:	$1\ 0$;	51.

2. Für die unteren Planeten bleibt auch bei Copernicus der Unterschied zwischen ἔγκλισις und λόξωσις bestehen, sowie er auch die stets in demselben Sinne stattfindenden Abweichungen (bei Venus nach Norden, bei Mercur nach Süden) als reell ansieht und beibehält. Die aus diesen Neigungen hervorgehenden Breiten nennt er Declinatio, Obliquatio oder Reflexio und Deviatio. In der Copernicanischen Theorie gehen jedoch die beiden Neigungen ineinander über durch eine Schwankung um die gemeinschaftliche Knotenlinie, welche für die beiden unteren Planeten mit der Apsidenrichtung zusammenfällt. Copernicus sagt auch: „itaque nomine potius differunt quam re“.

Die Declination findet statt, wenn die heliocentrische Länge der Erde um 90° grösser oder kleiner ist, als die Länge der Knoten, d. h. wenn die heliocentrische Länge der Erde gleich B_0 oder $B_0 + 180^0$ ist. Ist diese Neigung i_1, so ist die Breite des Planeten in der Länge l

$$\sin \varepsilon = \frac{a + \alpha}{\rho} \cos (l - B_0) \sin i_1;$$

für den Mercur ist $\alpha = 0$. Hieraus kann man auch, wenn ε beobachtet ist, i_1 finden; es ergibt sich für die Venus $i_1 = 2^0 30'$; für den Mercur: $i_1 = 6^0 15'$.

Die Obliquation oder Reflexion ist die Breite des Planeten, wenn die Erde sich in der Richtung der Knotenlinie befindet. Die Grösse der Neigung in dieser Stellung findet Copernicus aus den beobachteten Breiten in den grössten Digressionen. Hier aber ergab sich eine Schwierigkeit dadurch, dass die nördlichen und südlichen Breiten beträchtlich verschieden gefunden worden waren. Copernicus nimmt als Mittelwert, ohne auf weitere theoretische Complicationen einzugehen. den Betrag $2^0 30'$ für beide Planeten an. Da nun in dieser Stellung der Erde für die Breite des Planeten in der Länge l

$$\sin \lambda = \frac{a - \alpha}{\rho} \sin (l - \Omega) \sin i_2$$

folgt, und für die grösste Digression d einfach $l - \Omega = 90^0 - d$ zu setzen ist, so kann man, wenn λ gegeben ist, i_2 finden. Es folgt mit $\lambda = 2^0 30'$ für i_2: für die Venus $3^0 29'$ daher eine Schwankung der Neigung um die Knotenlinie im Betrage von 1^0; für den Mercur 7^0, daher eine Schwankung von $45'$. Dabei wurde für die Entfernung der Erde die mittlere Entfernung 10000 angenommen, während für dieselbe 10000 ± 208, für die Venus und $10000 \pm (e + b)$ für den Mercur anzunehmen ist, je nachdem die Erde in dem auf- oder niedersteigenden Knoten ist. Für die Venus würde in der grössten Entfernung 10208 mit dem gefundenen Werte von $i_2 : \lambda = 2^0 27'$, in der kleinsten Entfernung $9792 : \lambda = 2^0 34'$ folgen; sed nec III nec IV scrupula tanti sunt, quae instrumentorum astrolabicorum artificio caperentur; bene ergo se habet, quae putabatur maxima latitudo deflexionis in stella Veneris (l. c. pag. 432). Für den Mercur ergibt sich mit dem obigen Werte von i_2 für die grösste Entfernung $10948 : \lambda = 2^0 17'$, für die kleinste Entfernung $9052 : \lambda = 2^0 45'$. Differt igitur ab ea, quae secundum mediam rationem, latitudinis digressione, hic quoque partium II s. assumpta, quae in apogaeo, ad minimum scrupulis XIII, quae vero in perigaeo, ad maximum scrupulis XV, pro quibus in calculatione juxta mediam rationem unius partis quadrante, secundum sensum ab observatis non differente, hincinde utemur (l. c. pag. 432). Also auch hier derselbe Weg, wie bei Ptolemäus.

Die Deviation ist eine Abweichung in der Breite, derzufolge der Planet durch eine eigenthümliche Schwankung stets nach derselben Seite abgelenkt erscheint. Sei (Fig. 11) $fsgr$ die mittlere Bahnebene, deren Knotenlinie fg ist. Gegen diese ist die wirkliche Bahnebene str um

einen kleinen Winkel geneigt; wenn die Erde in a ist, so wird der Planet irgendwo in seiner Bahn, z. B. in t sein, z. B. oberhalb der mittleren Bahnebene flg, deren Lage durch die ἔγκλισις, bezw. λοξώσις bestimmt ist. Während die Erde von a nach b kommt, rückt der Planet weiter gegen den Knoten r der Deviation, dabei wird aber die Neigung der Bahn rst gegen fgr abnehmen, und wenn die Erde in b selbst ist, so würde die Neigung trg gleich Null geworden sein; rückt die Erde in ihrer Bahn und der Planet in der seinigen weiter, so würde die Bahnebene trs sich im selben Sinne weiterbewegen, daher der Punkt t nunmehr unterhalb der mittleren Bahnebene flg liegen, folglich derjenige Theil der Bahn, in welchem sich der Planet eben befindet, wieder oberhalb, so dass der Planet stets auf dieselbe Seite verschoben erscheint. Da der Planet im Knoten erscheint, so oft die Erde in b oder d ist (eigentlich im höchsten Punkte, so oft die Erde in a oder c ist) so wird die Periode der Schwankung ein Jahr sein; indem aber in dieser Zeit der Planet nicht in denselben Punkt seiner Bahn zurückkommt, so werden die Punkte der grössten Deviation, bezw. die Punkte, für welche der Planet durch den Knoten geht, keine feste Lage haben können, sondern es wird die Knotenlinie rs fortrücken, derart, dass der Winkelabstand derselben von dem mittleren heliocentrischen Planetenorte gleich dem Abstande der Erde von b, bezw. d ist. Doch ist es durchaus nicht nötig, die Lage des Knotens speciell anzugeben, da es nur auf die Breite selbst ankommt, und diese von dem Abstand des Planeten vom Knoten, d. i. also von dem Orte der Erde abhängt. Die Grösse der Deviation wird demnach für die Venus $+[10' \cos(M_1 - \Pi)]$, für den Mercur $-[45' \cos(M_1 - \Pi)]$, wenn man unter $[a]$ den stets positiven Wert von a versteht.

Dieser im zweiten Capitel des sechsten Buches gegebenen Erklärung, welche sich mutatis mutandis der Ptolemäischen anschliesst, ist im achten Capitel eine andere entgegengesetzt, derzufolge die Deviation dadurch entsteht, dass der Mittelpunkt der Planetenbahn (p in Fig. 9) nicht in der Ekliptik liegt, sondern stets ausserhalb derselben, und zwar auf derselben Seite, so dass die instantane Bahnebene, deren Lage durch die Declination und Reflexion bestimmt ist, parallel mit sich selbst um einen gewissen Betrag verschoben erscheint. Abstrahiert man zunächst von der Declination und Reflexion, d. h. nimmt man die Bahnebene parallel der Ekliptik an, so wird eine Verschiedenheit der Deviation in der oberen und unteren Conjunction folgen. Bei der Venus ist $\sphericalangle bag$ (Fig. 12) gleich $10'$, daher für $ba = 10000$ (die Verschiedenheit, welche von den Excentricitäten $2b$ und $e \pm b$ herrührt, kann hier, wo es sich um sehr kleine Winkel handelt, übergangen werden), $gb = 291$; für den Mercur ist $\sphericalangle bag$ gleich $45'$, daher $gb = 1309$.

Hiemit würde aber dann für die

Venus

obere Conjunction . . . . . $ca = 17193$, $eac = 5' 49''$
untere Conjunction . . . . . $da = 2807$, $fac = 35' 38''$

Mercur

obere Conjunction . . . . . $ca = 13573$, $eac = 33' 9''$
untere Conjunction . . . . . $da = 6427$, $fac = 70' 1''$

Copernicus erhält für Venus 6′ und 15′; dabei scheint irrtümlich $ad = 7193$ angenommen zu sein, wofür sich allerdings 13′ 54″ ergibt. Die Differenz zwischen diesen Werten vernachlässigt er, als innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler gelegen. Für den Mercur ist die Differenz bedeutend grösser; Copernicus findet 33′ und 70′, doch fallen diese Werte in jenen Theil der Bahn, in welchem die Beobachtungen wegen seiner Sonnennähe unmöglich sind, während die thatsächlich möglichen Beobachtungen in jenen Theil der Bahn fallen, wo die Deviation ihren mittleren Wert 45′ hat. Nichtsdestoweniger rechnet Copernicus die Deviation für verschiedene Commutationen; es ist nämlich 33′ die Deviation für die Commutation 180°, 70′ für die Commutation 0° und allgemein die Deviation $\delta = gb : \rho$.

Der Ptolemäischen Theorie zufolge unterliegt jedoch die Deviation einer Schwankung von der Periode eines Jahres. Diesem Umstande trug Copernicus dadurch Rechnung, dass er annahm, die Entfernung gb sei veränderlich, die Maximalentfernung finde statt, wenn die Erde durch das Aphel bez. Perihel (oder was dasselbe ist, durch die Knoten) der Planetenbahn geht, dass aber dieser Abstand 0 ist, wenn die Länge der Erde um 90° von der Länge der Apsiden verschieden ist. Der zu einer gegebenen Commutation gehörige Wert der Deviation δ ist also wieder mit einem Reductionsfactor, der hier $\cos (M_1 - \Pi)^2$ ist, zu multiplicieren, welcher als scrupula proportionum deviationis bei den Tafeln der Breiten aufgenommen erscheint.

Die instantane Neigung der Planetenbahn wird stets zwischen der Declination und Reflexion liegen, und könnte daher im heliocentrischen System in viel einfacherer Weise Berücksichtigung finden, als in dem geocentrischen System, da man zunächst den Wert der instantanen Neigung wie bei den oberen Planeten interpolieren könnte; doch zog es Copernicus vor, die ältere Anordnung der Tafeln beizubehalten, die Declination und Reflexion für sich zu tabulieren, und genau so wie bei den älteren Planetentafeln die Breiten zu berechnen. Hierüber ist daher nichts weiteres anzuführen;*) es ist nur zu bemerken, dass für die Deviation die zu der gegebenen Commutation gehörige zu verwenden ist. Für die Argumente der Breiten hat man für die oberen Planeten, wenn die Anomalia coaequata

*) Man sehe hierüber pag. 46.

$= C$ gesetzt wird: für Saturn: $C + 50^0$, für Jupiter: $C - 20^0$, für Mars: C. Doch scheinen hier die Zahlen 50 und 20 zu vertauschen,*) denn es ist

$C = l - \Pi$; Arg. der Breite $= l - B_0 = C + (\Pi - B_0)$

und es ist nach Copernicus

	Π	B_0	$\Pi - B_0$
für Saturn	$240^0\ 20'$	217^0	$+ 23^0$
„ Jupiter . . .	159	207	$- 48$
„ Mars	119 51	117	$+ 3$;

für die unteren Planeten fällt die Knotenlinie in die Apsidenrichtung.

Es darf hier nicht unerwähnt bleiben, dass bereits Copernicus eine Generalisierung der irdischen Schwere als einer allgemeinen, auf allen Himmelskörpern auftretenden Erscheinung, concipierte. Es ist noch keine Anziehung der Himmelskörper durch die Sonne, aber eine Anziehung aller zu einem Planeten gehöriger Theile desselben durch diesen. Equidem existimo, gravitatem non aliud esse quam appetentiam quandam naturalem, partibus inditam a divina providentia Opificis universorum, ut in unitatem integritatemque suam sese conferant in formam globi coeuntes. Quam affectionem credibile est etiam Soli et Lunae caeterisque errantium fulgoribus inesse, ut ejus efficacia in ea qua se repraesentant, rotunditate permaneant.

Zu den ersten Anhängern des Copernicanischen Systems gehörten: G. J. Rhaeticus,**) der in einem Briefe an Schoner eine kurze Zusammenfassung des heliocentrischen Systems gibt, welche als „Narratio prima“ den späteren Ausgaben der Revolutionen beigedruckt wurde, und Erasmus Reinhold,***) welcher eine Neuausgabe der Theoricae novae planetarum G. Purbachii, mit wertvollen Noten und Ergänzungen versehen,†) besorgte. Er berechnete, unter Zugrundelegung des Copernicanischen Systems neue Planetentafeln für den Meridian von Königsberg. Diese

*) Es muss also lauten: für Saturn: $C + 20^0$, für Jupiter: $C - 50^0$, für Mars: C; Vgl. pag. 48 und I. Bd. pag. 155.

**) Joachimus Rhaeticus, geb. 15. Februar 1514 in Feldkirch in Vorarlberg, wurde 1537 Professor der Mathematik in Wittenberg, gieng 1539 zu Copernicus nach Frauenburg, mit dem er bis 1541 arbeitete; dann kehrte er nach Wittenberg zurück, lehrte später in Leipzig und starb am 4. December 1576 auf einer Reise nach Kaschau.

***) Geboren am 21. October 1511 zu Saalfelden in Thüringen, gab 1551 seine Tabulae prutenicae coelestium motuum heraus, welche er seinem Gönner Albert von Brandenburg, Herzog von Preussen, widmete. Er starb am 19. Februar 1553 als Professor in Wittenberg.

†) Weidler (pag. 353), Wolf und auch Littrow in der deutschen Ausgabe von Whewells Geschichte der inductiven Wissenschaften (I, pag. 430) bemerken, dass Reinhold für einen Epicykel des Mondes und auch für die Mercurbahn ein Oval substituierte. In der Ausgabe von 1542 ist die wahre, aus der epicyklischen Bewegung des Mondes resultierende Mondbahn, wie schon pag. 66 erwähnt, dargestellt, aber keineswegs als Oval, sondern mehr Lemniscatenähnlich.

unterscheiden sich von den Copernicanischen nicht in der Anlage, sondern nur in den Constanten, welche er neu bestimmte, sowie hauptsächlich durch die erhöhte Genauigkeit und grössere Handsamkeit. Copernicus gibt in seinen Tafeln nur Grade und Minuten; Reinhold gibt bereits Secunden. Dem entsprechend werden auch die Intervalle der Tafelwerte bedeutend enger: Während bei den ersteren das Intervall 3^0 ist, ist es bei den letzteren 1^0; überdies gibt Reinhold, um den Gebrauch zu erleichtern, auch die Tafeldifferenzen. Doch ist nach der Ausführlichkeit, mit welcher die Copernicanische Theorie behandelt wurde, hier nichts Wesentliches hinzuzufügen.

Das Copernicanische System brachte nicht gleich die Vortheile, die wir heute in demselben finden, denn noch waren die Kreisbahnen das erklärende Element und die Ungleichheiten mussten durch Epicykeln erklärt werden. Dadurch wurde das System allerdings nicht schlechter, sondern nur complicierter gemacht, denn durch Superposition einer genügenden Anzahl von Epicykeln kann jede periodische Bewegung dargestellt werden. Sei A_1 der Mittelpunkt eines Kreises vom Halbmesser a_1, in dessen Umfange sich ein Punkt A_2 bewegt, der selbst Mittelpunkt eines zweiten Kreises vom Halbmesser a_2 ist, in dem sich ein dritter Punkt A_3 bewegt; dieser kann wieder Mittelpunkt eines dritten Kreises vom Halbmesser a_3 sein, u. s. w. Seien nun die Winkel, welche die Richtung $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, ... mit einer festen Richtung $A_1 x$ einschliessen, α_1, α_2, α_3 ... so hat man für die Coordinaten des n^{ten} Punktes A_n, bezogen auf die gegebene Richtung $A_1 x$ und auf eine dazu senkrechte Richtung:

$$x = a_1 \cos \alpha_1 + a_2 \cos \alpha_2 + a_3 \cos \alpha_3 + \ldots + a_{n-1} \cos \alpha_{n-1}$$
$$y = a_1 \sin \alpha_1 + a_2 \sin \alpha_2 + a_3 \sin \alpha_3 + \ldots + a_{n-1} \sin \alpha_{n-1}.$$

Sind nun $\alpha_1, \alpha_2 \alpha_3 \ldots$ der Zeit proportionale Winkel, gleich $M_1 + n_1 t$, $M_2 + n_2 t$, $M_3 + n_3 t$ .... so wird die Bewegung der einzelnen Punkte in ihren bezüglichen Kreisen gleichförmig sein, und die Bewegung wird eine epicyklische im Ptolemäischen Sinne. Man sieht daraus, dass die Entwicklung jeder Bewegung nach Vielfachen gegebener Winkel nichts anderes ist, als die Darstellung der wirklichen Bewegung durch eine Superposition einer Reihe von Epicykeln, wobei allerdings für jede der Coordinaten (Bewegung in Länge, in Breite und für die Darstellung der Entfernungen) ein eigenes Epicykelsystem nötig würde. Man könnte vielleicht mit Rücksicht auf das Gesagte den Satz aussprechen, dass, sowie es von Ptolemäus bis Kepler gelang, die geometrischen Conceptionen der epicyklischen Bewegungen durch andere, einfache, gesetzmässige Figuren zu ersetzen, so auch die Zukunft der theoretischen Astronomie in der Entfernung der jetzt üblichen algebraischen oder analytischen Epicykeln, durch andere, in einfacher, gesetzmässiger Form darstellbare Functionen gelegen ist.

III.

TYCHO BRAHE. GALILEI.

Wie bereits pag. 61 erwähnt wurde, gebürt das Hauptverdienst um die Verbreitung der Copernicanischen Lehre der Kirche und nicht zum mindesten dem aufgeklärten Papst Paul III. Es war jedoch eine Zeit politischer Wirren, die Verbreitung der Reformation; und derselbe Papst, der wahres Wissen so edelmütig förderte, bestätigte aus politischen Motiven den Jesuitenorden, dessen wichtigste Aufgabe es werden sollte, der Ausbreitung des den Besitzstand der Kirche gefährdenden Protestantismus entgegenzutreten. Es bestand gewiss keine engere Beziehung, kein organischer Zusammenhang zwischen den Lehren Martin Luthers und Nicolaus Copernicus, aber in einem gleichen sich die Lehren beider Männer: sie traten gegen alte, festgewurzelte Dogmen auf; Martin Luther fiel der politische Theil, Nicolaus Copernicus der wissenschaftliche Theil der Revolution zu. Sowie aber die politischen Wirren sich mehrten und staatsmännische Klugheit eine entschiedene Stellungnahme gegen die reformatorischen Bestrebungen lauter gebot, konnte es nicht ausbleiben, dass die Copernicanische Lehre in der nächsten Zeit ebenfalls mannigfachen Anfechtungen ausgesetzt war. Man kann keineswegs annehmen, dass das Zusammenfallen der Reformation mit der Veröffentlichung der Copernicanischen Anschauung dieser letzteren zum Schaden gereichte; mit mehr Recht könnte man vielleicht das Gegentheil behaupten und das Zusammenfallen beider parallel, aber völlig getrennt verlaufenden Erscheinungen für mehr als zufällig halten. Die Unterstützung, welche Copernicus bei der Kirche fand, hatte er vielleicht nicht zum mindesten dem Umstande zu verdanken, dass er ja selbst Geistlicher war. Er veröffentlichte sein System am Abende seines langen Lebens, wo er fast am Ende seiner Pilgerfahrt angelangt war, und vielleicht ersparte ihm der Tod ein Schicksal, wie es später Galilei beschieden war. Aber noch am Todtenbette hatte er das erste Exemplar seines gedruckten Werkes übernommen, und somit war dasselbe für immer der Nachwelt erhalten.

Wenige Jahre später hatte Papst Paul IV. den index librorum prohibitorum angelegt.

Fast genau zweihundert Jahre nach dem Erscheinen der Revolutionen erschien die „Dissertatio de Cometis. Habita a P. P. Soc. Jesu in Collegio Romano Anno 1746“ von Boscowich. In der Einleitung schreibt der Autor die folgenden Worte:

Newtonus quidem terram movet. At nos sacrarum litterarum testimonia venerati et Sacrae Romanae Inquisitionis decretis obsequentes immotam statuemus, ejusque motum nonnisi in speciem tantum retinemus facilioris delineationis gratia, illud simul demonstrantes, sive terra circa solem moveatur, sive cum sole cometarum orbitae circa terram immotam circumferantur eadem prorsus phaenomena provenire, easdem motuum causas ac vires corporum perseverare.

In den Opera*) findet sich hiezu noch die folgende Bemerkung:

Hic hujus Dissertationis locus, ut et quaecumque inferius proferentur pertinentia ad motum terrae, exigit, ut animum advertat lector ad locum et tempus primae impressionis hujus Dissertationis, quae pro annua thesi proposita fuit Romae anno 1746, antequam ex Indice novo librorum prohibitorum impresso post Congregationem ad ejus examen peculiariter deputatam, re ad trutinam diligenter revocata expunctus est titulus, qui in praecedentibus aderat, libri omnes qui affirmant Telluris motum. Et quidem illud est omnino falsum, quod nunc vulgo affirmari solet, Copernicanum systema nunc demum haberi pro vero ab omnibus Academiis, ab omnibus in Astronomia mechanica in Physica genuina vel leviter initiatis. Illud, quod nunc habetur pro vero, nec Tychonicum est, nec Copernicanum, sed Newtonianum, in quo sol ipse motum habet non solum circa axem proprium immoto centro, sed translatitium, minorem quidem quam planetae minores, sed adhuc satis ingentem, cum gravitas generalis non permittat quietem, nisi soli centro gravitatis communi planetarum omnium et cometarum a quo saepe solis centrum distat multo magis, quam luna a terra . . . . .

Dieses war 200 Jahre nach dem Tode Nicolaus Copernicus', und 30 Jahre nach dem Tode Newtons! In diesen Worten liegt nun ein kaum verhülltes Bekenntnis; diese Form — nur den Wissenden verständlich — war unbedenklich; sie konnte den Fortschritt nicht aufhalten, und war politisch unschädlich; ergo — hatte niemand etwas dagegen einzuwenden. Hierin gleicht das Schicksal der Copernicanischen Lehre demjenigen jeglichen Fortschrittes, welches in den herrlichen Versen unseres grossen Altmeisters Goethe einen beredten Ausdruck fand: Fausts

*) Bassani, 1785, III. Bd., pag. 317.

Antwort auf die Fragen eines Kopfes „der immer nur an schalem Zeuge klebt". Nun, der Fortschritt der Menschheit lässt sich ja nicht leugnen; gekreuzigt und verbrannt braucht man ja nicht werden. Spätere, aufgeklärtere und mildere Jahrhunderte haben Inquisition und Scheiterhaufen durch humanere Mittel ersetzt, die überdies den grossen Vortheil haben, dass Aufsehen vermieden wird. Die „barbarischen" Sitten vergangener Jahrhunderte forderten aber stets ein energisches Eingreifen; ist es da zu verwundern, dass die Gelehrten sich in ihren Äusserungen vorsichtiger fassten? War es nicht eine Pflicht, die Schicksale grosser Werke, in denen die Arbeiten vieler Jahre, oft die Arbeit eines ganzen Menschenlebens niedergelegt war, nicht durch die Aufnahme gewisser Worte oder Sentenzen zu gefährden? Von diesem Gesichtspunkte aus ist vielleicht das Auftreten des geocentrischen Systems in der ihm von Martianus Capella gegebenen Form nach Copernicus aufzufassen. Wer wollte schlechterdings behaupten, dass das Tychonische System, welches auch noch viel später bei Reimarus Ursus, Röslin und anderen auftritt, der Ausfluss der Tychonischen Überzeugung war? Dabei ist noch zu bedenken, dass Tycho Brahe bereits einmal eine Stellung, die er sich selbst geschaffen, und in welcher er Bedeutendes geleistet hatte, aus politischen Motiven verloren hatte,*) und dass er als Astronom des Kaisers Rudolf II. sich eine grosse Reserve in seinen Äusserungen auferlegen zu müssen glaubte.

*) Tycho Brahe war geboren am 14. December 1546 zu Knudstrup in Dänemark, bezog 1559 die Universität Kopenhagen, 1562 die Universität Leipzig, wo er die Rechte studierte, sich aber nebenbei viel mit Astronomie beschäftigte. 1565 kehrte er in sein Vaterland zurück, hielt sich aber daselbst nur kurze Zeit auf und gieng wieder nach Deutschland, wo er Rostock, Wittenberg und Augsburg besuchte. 1570 wieder in seiner Heimat, begann er seine astronomische Thätigkeit an der ihm von seinem Oheim Steen erbauten Privatsternwarte. Durch die Entdeckung des neuen Sternes von 1572 wurde König Friedrich II. von Dänemark auf ihn aufmerksam, und nun begann seine öffentliche Thätigkeit. 1575 gieng er neuerdings auf kurze Zeit nach Deutschland, kehrte aber schon im folgenden Jahre zurück, und erhielt von Friedrich II. über Empfehlung des Landgrafen Wilhelm IV. von Hessen einen Jahresgehalt von 2000 Thalern und als Geschenk auf Lebenszeit die Insel Hveen, wo er durch die Freigebigkeit seines königlichen Gönners auch eine für jene Zeiten glänzend ausgerüstete Sternwarte erbaute. Sein königlicher Freund blieb ihm auch während seines ganzen Lebens gewogen und Tycho konnte ruhig der Wissenschaft leben. Anders wurde es nach dem Tode Friedrich II. Aus kleinen, fast kleinlichen Motiven entstand eine heftige Gegnerschaft des Ministers Walchendorp, welcher bei dem jungen König Christian IV. als erbitterter Gegner des Astronomen auftrat, und in kurzer Zeit verlor Tycho nicht nur einen grossen Theil seiner Einkünfte, sondern sogar seiner Habe, und verliess 1597 seine Sternwarte und sein Vaterland. Er gieng zunächst nach Rostock, im folgenden Jahre, 1599, über Berufung Kaiser Rudolf II. nach Prag, wo er im Schlosse Benatek neuerdings eine Sternwarte erhielt, auf welcher er bis zu seinem 1601 erfolgten Tode wirkte.

Allerdings schreibt er in einem Briefe vom 9. December 1599 an Kepler, dass er trotz längeren, sehr sorgfältigen Beobachtungen des Polaris, keine jährliche Parallaxe habe finden können, und dass er daher das Copernicanische System als eine den Thatsachen nicht entsprechende Hypothese, fallen lassen musste. Diese Ansicht findet sich auch in seinen Werken wiederholt ausgesprochen. Dass die Distanz der Fixsterne sehr gross sein müsse, war auch in jenen Zeiten schon ausser Zweifel; die Annahme, dass dieselbe jedoch so gross sein sollte, dass eine jährliche Parallaxe überhaupt nicht eintreten könne, schien vielleicht etwas gewagt, aber immerhin nicht ausgeschlossen. Zudem ist bei Tycho die Horizontalparallaxe der Sonne etwa 3′, also die Entfernung aller Gestirne etwa der zwanzigste Theil des wahren Wertes.*) Undenkbar ist es nicht, dass das erwähnte Argument den Gelehrten Tycho bestimmt haben mag, sein System für das richtige zu halten, undenkbar ist es ebensowenig, dass der welterfahrene Hofmann Tycho Brahe in einer vielleicht übertriebenen Vorsicht nicht nur in seinen für den Druck bestimmten Werken, sondern auch in privaten Mittheilungen einen vielfach geäusserten Beweis gegen das Copernicanische System, trotz seiner vielleicht erkannten Unzulänglichkeit als Grund gegen das genannte System vorbrachte. Aus manchen Stellen scheint dieses übrigens direct hervorzugehen. Viele seiner Ansichten oder Rechnungen bezieht er nicht nur auf sein System, sondern auch auf das Ptolemäische und Copernicanische. So z. B. beweist er im 6. Capitel seines grossen Werkes über den neuen Stern in der Cassiopeja von 1572, wo er von der Lage des Sternes im Raume spricht, dass derselbe weder der Sphäre des Saturn, noch weniger eines näheren Planeten angehören kann, für alle drei Systeme. Als solches aber würde das Tychonische System, gemäss welchem sich Mond und Sonne um die Erde, die übrigen Planeten aber um die Sonne, und mit dieser um die Erde bewegen, einen Rückschritt in erkenntnistheoretischer Beziehung bedeuten. Formal — in Hinsicht auf die Formulierung mathematischer Beziehungen sind ja, wie ohneweiters klar ist, die beiden Systeme völlig identisch.

Im 8. Capitel seines Werkes, De Cometa anni 1577, in welchem Tycho auch sein System auseinandersetzt, findet sich jedoch eine Stelle, welche an sich, trotz der sehr vorsichtigen Formulierung als Stütze für die hier geäusserte Meinung dienen könnte; hauptsächlich, weil sie ebenfalls eine Berufung auf die Autorität der Kirche enthält. — Diese Stelle lautet wörtlich folgendermassen (Progymnasmata II. Bd., pag. 185**):

*) Die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne nimmt Tycho zu 1150 Erdhalbmessern an, welchem Werte die Parallaxe 2′ 59″ entsprechen würde.

**) Die Angabe der Seitenzahlen bezieht sich auf die Ausgabe 1603.

. . . Aethereus siquidem mundus incredibilem vastitatem complectitur, adeo ut si Elementarem hunc a Centro Terrae ad proximos Lunae limites assumserimus Semidiametrorum Terrae 52 proxime (quarum quaelibet habet 860 nostratia vel Germanica miliaria communia) continebitur is in reliqua Secundorum mobilium capacitate, usque videlicet ad extimam Saturni Stellae a Terris remotionem, bis centies tricesies quinquies . . . ut nihil dicam de immensa illa Octavae Sphaerae distantia, quae procul-dubio Saturni remotionibus supremis ingenti intercapedine sublimior est; imo, si Copernici Hypothesibus fides necessario adhibenda foret, id quod Saturnum et Fixa Sidera intermediat spatium, aliquoties Solis a Terra distantiam excederet. Alias enim Terrae in Orbe magno annua revolutio, juxta ejus speculationem, respectu octavae Sphaerae non insensibilis (ut oportet) evaderet . . .

. . . Cum animadvertissem veterem illam et Ptolemaicam coelestium Orbium distributionem non satis concinnam, et tot tantorumque Epicyclorum assumtione, quibus habitudines Planetarum ad Solem eorundemque Retrogradationes et Stationes cum aliqua parte inaequalitatis apparentis excusantur, supervacaneam, imo has Hypotheses contra ipsa Artis prima principia peccare, dum circularis motus aequalitatem non circa proprium, ut oportuit, sed alienum, alterius videlicet Eccentrici (quem aequantem ob id communiter vocant) centrum, fieri posse inconvenienter admittunt; cumque una considerassem, neotericam ingentis illius Copernici in his ad instar mentis Aristarchi Samii introductam innovationem, utut ea, quae in Ptolemaica dispositione superflua dissentaneaque incidebant, scite admodum praecaveat, nihilque contra Mathematica principia delinquat, dum tamen Terrae grossum, pigrum, inhabileque ad movendum corpus, haud dissolutiore tenore motus (imo et eodem triplici) quam Aetherea illa lumina agitari statuit, non solum Physices principiis sed etiam Authoritati Sacrarum literarum aliquoties Terrae stabilitatem confirmantium (prout alias latius discutiemus) refragari, ut de vastissima capacitate inter orbem Saturni et Octavam Sphaeram*) quae prorsus Sideribus vacua hac ratiocinatione redditur, deque aliis inconvenientiis hanc ipsam Speculationem concomitantibus, nunc non dicam; cum inquam, utrasque has Hypotheses hoc modo non leves absurdidates admittere introspexissem, caepi mecum altius recolere, anne aliqua Hypothesium ratio inveniri posset, quae tum Mathematice tum etiam Physice undiquaque recte constaret, neque etiam Theologicas censuras subterfugeret, et simul apparentiis Coelestibus totaliter satisfaceret. Tandemque

*) Doch nimmt er für die Berechnung der Grösse der Fixsterne für die Entfernung derselben den Wert 14000 Erdhalbmesser (für ♂ 1745, für ♃ 3990, für ♄ 10550) also unverhältnismässig klein an.

quasi ex insperato succurrebat qua conformatione Revolutionum Coelestium ordo commodissime disponendus veniat, ut omnibus his incongruentiis ansa praecludatur.

Tycho Brahe war in erster Linie Beobachter, und in dieser Richtung leistete er für die Wissenschaft Ausserordentliches. Allein er war nicht nur Beobachter, sondern er verwertete auch die Beobachtungen zu theoretischen Untersuchungen. Diese sind in den beiden Werken über den neuen Stern von 1572 und über den Kometen von 1577 niedergelegt.

Für die Bestimmung des Sonnenapogäums und der Excentricität der Sonnenbahn schlägt Tycho denselben Weg wie Copernicus ein (s. pag. 68). Er fand die Zwischenzeit zwischen dem Frühlings- und Herbstäquinoctium $186^d\ 18\frac{1}{2}^h$, die Zeit, welche die Sonne braucht, um vom Anfangspunkt des Widders zur Mitte des Krebses zu gelangen (45^0 wahre Anomalie) $46^d\ 2^h\ 55^m$, für welche Zeiten sich die mittleren Bewegungen $184^0\ 5'\ 24''$, bez. $45^0\ 27'\ 34''$ ergaben. *) Damit fand er dann für die Länge des Apogäums $95\frac{1}{2}^0$ und für die Excentricität 0·03584 oder $2^p\ 9'$ proxime. Dasselbe Resultat erhielt er aus der Beobachtung der Zwischenzeit, welche die Sonne braucht, um von 15^0 Löwen zum Anfangspunkt der Wage zu kommen, welche Zeit er gleich $46^d\ 9^h\ 40^m$ fand. Aus fünfjährigen Beobachtungen, in den Jahren 1584 bis 1588, erhielt er nahe dieselben Resultate. Im Jahre 1583 fand er etwas andere Werte; nämlich für die Zeit zwischen dem Frühlings- und Herbstäquinoctium $186^d\ 18^h\ 41^m$; für die Zeit zwischen dem Anfangspunkt des Widders und 15^0 Stier $46^d\ 2^h\ 48^m$, endlich für die Zeit von 10^0 Löwen bis Anfang Wage $51^d\ 15^h\ 10^m$. Aus diesen Beobachtungen ergab sich die Excentricität $2^p\ 9'\ 18''$, bez. $2^p\ 9'\ 21''$ und der Ort des Apogäums in $5^0\ 44'$, bez. $5^0\ 48'$ Krebs. **)

Die Verschiedenheit in den erhaltenen Werten schreibt Tycho Beobachtungsfehlern zu, wie solche hauptsächlich durch die Refraction entstehen können, wodurch der Wert der Polhöhe um einen geringen, aber immerhin für die Bestimmung der Äquinoctien nicht zu vernachlässigenden Betrag unsicher wird. Thatsächlich sind die von ihm angewandten Refractionen mit bedeutenden Fehlern behaftet, wie schon aus

*) Die Länge des tropischen Jahres ist dabei vorläufig gleich $365^d\ 5^h\ 49^m = 365^d\ 242361$ und damit die tägliche tropische Bewegung gleich $59'\ 8''\ 19'''\ 43\frac{2}{3}^{IV} = 59'\ 8''3213$ angenommen.

**) l. c. I, pag. 16. Eine Wiederholung der Rechnung ergab mir für diese Daten:

$e = 0{\cdot}035867 = 2^p\ 9'\ 7''$	$A = 95^0\ 29'\ 7''$
$0{\cdot}035816 = 2\ 8\ 56$	$95\ 24\ 16$
$0{\cdot}035932 = 2\ 9\ 21$	$95\ 44\ 7$
$0{\cdot}035946 = 2\ 9\ 24$	$95\ 48\ 27$

dem Umstande hervorgeht, dass er für Sonne, Mond und Fixsterne drei verschiedene Werte (für jeden eine andere Refractionstafel) anwendet. Im Gegensatze hiezu aber hält Tycho die Ungleichheit in der Jahreslänge für reell, als eine Folge der Ungleichheit in der Praecessionsbewegung, wie sich dieselbe in den von den Beobachtern verschiedener Epochen erhaltenen Werten documentiert, und schliesst sich bezüglich derselben der Theorie des Copernicus an. Sonderbar ist es, dass Tycho die Vermutung ausspricht, dass diese Ungleichheit der Jahreslänge schon den Babyloniern und Assyriern bekannt war, Ptolemäus sie aber, als zu unsicher, wegliess.

Aus der Vergleichung seines beobachteten Herbstäquinoctiums von 1588 September 12, $15^h\ 15^m$ mit einem von Ptolemäus beobachteten Herbstäquinoctium 132 September 25, $0^h\ 25^m$ (auf den Meridian von Uranienburg mit der Zeitdifferenz $1^h\ 35^m$ reduciert) erhält er eine Correction der mittleren Bewegung; aus beiden Beobachtungen, in welchen die wahren Sonnenorte sechs Zeichen waren, leitet er die mittleren Sonnenorte siderisch (von γ Arietis) ab, zu welchem Zwecke die genäherten mittleren Bewegungen ausreichen, und findet daraus für die mittlere tägliche siderische Bewegung $0^0\ 59'\ 8''\ 11'''\ 27^{IV}\ 14^V\ 26^{VI}\ 54^{VII} = 0^0\ 59'\ 8''.19090022$ und damit die Länge des siderischen Jahres $365^d\ 6^h\ 9^m\ 26^s\ 43\frac{1}{2}''' = 365^d\ 25655932$. (l. c. I. pag. 44.) Da jedoch dieses Jahr noch wegen der veränderlichen Praecession zu corrigieren ist, aus den Beobachtungen so entfernter Zeiträume sich jedoch nicht das wirkliche, sondern nur ein mittleres tropisches Jahr ergeben würde, so wählt er zur Bestimmung des wirklichen tropischen Jahres für die vorliegende Epoche ein von Walther in Nürnberg beobachtetes Frühlingsäquinoctium von 1488 März 10, $15^h\ 55^m$, welches er mit dem von ihm selbst beobachteten von 1588 März 9, $20^h\ 45^m$ vergleicht. Hieraus ergibt sich die Länge des tropischen Jahres gleich $365^d\ 5^h\ 48^m\ 45^s = 365^d.242188$ und die mittlere tägliche tropische Bewegung gleich $0^0\ 59'\ 8''\ 19'''\ 49^{IV}\ 51^V\ 40^{VI}\ 14^{VII} = 0^0\ 59'\ 8''.330517$. Vergleicht man die beiden, aus directen, von einander verschiedenen Beobachtungen erhaltenen Resultate, so erhält man für die Differenz der jährlichen siderischen und tropischen Bewegung den Betrag von 51", also denselben Wert der Praecession, wie ihn Tycho auch aus den Fixsternbeobachtungen annimmt.

Vielleicht die wichtigste Entdeckung Tychos ist die Entdeckung dreier neuer Ungleichheiten in der Bewegung des Mondes, der Variation der jährlichen Gleichung und der Breitenstörung.

Um zunächst die beiden Ungleichheiten in der Bewegung des Mondes in Länge zum Ausdrucke zu bringen, führt er keine neuen Epicykeln ein, sondern fügt für die erstere den analytischen Betrag derselben einfach

als Correction zur Mondlänge hinzu (wenigstens kommt seine Hypothese hierauf hinaus), bezüglich der zweiten hingegen corrigiert er nur die Beobachtungszeit selbst; nichtsdestoweniger nimmt er eine andere epicyklische Bewegung für den Mond an, als Copernicus, wodurch thatsächlich eine bessere Darstellung der Mondorte erzielt wird, indem das von der doppelten Anomalie des Mondes abhängige Glied richtiger erscheint.

Seine Mondtheorie besteht in folgendem (Progymnasmata I. Bd., pag. 116):

Sei A (Fig. 13) die Erde; der Mittelpunkt des Deferenten beschreibt einen kleinen Kreis $A A_1 B$ derart, dass er zur Zeit der Syzigien in A mit der Erde zusammenfällt; die Geschwindigkeit der täglichen Bewegung des Deferentenmittelpunktes in diesem kleinen Kreise ist demnach gleich der doppelten täglichen Veränderung der Entfernung Sonne—Mond. Nach einer gewissen Zeit wird der Mittelpunkt des Deferenten nach A_1 gekommen sein, so dass $A O A_1 = 2 D$ (gleich der doppelten Distanz $\odot \mathbb{C}$) ist. In dem Deferenten K bewegt sich der Mittelpunkt C des Epicykels K_1 mit der anomalistischen Geschwindigkeit und der Mittelpunkt eines zweiten Epicykels K_2 in dem Umfang des ersten Epicykels ebenfalls mit der anomalistischen Geschwindigkeit, im entgegengesetzten Sinne. Die Bewegung des zweiten Epicykels selbst und in diesem die Bewegung des Mondes findet so statt, dass für die Zeit des Apogäums des Mondes der Mittelpunkt D von der Erde am weitesten, der Mond P selbst aber dem Mittelpunkte C am nächsten ist.

Sieht man zunächst von dem zweiten Epicykel ab, so könnte das System des Deferenten K und des Epicykels K_1 durch einen excentrischen Kreis ersetzt werden, dessen Excentricität $A E = C D$ ist. Seien die Halbmesser der Kreise k, K, K_1, K_2 beziehungsweise ρ, r, r_1, r_2. Es wäre dann die Excentricität der Mondbahn im Apogäum und Perigäum gleich r_1, die grösste Mittelpunktsgleichung x_1 bestimmt durch $\sin x_1 = r_1$. Nachdem aber inzwischen der Mond dem Mittelpunkte C bald um r_2 näher gerückt, bald um ebensoviel entfernter ist, und überhaupt alle zwischenliegenden Entfernungen annehmen kann, so wird die grösste Mittelpunktsgleichung zwischen den Grenzen $x_1^{(1)}$ und $x_1^{(2)}$ schwanken, welche bestimmt sind durch

$$\sin x_1^{(1)} = r_1 + r_2 \qquad \sin x_1^{(2)} = r_1 - r_2.$$

Für eine andere Lage des Deferentenmittelpunktes (A_1) ist die Linie $O C$, von welcher die Anomalien bei Tycho gezählt werden, nach $A_1 C'$ gerückt, und die Bahn des Punktes D um A_1 ist ebenfalls excentrisch, so, als ob der Mittelpunkt des excentrischen Kreises nach E_1 gerückt wäre, wenn $A_1 E_1 \parallel A C_1$ und $A_1 E_1 = C_1 D_1$ gemacht wird. Die wahre Excentricität der Bahn von D ist demnach $A E_1$ und die Mittelpunkts-

gleichung schwankt zwischen arc sin $(A E_1 + r_2)$ und arc sin $(A E_1 - r_2)$. Für die Quadraturen ist der Mittelpunkt des Deferenten nach B gekommen und die Bahn des Punktes D ist ein excentrischer Kreis, dessen Mittelpunkt in F liegt, dessen Excentricität also gleich $AF = r_1 + 2\rho$ ist und die grösste Mittelpunktsgleichung wäre gegeben durch $\sin x_2 = r_1 + 2\rho$ und ist, infolge der Bewegung des Mondes im Kreise K_2 thatsächlich enthalten zwischen den Werten

$$\sin x_2^{(1)} = (2\rho + r_1 + r_2) \text{ und } \sin x_2^{(2)} = (2\rho + r_1 - r_2).$$

Nun ist die grösste Mittelpunktsgleichung in den Syzigien nach Tycho $4^0 58'$ in den Quadraturen $7^0 28'$; daraus folgt:

für die Syzigien: $\sin x_1 = \sin 4^0 58' = 0{\cdot}08700 = r_1 + r_2$

für die Quadraturen: $\sin x_2 = \sin 7^0 28' = 0{\cdot}13048 = r_1 + r_2 + 2\rho$

woraus sich $\rho = 0{\cdot}02174$ findet. Unter Berücksichtigung der einfachen Mittelpunktsgleichung hätte Tycho daher mit einem excentrischen Kreise ausgereicht, dessen Mittelpunkt sich in dem Kreise $E E_1 F$ bewegt, und dessen Halbmesser $r_1 + r_2 = 0{\cdot}08700$ gewesen wäre. In der That wäre diese Lösung mit der von Copernicus völlig identisch gewesen, wie man durch die analytische Darstellung sofort sieht. Es ist nämlich in diesem Falle (man setze dazu in den unten angegebenen Formeln $r_2 = 0$ und $r_1 + r_2$ für r_1):

$$R \sin (M - v) = (r_1 + r_2 + \rho) \sin M + \rho \sin (2D - M)$$

$$R \cos (M - v) = r + (r_1 + r_2 + \rho) \cos M - \rho \cos (2D - M)$$

wobei $r = 1$, $r_1 + r_2 + \rho = 0{\cdot}10874$, $\rho = 0{\cdot}02174$; während sich für Copernicus (s. pag. 72) durch Projection auf die Grade $E C$ sofort ergibt:

$$R \sin x = R \sin (M - v) = r \sin M + r_1 \sin (2D - M)$$

$$R \cos x = R \cos (M - v) = 1 + r \cos M - r_1 \cos (2D - M)$$

wobei $r = 0{\cdot}1097$, $r_1 = 0{\cdot}0237$ ist. Tycho fand aber, dass die Beobachtungen besser dargestellt würden, wenn er den excentrischen Kreis durch den Epicykel ersetzte, für welchen er aber den Halbmesser so in zwei Theile zerlegte, dass $r_2 = \frac{1}{2} r_1$ ist, wodurch sich $r_1 = 0{\cdot}05800$ $r_2 = 0{\cdot}02900$ ergab. Dadurch wurde, um die analytischen Ausdrücke an Stelle der geometrischen Darstellung zu setzen, das von der doppelten Anomalie abhängige Glied richtiger dargestellt, während andererseits auch die Entfernungen Erde—Mond $= A P_1$ in engeren Grenzen eingeschlossen blieben.

Durch Projection auf die Richtung $A D$ und eine dazu senkrechte Richtung erhält man:

$$R \cos v = r \cos M + r_1 - r_2 \cos 2M + \rho - \rho \cos 2D$$

$$R \sin v = r \sin M - r_2 \sin 2M - \rho \sin 2D$$

und daraus:

$$R \sin (M - v) = r_1 \sin M + r_2 \sin M + \rho \sin M + \rho \sin (2D - M)$$
$$R \cos (M - v) = r + r_1 \cos M - r_2 \cos M + \rho \cos M - \rho \cos (2D - M)$$
$$R \sin (M - v) = (r_1 + r_2 + \rho) \sin M + \rho \sin (2D - M)$$
$$R \cos (M - v) = r + (r_1 - r_2 + \rho) \cos M - \rho \cos (2D - M).$$

Entwickelt man hier bis einschliesslich Grössen zweiter Ordnung und sieht r als Einheit an, so folgt

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} (M - v) &= [(r_1 + r_2 + \rho) \sin M + \rho \sin (2D - M)] \\ &\quad [1 - (r_1 - r_2 + \rho) \cos M + \rho \cos (2D - M)] \\ &= (r_1 + r_2 + \rho) \sin M - \tfrac{1}{2}[(r_1 + \rho)^2 - r_2^2] \sin 2M \\ &\quad + \rho \sin (2D - M) - \rho (r_1 + \rho) \sin 2(D - M) + \rho r_2 \sin 2D \\ &\quad + \tfrac{1}{2} \rho^2 \sin (4D - 2M).\end{aligned}$$

Abgesehen von Grössen dritter Ordnung wird daher:

$$\begin{aligned}v = M &- \frac{r_1 + r_2 + \rho}{\text{arc } 1'} \sin M + \tfrac{1}{2} \frac{(r_1 + \rho)^2 - r_2^2}{\text{arc } 1'} \sin 2M \\ &- \frac{\rho}{\text{arc } 1'} \sin (2D - M) - \tfrac{1}{2} \frac{\rho^2}{\text{arc } 1'} \sin (4D - 2M) \\ &+ \frac{\rho (r_1 + \rho)}{\text{arc } 1'} \sin 2(D - M) - \frac{\rho r_2}{\text{arc } 1'} \sin 2D\end{aligned}$$

folglich mit den angegebenen numerischen Werten von r_1, r_2, ρ:

$$\begin{aligned}v = M &- 6^0\,13'.8 \sin M + 9'.5 \sin 2M \\ &- 1^0\,14'.7 \sin (2D - M) - 0'.8 \sin 2(2D - M) + 6'.0 \sin 2(D - M) - \\ &- 2'.2 \sin 2D.\end{aligned}$$

Für den Radiusvector folgt durch ähnliche Entwicklung:

$$\begin{aligned}R = 1 &+ \tfrac{1}{4}(r_1 + r_2 + \rho)^2 + \tfrac{1}{4}\rho^2 + (r_1 - r_2 + \rho) \cos M - \tfrac{1}{4}(r_1 + r_2 + \rho)^2 \cos 2M \\ &- \rho \cos (2D - M) - \tfrac{1}{4}\rho^2 \cos (4D - 2M) + \tfrac{1}{2}\rho (r_1 + r_2 + \rho) \cos 2(D - M) \\ &- \tfrac{1}{2}\rho (r_1 + r_2 + \rho) \cos 2D\end{aligned}$$

oder numerisch:

$$\begin{aligned}R = 1{\cdot}00307 &+ 0{\cdot}05074 \cos M - 0{\cdot}00295 \cos 2M - 0{\cdot}00118 \cos 2D \\ &- 0{\cdot}02174 \cos (2D - M) - 0{\cdot}00012 \cos 2(2D - M) \\ &+ 0{\cdot}00118 \cos 2(D - M).\end{aligned}$$

Damit war aber die Mondtheorie noch nicht erledigt; Tycho sagt:*) „Verum, cum per multiplices et accuratas observationes experti sumus, hos circulos omnibus apparentiis necdum satisfacere, siquidem in octantibus sive mediis locis inter quadraturas et syzigias, cum Luminaria sesquisigno inter se distant adhuc inaequalitas quaedam, et differentia satis perceptibilis sese ingerat, necessum videbatur adhuc alium parvum circellum, per quem haec variatio excusetur, superaddere, in quo centrum epicycli majoris non in circumferentia sed per diametrum transversum motu quodam librationis, circuli tamen, ut alias apud Copernicum fieri solet, analogo, huic inde transfertur."

*) l. c. I. Bd., pag. 117.

Die Bewegung ist proportional der doppelten Entfernung Sonne—Mond mit der Amplitude $40\frac{1}{2}'$; sie ist in dem ersten und letzten Octanten nach der Conjunction additiv, im zweiten und vierten subtractiv; es ist demnach der Betrag $40\frac{1}{2}'$ sin 2 D zur wahren Länge $\Pi + v$ hinzuzulegen, wenn Π die Länge des Apogäums bedeutet.

Es darf nicht übersehen werden, dass der analytische Ausdruck für die Variation, d. h. der numerische Betrag der von Tycho verwendeten Variation nicht streng durch die graphische Darstellung wiedergegeben wird. Eine thatsächliche Verschiebung des Epicykelmittelpunktes in der Tangente Ct ändert v nicht nur um den erwähnten Betrag, denn es werden durch diese Verschiebung auch die anderen Glieder beeinflusst und zwar sowol in der Mittelpunktsgleichung, als auch in dem Radiusvector. Indem aber Tycho direct den Betrag $+ 40\frac{1}{2}'$ sin 2 D an die wahre Länge anbringt, hat man vielmehr diesen Betrag als analytische Correction des Ausdruckes für die wahre Länge und die Bewegung des Epicykelmittelpunktes als eine für die damalige Zeit vielleicht ganz passende Versinnbildlichung anzusehen. In diesem Sinne bleiben dann die übrigen Glieder der Mittelpunktsgleichung und der Ausdruck für den Radiusvector von dieser Correction unbeeinflusst.

Die sogenannte jährliche Gleichung in der Mondbewegung, ein von der Anomalie der Sonne abhängiges Glied, hat Tycho nicht direct durch die Einführung eines Epicykels dargestellt. Muss man schon über den Scharfblick Tychos erstaunen, der durch einfache Vergleichungen seiner Beobachtungen auf eine epicyklische Darstellung kam, in welcher der Fehler des von der doppelten Anomalie abhängigen Gliedes nur mehr den dritten Theil des bei Copernicus auftretenden Fehlers beträgt, so muss man umsovielmehr die intuitive Erkenntnis bewundern, durch welche Tycho auf eine wirkliche Abhängigkeit der Mondlänge von der Anomalie der Sonne geführt wurde, noch mehr aber über die Art und Weise, wie er den Einfluss derselben berücksichtigte. Die „Hypothesis Lunae redintegrata“ enthält so drei verschiedene Correctionen, von denen natürlich nur die Summe in den Abweichungen der Copernicanischen Theorie von den Beobachtungen auftritt. Nur durch eine sehr grosse Zahl von Beobachtungen, welche ausserhalb der Syzigien aufgestellt wurden, und über einen langen Zeitraum vertheilt waren, konnte er zunächst die beiden Correctionen feststellen, deren Perioden beziehungsweise eine Lunation und ein anomalistischer Monat waren, und erst nachdem diese entsprechend berücksichtigt waren, die viel kleineren, eine jährliche Periode verratenden Differenzen constatieren. Experientia multi modo adhibita testatur, Lunae motiones aequales non obtemperare eidem aequatione dierum naturalium quam sol parit, nisi quatenus ab ejus vero motu, in

quo id discriminis quasi absorbetur, dependeat.*) Stellen wir die beiden angewandten Mittelpunktsgleichungen zusammen:

1. Für die Sonne. Die Tafel wird von 2 zu 2^0 mitgetheilt; aus folgendem Auszuge ist der Verlauf der Zeitgleichung ersichtlich:

	♈	♉	♊	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓
0^0	$+\frac{1}{2}^m$	$-8\frac{1}{2}^m$	-12^m	-7^m	-2^m	-6^m	-16^m	-24^m	-21^m	$-8\frac{1}{2}^m$	$+5^m$	$+7\frac{1}{2}^m$
10^0	-3	-11	-11	-5	-2	-9	-19	-24	-18	$-3\frac{1}{2}$	$+7$	$+6$
20^0	-6	-12	-9	-3	-3	-12	-22	$-23\frac{1}{2}$	$-13\frac{1}{2}$	$+1$	$+8$	$+4$

Leitet man aus den numerischen Werten einen analytischen Ausdruck ab, so erhält man, wenn man mit ☉ die Länge der Sonne bezeichnet:**)

$$Z_\odot = 0^m.735 \sin \odot + 8^m.146 \cos \odot - 10^m.161 \sin 2 \odot + 0^m.020 \cos 2 \odot + 0^m.014 \sin 3 \odot + 0^m.080 \cos 3 \odot + 0^m.215 \sin 4 \odot - 0^m.121 \cos 4 \odot$$

oder ausreichend genau

$$Z_\odot = 8^m.179 \sin (\odot - 275^0\,10') - 10^m.16 \sin 2 \odot + 0^m.22 \sin 4 \odot - 0^m.12 \cos 4 \odot.$$

Dann ist, wenn man mit w die wahre, mit t die mittlere Zeit bezeichnet:

$$t = w + Z_\odot.$$

Der Ausdruck für Z ist thatsächlich ziemlich vollständig, und enthält sowohl die Reduction wegen der ungleichmässigen Bewegung der Sonne in ihrer scheinbaren Bahn, als auch die Reduction auf den Äquator.

2. Für den Mond gibt Tycho eine Tafel von Grad zu Grad, die ich hier ebenfalls im Auszuge mittheile:

	♈ ♎	♉ ♏	♊ ♐	
0^0	$-0^m\ 0^s +$	$-8^m\,25^s +$	$-8^m\,47^s +$	30^0
5	$-1\ 39 +$	$-9\ 12 +$	$-7\ 50 +$	25
10	$-3\ 16 +$	$-9\ 42 +$	$-6\ 36 +$	20
15	$-4\ 47 +$	$-9\ 56 +$	$-5\ 10 +$	15
20	$-6\ 11 +$	$-9\ 51 +$	$-3\ 33 +$	10
25	$-7\ 24 +$	$-9\ 28 +$	$-1\ 48 +$	5
30	$-8\ 25 +$	$-8\ 47 +$	$0\ 0$	0
	♑ ♍	♒ ♌	♉ ♋	

Der analytische Ausdruck wird für die verwendete Mittelpunktsgleichung:

$$Z_\mathbb{C} = -595^s.93 \sin 2 \odot + 12^s.817 \sin 4 \odot = -9^m.932 \sin 2 \odot + 0^m.214 \sin 4 \odot$$

und man hat zur Berechnung des Mondortes die mittlere Zeit

$$t_1 = w + Z_\mathbb{C}$$

*) l. c. pag. 118.

**) Abgesehen von der Constante $-7^m.653$.

zu verwenden. Nun wäre der wirkliche mittlere Mondort zur Zeit t nach der Epoche

$$M = M^0 + \mu t$$

wenn μ die mittlere siderische Bewegung bedeutet, während Tycho hiefür

$$M_1 = M_0 + \mu t_1$$

rechnet, so dass

$$M_1 - M = \mu\,(Z\mathfrak{C} - Z\odot)$$

wird. Nun hat man mit Vernachlässigung der unbedeutenden, kleinen Glieder, da die siderische Bewegung des Mondes in einer Minute 32″94 ist:

$$M_1 - M = -\,32''94 \times 8{\cdot}179 \sin(\odot - 275^0\,10') =$$
$$+\,269''4 \sin(\odot - 95^0\,10') = +\,4'5 \sin v_\odot.$$

Es ist daher der von Tycho verwendete mittlere Ort

$$M_1 = M + 4'5 \sin v_\odot$$

so dass der Tychonische Ausdruck für die wahre Länge des Mondes:

Wahre Länge = mittlere Länge $-\,6^0\,13'8 \sin M + 9'5 \sin 2M$ $-\,1^0\,14'7 \sin(2D - M) - 0'8 \sin(4D - 2M) + 6'0 \sin 2(D - M)$ $+\,38'3 \sin 2D + 4'5 \sin v_\odot$

wird, während der thatsächliche Wert:

Wahre Länge = mittlere Länge $-\,6^0\,17'3 \sin M + 12'8 \sin 2M$ $-\,1^0\,16'5 \sin(2D - M) + 0'5 \sin(4D - 2M) + 39'5 \sin 2D + 11'2 \sin v_\odot$

ist. Die Variation ist sehr nahe richtig; die jährliche Gleichung jedoch etwas weniger als die Hälfte des wahren Wertes. Es ist hieraus ersichtlich, dass die Einführung der jährlichen Gleichung bei Tycho wahrscheinlich in der Weise erfolgte, dass er, nachdem er erkannt hatte, dass eine jährliche Periode in den Mondlängen stattfinde,*) in der Zeitgleichung die von der einfachen Sonnenlänge abhängigen Glieder wegliess, wodurch, wie leicht ersichtlich, eine bessere Übereinstimmung erzielt wurde; die noch bleibenden Differenzen mag er dann wol Beobachtungsfehlern zugeschrieben haben.

Zur Berechnung eines Mondortes hat man aus dem Dreiecke $D_1 P_1 C_1$:

$$\begin{aligned} \sigma_1 \sin \tau_1 &= r_2 \sin 2M \\ \sigma_1 \cos \tau_1 &= r_1 - r_2 \cos 2M; \end{aligned} \qquad (1)$$

aus dem Dreiecke $A_1 C_1 P_1$:

$$\begin{aligned} \sigma_2 \sin \tau_2 &= \sigma_2 \sin(M + \tau_1) \\ \sigma_2 \cos \tau_2 &= r + \sigma_1 \cos(M + \tau_1); \end{aligned} \qquad (2)$$

aus dem Dreiecke $A\,O\,A_2$: $\sphericalangle\, O\,A\,A_1 = 90^0 - D$; $A\,A_1 = 2\rho \sin D$. (3)

Da $\sphericalangle\, P_1\,A_1\,C' = M - \tau_2$ ist, so ist im Dreiecke $A\,A_1\,P_1$: $\sphericalangle\, A_1\,P_1\,A = M - \tau_2 - v$; $\sphericalangle\, A\,A_1\,P_1 = 180^0 - (M - \tau_2 + O\,A\,A_1)$

*) Kepler sah die Notwendigkeit zur Einführung der jährlichen Gleichung aus der Verspätung der im Frühlinge und Sommer eintretenden Finsternisse; auch Tycho hat wahrscheinlich auf diese Art die jährliche Periodicität erkannt, und in der Weglassung eines Theiles der Zeitgleichung das einfachste Mittel zur Erzielung der Concidenz der Sonnen- und Mondlängen gesehen.

daher:

$$R \sin (M - \tau_2 - v) = A A_1 \sin (M - \tau_2 + O A A_1)$$
$$R \cos (M - \tau_2 - v) = \sigma_2 + A A_1 \cos (M - \tau_2 + O A A_1) \quad (4)$$

woraus sich R und v ergeben. Zur Anlegung der Mondtafeln werden mit dem Argumente M (mittlere Anomalie des Mondes) nach den Formeln (1) und (2) direct die Grösse $-\tau_2$ = Prosthaphaeresis Epicycli (I) und σ_2 Elongatio a Centro (II) berechnet, und können daher unmittelbar den Tafeln entnommen werden. Weiter enthalten die Mondtafeln mit dem Argumente $2D$ den Wert von $A A_1$ = Eccentrici (III) und die Variatio = 40′5 sin $2D$ (IV). Zur Berechnung der Formeln (4) wählt Tycho den folgenden Weg: Man bildet

$E = \frac{1}{2}(M + \text{I} + 90^0 - D)$; $F = \frac{1}{2}(\text{II} + \text{III})$ = inventum primum
$G = \text{II} - F$ = inventum secundum,

rechnet

$$\operatorname{tg} H = \frac{G}{F} \operatorname{tg} E; \quad E - H = P = \text{Prosthaphaeresis Eccentricitatis,}$$

so wird schliesslich:

Wahre Länge in der Bahn = Mittlere Länge + I + IV − P.

Zum Beweise kann man die Formel (4) auch schreiben

$$R \sin P = \text{III} \sin 2E$$
$$R \cos P = \text{II} + \text{III} \cos 2E,$$

da $M - \tau_2 - v = M + \text{I} - v$, ohne Rücksicht auf die Variation IV eben die mit P bezeichnete Ungleichheit ist. Aus der Formel

$$\operatorname{tg}(x - y) = \frac{a \sin 2x}{1 + a \cos 2x}$$

folgt aber

$$\operatorname{tg} y = + n \operatorname{tg} x, \text{ wenn } a = \frac{1 - n}{1 + n}, \; n = \frac{1 - a}{1 + a}$$

ist.*) Da nun hier, wenn $E - P = H$ gesetzt wird, $x = E$, $y = H$ ist, so wird $a = \frac{\text{III}}{\text{II}}$, $n = \frac{\text{II} - \text{III}}{\text{II} + \text{III}} = \frac{G}{F}$.

Die Mondtafel selbst ist hienach leicht verständlich und kann von deren Wiedergabe Umgang genommen werden.

Eine wesentliche Verbesserung der Mondtheorie führte Tycho, wie erwähnt, auch in der Breitenbewegung ein. Er fand, dass die grösste Mondbreite in den Syzigien $\varepsilon_1 = 4^0 58' 30''$, in den Quadraturen $\varepsilon_2 = 5^0 17' 30''$

*) S. z. B. Brünnow, Sphärische Astronomie, pag. 15. Es ist jedenfalls nicht uninteressant, diese Beziehung bei Tycho bereits verwendet zu finden, wenngleich in diesem Rechnungsschema ein besonderer Vortheil der Kürze nicht gelegen ist, umsomehr als die Bestimmung der Ungleichheit P ersetzt ist, durch die Bestimmung einer Grösse die von derselben Ordnung ist, wie E.

ist. Der Unterschied von 19′ ist jedenfalls viel zu gross, um Beobachtungsfehlern zugeschrieben werden zu können;*) um sie zu erklären, nimmt Tycho eine Bewegung des Poles der Mondbahn in einem kleinen Kreise vom Halbmesser 9′30″ an,**) so dass, wenn P (Fig. 1) der Pol der Ekliptik, Q_0 einen mittleren Ort des Poles der Mondbahn bedeutet, der wahre Pol dann einen kleinen Kreis $Q_1\ Q\ Q_2$ beschreibt. Zur Zeit der Syzigien befindet sich der Pol in Q_1, zur Zeit der Quadraturen in Q_2; der Winkel ω ist stets gleich der doppelten Elongation zwischen Sonne und Mond. Mit dieser Bewegung ist selbstverständlich auch eine Verschiebung der Mondknoten verbunden, welche nicht aufgetreten wäre, wenn Tycho auch hier, wie bei der Variation des Mondes, die Bewegung des Poles im grössten Kreise $Q_1\ Q_0\ Q_2$ angenommen hätte. Die grössten Verschiebungen der Knoten treten in den Octanten ein, während zur Zeit der Syzigien, d. h. der Finsternisse die wahren Orte mit den mittleren zusammenfallen. Für die wahre Neigung i und die Verschiebung der Knoten x findet man wenn $i_0 = \frac{1}{2}(i_1 + i_2)$ und ρ der Halbmesser des kleinen Kreises ist:

$$\sin i \sin x = \sin \rho \sin 2D$$
$$\sin i \cos x = \cos \rho \sin i_0 - \sin \rho \cos i_0 \cos 2D$$
$$\cos i = \cos \rho \cos i_0 + \sin \rho \sin i_0 \cos 2D$$

und es ist der wahre Ort des Mondknotens gleich dem mittleren Orte vermindert um die Correction x. Ist nun das Argument der Breite, gezählt vom mittleren Knoten B_m, das wahre Argument der Breite B, so hat man, wenn man mit ☾ die wahre Mondlänge bezeichnet:

$$B_m = ☾ - \Omega_m; \quad B = ☾ - (\Omega_m - x) = B_m + x.$$

Aus dem Argument der Breite B und der Neigung i erhält man die Länge λ und Breite β nach den Formeln

$$\operatorname{tg} \lambda = \cos i \operatorname{tg} B; \quad \sin \beta = \sin i \sin B.$$

Während nun die Differenz $(\lambda - B)$, d. i. die Reduction auf die Ekliptik durch eine Veränderung von i nur wenig verändert wird, und demnach auch mit dem mittleren Werte i_0 mit dem Argumente B tabuliert werden kann, werden die Breiten von beiden Argumenten abhängen. Rechnet man für die kleinste Breite i_1 und für die grösste $i_2 = i_1 + 2\rho$

$$\sin \beta_1 = \sin i_1 \sin B; \quad \sin \beta_2 = \sin i_2 \sin B$$

und setzt voraus, dass für jeden zwischenliegenden Wert der Schiefe i:

*) Ein kleiner Theil würde wol als Folge der Unsicherheit in Parallaxe und Refraction anzusehen sein; die Zahlen Tychos stimmen übrigens nicht vollständig; während das Verhältnis der Entfernungen 1·16 ist, ist dasjenige der Parallaxe 1·11.

**) l. c. I., pag. 139.

$$\frac{i - i_1}{\beta - \beta_1} = \frac{i_2 - i_1}{\beta_2 - \beta_1}$$

ist, so kann man β_1 (die Breite) und $\gamma = \beta_2 - \beta_1$ (Excessus) mit dem Argumente B tabulieren, und ebenso x (Prosthaphaeresis Nodorum $= I_1$) und $(i - i_1) : (i_2 - i_1)$ (Port. prop. $= II_1$) mit dem Argumente $2\ D$, und hat dann

$$B = B_m + I_1\ ;\quad \beta = \beta_1 + II_1\ \gamma$$

wobei nur zu bemerken, dass β_1 und γ, mit dem corrigierten Argument $B_m + I_1$ zu entnehmen sind. In der Tafel für die Breiten des Mondes gibt Tycho die Grössen I_1, II_1, β_1 und γ.

Die Tychonische Darstellung stellt innerhalb der durch seine Beobachtungen wahrscheinlichen Genauigkeitsgrenzen die Mondorte recht gut dar. Fasst man die zwei Glieder der Mondbreite

$$b = 5^0\,9'\sin u + 9'\sin(u - 2\,u_\odot)$$

wo u das Argument der Breite des Mondes vom mittleren Mondknoten ($u = B_m$) und $u_\odot$ den Abstand der Sonne vom aufsteigenden Mondknoten bedeutet, zusammen, so erhält man, da hier bis auf Glieder zweiter Ordnung $u - u_\odot = D$ gesetzt werden kann

$$\begin{aligned} b &= 5^0\,9'\sin u + 9'\sin(2\,D - u) \\ &= (5^0\,9' - 9'\cos 2\,D)\sin u + 9'\sin 2\,D\cos u, \end{aligned}$$

daher innerhalb derselben Genauigkeitsgrenzen

$$\begin{aligned} b &= (5^0\,9' - 9'\cos 2\,D)\sin\left(u + \frac{9'}{5^0\,9'\ \mathrm{arc}\ 1'}\sin 2\,D\right) \\ &= (5^0\,9' - 9'\cos 2\,D)\sin(u + 1^0\,40'\sin 2\,D). \end{aligned}$$

Nun ist aber die Verschiebung der Mondknoten x hinreichend genau*)

$$x = \frac{\mathrm{tg}\ \rho}{\sin i_0}\sin 2\,D = 1^0\,46'\sin 2\,D.$$

Man hat daher bis auf Grössen zweiter Ordnung:

$$u + 1^0\,40'\sin 2\,D = u + x = B$$

$$b = (5^0\,9' - 9'\cos 2\,D)\sin B.$$

Der Coefficient ist aber hier nichts anderes, als die Tychonische veränderliche Breite; denn es ist $5^0\,9' = i_0$, und $i = i_0 - 9'\cos 2\,D$, daher **)

$$b = i\sin B.$$

---

*) Der Coefficient $1^0\,46'$ gibt sehr nahe den Maximalbetrag von x, doch tritt derselbe nicht für $2\,D = 90^0$ sondern für $2\,D = 88^0\,14{,}3$ auf.

**) Hiemit erscheint auch die Ansicht Dreyers über diesen Punkt widerlegt (s. Dreyer, Tycho Brahe, in deutscher Übersetzung von M. Bruhns, pag. 362). Es wäre gewiss auch Tychos Beobachtungstalent aufgefallen, wenn die Erscheinung der grössten Breite sich in einer Periode von 173 Tagen statt nahe 30 Tagen wiederholt hätte. Montucla sagt hier: Tycho parait cependant n'avoir fait ici aucune attention à la position des noeuds, qui est la principale cause de cette irrégularité.“ Wie man sieht, ist die Lage des Knotens durch das Auftreten des Coefficienten $\sin u$ in dem Gliede $9'\cos 2\,D\sin u$ und durch das Glied $9'\sin 2\,D\cos u$ berücksichtigt.

Ich habe bereits an einer anderen Stelle darauf hingewiesen, dass die sogenannten „Tafelfehler", d. i. die Abweichung der astronomischen Tafeln von den Beobachtungen viel mehr dem Umstande zuzuschreiben waren, dass man nicht heliocentrische Orte tabulierte, und den Übergang auf die geocentrischen Orte der Rechnung überliess, als den Fehlern in den angewandten Constanten.*) Seit Copernicus, wo die grösste Ungleichheit, die Parallaxis Orbis magni von den anderen leicht zu trennen war, konnte dieser Umstand nicht mehr lange verborgen bleiben; in der That zeigt der Anblick der durch die verschiedenen Epicykeln dargestellten analytischen Ausdrücke eine für die Beobachtungen jener Zeit völlig ausreichende Genauigkeit, so dass Tychos Mondtheorie gewissermassen den Abschluss der Darstellung durch Epicykeln gab. Planetentafeln hatte Tycho nicht angelegt, vielleicht sah er die Schwierigkeit einer besseren Darstellung ein, ohne sich über die Mittel zur Erreichung derselben noch recht klar geworden zu sein. Es sollte Kepler, seinem Nachfolger in Prag, vorbehalten bleiben, diese anzulegen; dieser wurde aber dann zu dem entscheidenden Schritte geführt, durch welchen endlich die Epicykeln ganz verschwanden; doch mag Kepler Anregungen hiezu bereits aus mehreren Darstellungen Copernicus' und Tychos gefunden haben. Zunächst war die Einführung der Libration der Äquinoctien bei dem ersteren, noch mehr aber diejenige der Variation und jährlichen Gleichung des Mondes bei dem letzteren eine der eigentlichen Epicykelntheorie fremde Darstellung. Sodann mag auch die dreifache, wesentlich verschiedene Darstellung, in welcher sich die Mondtheorie bei Ptolemäus und Alfons einerseits, dann aber bei Copernicus und weiters bei Tycho, in dieser selbst ganz abgesehen von der Variation und jährlichen Gleichung darbietet, einem Denker wie Kepler die Überzeugung eingegeben haben, dass die mathematische Conception, als welche alle diese Männer die Epicykelntheorie auffassten, keinesfalls die einfachste wäre. Eine weitere Andeutung in dieser Richtung findet sich in Tychos Darstellung der Bahn des Kometen von 1577. Der Komet bewegte sich nach Tycho in einer Kreisbahn um die Sonne, aber mit empirisch bestimmter, ungleicher Geschwindigkeit, und hier findet sich eine Bemerkung, dass es Tycho nicht für unzulässig halten würde, dass der Komet auch eine längliche, ovale Bahn mit gleichmässiger Geschwindigkeit beschreiben würde.**) Fateor quidem, quod convenientius foret, si Cometa in hoc ipso orbe per totam suam durationem aequale temporis intervallo

*) Beim Übergange auf die geocentrischen Coordinaten machte sich allerdings noch ein anderer Fehler bemerklich, nämlich die Beziehung der Bahn auf den mittleren statt auf den wahren Sonnenort.

**) l. c. II. Bd., pag. 193.

aequales arcus confecisset .... Malui itaque eosdem Cometae in suo orbe circa Solem quotidianos gressus retinere quales ipsa experientia nobis suppeditabat .... Nec est quod quispiam ob hanc per se non admodum diutinam aut magnam inaequalitatem, Hypotheseos nostrae certitudinem labefactari existimet. Verosimile enim, Cometas, quemadmodum non habent adeo perfecta et ad perpetuam durationem consummata corpora, sicut reliquae Stellae inde ab initio Mundo coaevae: sic etiam non tam adsolutum et constantem in suis circuitibus observare aequalitatis tenorem; sed saltem velut mimi quidam Planetarum regularitatem uniformem quodammodo aemulantur non autem omnimode assequuntur; quod etiam subsequentium aliquot annorum Cometae qui non minus in Aetherea Mundi regione versabantur, nos haud obscure docuerunt. Sive igitur Cometa hic noster non undequaque et exquisite rotundum ad Solem circuitum, sed aliquantulum oblongiorem, in modum figurae quam Ovadam vulgo vocant, confecerit, sive perfecte quidem circulari tramite sed motu per se ab initio tardiori, posteaque paulatim adaucto incesserit, circa Solem nihilominus revera convolvebatur, utut aliqualem inaequalitatem, non tamen confusam et inordinatam admiserit.

Tycho Brahe war einer der ersten, welcher den Versuch machte, aus den Beobachtungen eines Kometen eine Bahn desselben zu bestimmen. Es war der Komet von 1577, hundert Jahre, nachdem Regiomontan als der erste den stellaren, nicht tellurischen Ursprung der Kometen bewiesen hatte, dessen zahlreiche Beobachtungen Tycho das Material für seine Untersuchungen lieferte. Gleichzeitig berechnete auch Maestlin eine Bahn; dessen Untersuchungen sind in mancher Beziehung von denjenigen Tychos verschieden, wovon weiter unten gesprochen wird.

Zunächst muss bemerkt werden, dass von anderen Beobachtern Beobachtungen dieses Kometen auf Parallaxe geprüft wurden, und sehr merkliche Parallaxen ergaben. So hatte Thaddäus Hagecius die Parallaxe in der Höhe von 38° gleich 5°, Bartolomeus Scultetus in der Höhe von 29° gleich 5° 22′, Andreas Nolthius in der Höhe von 33° gleich 5° 32′, Niçolaus Winckelerus in der Höhe von 46° gleich 6° 50′ gefunden.*) Tycho nahm für alle diese Beobachtungen Neureductionen mit Berücksichtigung von Refraction und unter Zugrundelegung verbesserter Fixsternpositionen vor und fand keine merkliche Parallaxe. Am Schlusse dieser Untersuchungen, denen er einen grossen Theil des Werkes widmet, und in denen er die Beobachter als Viri Eruditissimi, Clarissimi etc. bezeichnet, findet er sich doch zu dem Ausrufe veranlasst: „O Instrumenta! O Observatores! Ubi Oculi? Ubi

*) l. c. II. Bd., pag. 318.

Intelligentia et sedula Veritatis enucleatio?"*) Auch aus seinen eigenen Beobachtungen konnte er eine merkliche Parallaxe nicht finden, woraus er zunächst wieder den Schluss ziehen konnte, dass der Komet nicht tellurischen Ursprunges war.**)

Die Beobachtungen des Kometen, sowie die von Tycho vorgenommene Bahnbestimmung ist aus manchen Gründen sehr merkwürdig, weshalb ich auf dieselbe hier etwas näher eingehen will.

Die Beobachtungen, Distanzmessungen von Fixsternen, nach den Reductionen Tychos sind in der 2., 3., 5. und 6. Colonne der folgenden Tabelle „Beobachtungen des Kometen von 1577" eingetragen.

Aus diesen Beobachtungen leitete nun Tycho zunächst eine geocentrische Bahn ab. Die dazu dienenden Formeln lassen sich analytisch folgendermassen zusammenfassen:

$$\operatorname{tg} i \sin (l_1 - \Omega) = \operatorname{tg} b_1$$

$$\operatorname{tg} i \cos (l_1 - \Omega) = \frac{\operatorname{tg} b_2 - \operatorname{tg} b_1, \cos (l_2 - l_1)}{\sin (l_2 - l_1)}$$

wenn $l_1\, b_1$, $l_2\, b_2$ geocentrische Längen und Breiten, bezw. Rectascensionen und Declinationen sind, wodurch man Neigung i und Knoten Ω im ersten Falle bezogen auf die Ekliptik, im zweiten Falle bezogen auf den Äquator erhält.***) Tycho fand durch Zusammenfassung der Beobachtungen von je zwei Daten die folgenden Werte:

für die Ekliptik aus den Beobachtungen von:

23. November und 2. Jänner:	$\Omega = 20^0\, 52'$ ↗ ;	$i = 29^0\, 13'$
13. November und 12. Jänner:	20 52	29 16
25. November und 31. December:	20 51	29 13
20. November und 5. Jänner:	20 51	29 13
15. November und 9. Jänner:	20 57	29 13
21. November und 1. Jänner:	21 3	29 15
14. November und 30. December:	20 58	29 13

*) l. c. II. Bd., pag. 437.

**) Es mag hier bemerkt werden, dass auch für den neuen Stern von 1572 eine grosse Zahl von Beobachtern unter diesen auch wieder Hagecius, Nolthius, Parallaxen fanden, welche auf eine Entfernung gleich der des Saturn, oder noch kleiner führten; auch diese Beobachtungen prüfte Tycho und fand die Unrichtigkeit der Resultate. Doch muss hier auf den Umstand hingewiesen werden, dass der von Tycho für die Sonnenparallaxe angenommene Wert von nahe 3′ eine Übereinstimmung in den Resultaten darbietet, welche mit Rücksicht auf den grossen Fehler, der in dem angenommenen Werte liegt, die diesbezüglichen Beobachtungen oder Reductionen Tychos als weniger wertvoll erscheinen lässt, als man von denselben erwarten würde.

***) S. hierüber z. B. Oppolzer, Lehrbuch zur Bahnbestimmung von Planeten und Kometen, II. Aufl., I. Bd., pag. 102.

für den Äquator aus den Beobachtungen von:

13. November und 12. Jänner:	$\Omega' = 299^0\,46'$;	$i' = 33^0\,47'$
14. November und 9. Jänner:	299 52	34 6
15. November und 5. Jänner:	299 51	33 46
20. November und 2. Jänner:	299 50	33 45
21. November und 1. Jänner:	299 48	33 45
13. November und 1. Jänner:	299 47½	33 44
14. November und 31. December:	299 52	33 48

woraus er die Mittelwerte: $\Omega = 260^0\,55'$; $i = 29^0\,15'$ für die Ekliptik und $\Omega' = 299^0\,50'$; $i' = 33^0\,45'$ für den Äquator zieht. Mit diesen wird nun eine „Ephemeride" des Kometen berechnet, wozu er noch eine Annahme über die Bewegung des Kometen in der Bahn braucht. Letztere bestimmt er so, dass sie möglichst regelmässig, und die Beobachtungen möglichst völlig dargestellt werden. Für das Argument der Breite, d. i. den Abstand des Himmelskörpers vom Knoten, u hat man bekanntlich

$$\sin b = \sin u \sin i$$
$$\sin (l - \Omega) \cos b = \sin u \cos i$$
$$\cos (l - \Omega) \cos b = \cos u.$$

Rechnet man für die Daten der Beobachtungen aus den gegebenen Längen und Breiten die Werte von u sowol aus dem sinus als aus dem cosinus, so erhält man die in der folgenden Tabelle eingetragenen Zahlen.

Beobachtungen des Kometen von 1577.

Datum 6^h M. Z.	Länge	Breite nördlich	Bahn II	Rect-ascension	Declination	Bahn I	Argument der Breite aus sin u	aus cos u
1577								
Nov. 13	277°15′	8°59′	7′ 53′	277°23′	−14°17′		18°39·4	18°35′
14	280 42	10 42	39 42	280 47	−12 21		22 21·4	22 23
15	283 47	12 16	52 19	283 43	−10 32		25 48·1	25 48
20	296 59	18 15	65 17	295 34	− 2 50		39 54·5	39 51
21	299 14	19 9	20 11	297 30	− 1 33		42 13·5	42 10
23	303 31	20 45	30 45	301 7	+ 0 51	3′ 50½′	46 32	46 30·0
25	307 24	22 6	17 2	304 19	+ 3 0		50 26	50 21·5
29	313 45	24 0	43 2	309 29	+ 6 21	25	56 26	56 30·2
30	315 3	24 29	2 26	310 28	+ 7 8½	32 8	58 6	57 46·6

Datum 6h M. Z.	Länge	Breite nördlich	Bahn II	Rect-ascension	Declination	Bahn I	Argument der Breite aus sin u	aus cos u
1577								
Dec. 1	316°22′	24°47′	20′ 47′	311°31′	+ 7°46′		59°11′	59° 0·6
10	325 47	26 50	49 52	319 4	+12 23		67 38	67 43·7
12	327 21	27 8	28 11	320 17	+13 8	19′ 9′	69 7	69 9·4
13	328 10	27 18	18 20	320 57	+13 33		69 59	69 54·1
14	328 55	27 26	63 28	321 32	+13 54	34	70 42	70 34·8
17	331 17	27 46	19 50	323 27	+14 58	26	72 38	72 42·2
23	335 23	28 24½	16 22	326 42	+16 54			76 22·5
30	339 14	28 42	16 45	329 50½	+18 29	52 30		79 46·1
31	339 54	28 46	49 47	330 24	+18 46	19 44		80 21·4
1578								
Jan. 1	340 22	28 49	22 50	330 46	+18 58	45		80 46·1
2	340 54	28 51	53 52	331 12	+19 11			81 14·2
5	342 24	28 57	20 59	332 26	+19 48			82 33·3
9	344 15	29 3	12 4	333 58	+20 33			84 10·5
12	345 37	29 10	32 8	335 5	+21 9			85 22·4
26	350 55	29 18	55 15	339 35	+23 10			90 0·0

Vergleicht man hier die Zahlenwerte der u aus beiden Colonnen, so ist zunächst die Thatsache ersichtlich, dass die geocentrische Bewegung fast genau durch einen grössten Kreis darstellbar ist. Die erhaltenen Zahlen glich nun Tycho empirisch aus; er extrapolierte die Bewegung von dem 13. November zurück, erhielt für den Durchgang durch den aufsteigenden Knoten der Ekliptik: 1577 November 9·5 und für die tägliche Bewegung (von November 9·25 an gerechnet) die folgende Reihe:

Nov. 9	6° 2′	Nov. 16	2°58′	Nov. 23	1°59′	Nov. 30	1°14′
10	5 24	17	2 49	24	1 53	Dec. 1	1 11
11	4 49	18	2 39	25	1 44	2	1 8
12	4 17	19	2 29	26	1 35	3	1 5
13	3 48	20	2 19	27	1 28	4	1 2
14	3 25	21	2 13	28	1 21	5	0 58
15	3 9	22	2 7	29	1 17	6	0 55
16		23		30		7	

Dec. 7	52′	Dec. 20	36′	Jan. 2	28′	Jan. 15	22′
8	48	21	35	3	27	16	21
9	44	22	34	4	25	17	21
10	42	23	32	5	25	18	20
11	43½	24	31	6	24	19	20
12	43½	25	30	7	24	20	19
13	43	26	29	8	24½	21	18
14	42	27	29	9	24	22	18
15	42	28	28	10	24½	23	17
16	41	29	27	11	24	24	17
17	41	30	28	12	23	25	16
18	38	31	28	13	23	26	
19	37	Jan. 1	29	14	22		
20		2		15			

Mit diesen Bewegungen rechnete er dann die Rectascensionen und Declinationen für jeden Tag, 6 Uhr nachmittags, und erhielt — nach der Wahl der täglichen Bewegungen und mit Rücksicht auf die gute Übereinstimmung der Einzelwerte für i' und Ω' — eine recht gute Darstellung der Beobachtungen. Für die abweichenden Werte sind in der voranstehenden Tabelle die Minuten in der Colonne „Bahn I“ eingetragen.

Grössere Differenzen in den u finden sich von November 30 bis December 10; rechnet man mit den nicht ausgeglichenen, aus cos u erhaltenen Werten von u und den Mittelwerten von i' und Ω' die Breiten, so erhält man:

	Nov. 30	Dec. 1	10	12
die Breiten	24° 23.4	24° 44.2	26° 51.1	27° 8.5
mit den Fehlern	+ 5·6	+ 2·8	— 1·1	— 0·5
	Dec. 13	14	17	
die Breiten	27° 17.0	27° 24.6	27° 46.7	
mit den Fehlern	+ 1·0	+ 1·4	— 0·7.	

Hieraus ist nun ersichtlich, dass es nicht ferne gelegen wäre, für diesen Kometen eine geocentrische Bahn anzunehmen, da seine Abweichungen vom grössten Kreise selbst bei einem zurückgelegten Bogen von 70° ganz innerhalb der Beobachtungsfehler jener Zeit fallen. Wenn Tycho nichtsdestoweniger eine heliocentrische Bahn annimmt, so lassen sich hiefür zwei Erklärungen annehmen. Entweder er nahm eine geocentrische Bahn an, in welcher jedoch die Bewegung viel zu ungleichmässig war, um einfach kreisförmig supponiert zu werden; er nahm deshalb eine epicyklische Bewegung, bei welcher der Radius des Deferenten beliebig, derjenige des Epicykels so angenommen werden muss, dass die geocentrischen Geschwindigkeiten des Kometen möglichst richtig

dargestellt werden. Zahlreiche Versuche mögen nun Tycho überzeugt haben, dass eine gleichförmige Geschwindigkeit des Kometen im Epicykel die Beobachtungen nicht darzustellen vermag, dass man aber unter der Annahme, dass der Radius des Epicykels gleich 0·8405 des Radius des Deferenten ist, mit einer nahe gleichförmigen Geschwindigkeit ausreicht, wenn die Geschwindigkeit im Deferenten gleich der mittleren Geschwindigkeit der Sonne angenommen wird und der Ort des Epicykelmittelpunktes mit dem mittleren Sonnenorte zusammenfällt. Wenn dann der Radius des Deferenten als die Entfernung der Erde von der Sonne angenommen wurde, so war die heliocentrische Bahn sofort erhalten. Jedenfalls würde dieses einen ganz bedeutenden Aufwand von Arbeit erfordert haben, den wir bei Tycho allerdings bereits bei der Darstellung der Mondbewegung vermuten müssen, jene Unermüdlichkeit in immer wieder vorzunehmenden numerischen Versuchen, welche später bei Kepler schliesslich durch die empirische Auffindung seiner Gesetze gekrönt wurde. Hiegegen spricht allerdings ein Umstand: dass nämlich nirgends dieser Rechnungen Erwähnung geschieht. Hingegen spricht ein sehr gewichtiger Grund dafür, auf den ich erst später (bei der Behandlung der heliocentrischen Bahn*) zu sprechen kommen werde.

Es bleibt dann aber noch die zweite Annahme, dass er naturgemäss sofort die heliocentrische Bewegung einführte, weil er die Ruhe der Erde in seinem Systeme nur als eine vicarierende, den geometrischen Anforderungen und den notwendigen Opportunitätsrücksichten genügeleistende Hypothese einführte. Da aber immerhin eine geocentrische Bewegung auch eines anderen Himmelskörpers als des Mondes nicht ausgeschlossen werden braucht, so bleibt es immerhin wahrscheinlicher, dass er den ersten Weg wählte.

Der Komet bewegt sich hienach um die Sonne in einem Kreise, so dass seine Bahn ausserhalb der Venusbahn, aber innerhalb der Erdbahn fällt und die Mondbahn nicht schneidet. Die Geschwindigkeit in seiner Bahn beträgt bei dem Durchgange durch den Knoten am 9. November 55′, am 20. November 1°, am 1. December 1° 24′; seine grösste Geschwindigkeit, $1\frac{1}{2}°$, hatte er zwischen dem 20. und 30. December; von hier wurde seine Geschwindigkeit allmählich kleiner und erreichte am Ende seiner Sichtbarkeit am 26. Jänner den Betrag von 1° 25′ täglich.

Die Rechnungen, welche Tycho über die heliocentrische Bahn des Kometen anstellt, sind in Folge zweier principieller Irrtümer etwas schwer verständlich, weshalb ich zunächst einen Auszug aus seiner Ephemeride,**) die Berechnung des Halbmessers der Kometenbahn und die Rechnung eines Kometenortes anführe.

*) S. pag. 128.

**) l. c. pag. 206.

1577 Decemb.	Simplex Sol	Motus ☌ in suo orbe a perigaeo	Motus diurnus in suo orbe	Distantia ☌ a simplici ☉	Motus in suo ductu ab intersectione cum Ecliptica	λ Cometae	β Cometae	Distantia a centro mundi in semidiam Terrae
1	20° 11′ ♐	29° 55′		59° 50′	59° 0′	16° 20′ ♒	24° 47′	539
			1° 24′					
2	21 10	31 19		59 55	60 12	17 38	25 6	563
			1 25					
3	22 9½	32 44		59 54	61 19	18 50	25 23	587
			1 26					
4	23 9	34 10		59 49	62 23	19 58	25 38	612
			1 26					
5	24 8	35 36		59 42	63 23	21 2	25 53	636
			1 27					
6	25 7	37 3		59 31	64 20	22 5	26 7	661
			1 27					
7	26 6	38 30		59 19	65 15	23 5	26 20	686
			1 27					
8	27 5	39 57		59 4	66 8	24 2	26 33	711
			1 28					
9	28 4	41 25		58 47	66 58	24 56	26 44	736
			1 28					
10	29 3	42 53		58 28	67 46	25 49	26 52	761
			1 28					
11	0 3 ♑	44 21		58 6	68 32	26 39	27 3	785
			1 28					
12	1 2	45 49		57 44	69 17	27 28	27 11	810
			1 28					
13	2 1	47 17		57 21	70 1	28 18	27 20	834
	☉	η	△ η	D	u			ϱ

Apogäum der Sonnenbahn $5\frac{3}{4}^0$ ♋; Perigäum $5\frac{3}{4}^0$ ♑; Knoten der Kometenbahn 20° 55′ Schütze; Abstand des Sonnenperigäums vom Knoten 14° 50′; reduciert auf die Bahn: $\omega = 16^0\ 53'$.

Berechnung des Halbmessers: Am 2. December: Entfernung des Kometen von der mittleren Sonne 59° 55′ = grösste Digression. Ort der mittleren Sonne 21° 10′ ♐; Abstand der mittleren Sonne vom Knoten 0° 15′; reduciert auf die Bahn 0° 17′; dieses von ω abgezogen, bleibt Abstand der mittleren Sonne vom Perigäum, reduciert auf die Kometenbahn 16° 36′, daher (Fig. 14) $\sphericalangle ABD = 16^0\ 36'$; ferner $AB = 360$, wenn $BD = 10000$; hiezu die zum mittleren Sonnenorte gehörige Mittelpunktsgleichung $0^0\ 36\frac{2}{3}' = ADB$ und der Radiusvector der Erde $AD = 9655$; daher Abstand des wahren Sonnenortes vom Knoten $0^0\ 19\frac{2}{3}'$; Bewegung des Kometen $60^0\ 12' = DB\,(Q)$; daher $DAQ = 60^0\ 31\frac{2}{3}'$ und wegen der grössten Digression $\sphericalangle AQD = 90^0$; woraus $DQ = 8405$.

Berechnung für den 11. December: Mittlerer Ort der Sonne 0° 3′ ♑; daher Abstand vom Knoten 9° 8′; reduciert auf die Kometenbahn 10° 26′; Abstand vom Perigäum, reduciert auf die Bahn,

$6^0\,27' = ABD$; zum mittleren Sonnenorte gehörige Mittelpunktsgleichung der Sonne $= 0^0\,14\frac{1}{2}' = ADB$ und Radiusvector 9643. Aus der Ephemeride $BDK = 44^0\,21'$, daher $ADK = 44^0\,6\frac{1}{2}'$, folglich $AK = 6873$ und $DAK = 58^0\,20\frac{1}{4}'$. Wenn $AL \parallel BD : KAL = 58^0\,6' =$ geocentrischer Abstand der mittleren Sonne vom Kometen. Hiezu Abstand der mittleren Sonne vom Knoten $10^0\,26'$ gibt Abstand des Kometen vom Knoten $68^0\,32'$, reduciert auf die Ekliptik $65^0\,44'$; daher Länge $26^0\,39'$ ♒; Breite $27^0\,3'$.

Zunächst sieht man, dass die erhaltenen Werte von Länge und Breite wol dieselben sind, wie die in der Ephemeride eingetragenen; die Rechnung stimmt aber nicht mit der geometrischen Annahme.

In der Ephemeride ist in der ersten Colonne der mittlere Ort der Sonne, ☉ eingetragen (diese Zeichen habe ich hier am Fusse des Ephemeridenauszuges angeschrieben). Sei A (Fig. 15) der Ort der Erde, B der Mittelpunkt der Sonnenbahn, so ist die Richtung AB die des Apogäums nach $5^0\,45'$ ♋ gerichtet, folglich BA die Richtung des Perigäums nach $5^0\,45'$ ♑. Sei dann BD die Richtung der mittleren, AD die Richtung der wahren Sonne, so sind $HAD = v$, $HBD = M$, bezw. wahre und mittlere Anomalie der Sonne. Projiciert man die Linie BD auf die Kometenbahn K, welche gegen die Ekliptik um den Winkel $i = 29\frac{1}{4}^0$ geneigt ist, und sei diese Projection Dm, so wird, in jeder Lage des Erd-, bezw. Sonnenortes, von m aus, d. i. vom instantanen Perigäum des Kometen die Bewegung η gezählt, und zwar retrograd, weil nur unter dieser Voraussetzung die sehr grossen Anfangsgeschwindigkeiten und sehr kleinen Geschwindigkeiten gegen das Ende der Sichtbarkeit erklärt werden können. $\triangle\,\eta$ bedeutet die tägliche Bewegung in dieser Bahn.

Nun tritt der erste Fehler Tychos auf: Für die folgende Rechnung lässt er die Punkte A, B, in die Kometenbahn hineinfallen; er nimmt $m\,D\,A_0 = \delta$, $D\,A_0 = DA = R$, wenn δ und R die zur mittleren Anomalie der Sonne HBD gehörigen Werte der Mittelpunktsgleichung und des Radiusvectors sind; ist weiters A der Halbmesser der Kometenbahn, so sind im Dreiecke $A_0\,KD$ die Seiten $A_0\,D = R$, $KD = A$ und der zwischenliegende Winkel $A_0\,DK = \eta + \delta$ bekannt (in der Figur ist δ negativ, weil die Anomalie negativ ist) und es folgt daraus $A_0\,K$ gleich dem Abstand des Kometen von der Erde, und wenn dieser Abstand mit $\frac{1150}{10000}$ multipliciert wird, um ihn von der Einheit $BD = 10000$ auf die Einheit 1150 Erdhalbmesser zu reducieren, die in der letzten Colonne der Ephemeride eingetragenen Werte ρ. Weiter folgt der Winkel $D\,A_0\,K$; reduciert man diesen Winkel durch Addition der Mittelpunktsgleichung der Sonne auf den mittleren Sonnenort, so erhält man

$DA_0K + \delta = DB_0(K)$, welches der in der Colonne D enthaltene Wert ist. Legt man hiezu den Winkel $m D \Omega = m B_0 \Omega_0$, d. i. den auf die Kometenbahn reducierten Abstand des mittleren Sonnenortes vom Knoten der Kometenbahn, so erhält man den Winkel $\Omega_1 AK$ als geocentrisches Argument der Breite u des Kometen; und nun tritt ein zweiter Irrtum auf: Mit diesem Argument der Breite und derselben geocentrischen Neigung i werden geocentrische Länge und Breite gerechnet. Die diesem Vorgange entsprechenden Formeln sind nun die folgenden:

Sei für das vorgelegte Datum $\odot$ die mittlere Länge, l die wahre Länge der Sonne; π die Länge des Sonnenperigäums, Ω die Länge des Knotens der Kometenbahn, so ist die mittlere Anomalie der Sonne $M = \odot - \pi$, womit die Mittelpunktsgleichung δ und der Radiusvector R aus den Sonnentafeln zu entnehmen sind. Wenn $Dh' \parallel AH$ in der Ebene der Ekliptik und Dh diejenige Linie in der Kometenbahn, deren Projection auf die Ekliptik Dh' ist, so ist, wenn $hD\Omega = \omega$, $mD\Omega = m$ gesetzt wird:

$$\cot \omega = \cot(\pi - \Omega) \cos i$$
$$\cot m = \cot(\odot - \Omega) \cos i.$$

Aus der Ephemeride wird dann für das vorgelegte Datum η entnommen, und dann wird:

$$\left.\begin{aligned} \rho \sin(D - \delta) &= A \sin(\eta + \delta) \\ \rho \cos(D - \delta) &= R - A \cos(\eta + \delta) \\ u &= D + m \\ \sin \beta &= \sin u \sin i \\ \operatorname{tg}(\lambda - \Omega) &= \operatorname{tg} u \cos i. \end{aligned}\right\} \quad \text{I}$$

Die Unrichtigkeit liegt nun im Systeme der Formeln I. Um D und ρ zu finden, hat man zunächst in dem sphärischen Dreiecke, dessen Seiten $KD\Omega = \eta - m$, $\Omega DA = l - \Omega$, $KDA = \Delta$ (die gesuchte Seite) und der von den ersten beiden eingeschlossenen Winkel $180^0 - i$ und sodann in dem ebenen Dreiecke ADK:

$$\left.\begin{aligned} \cos \Delta &= \cos(\eta - m) \cos(l - \Omega) - \sin(\eta - M) \sin(l - \Omega) \cos i \\ \rho_1 \sin D_1 &= A \sin \Delta \\ \rho_1 \cos D_1 &= R - A \cos \Delta, \end{aligned}\right\} \quad \text{II a}$$

und die hieraus erhaltenen Werte von ρ_1 und D_1 wären an die Stelle von ρ und D zu setzen. Zur Bestimmung von Länge und Breite hat man, wenn man mit p das von K auf die Ekliptik gefällte Perpendikel bezeichnet, $p = A \sin(\eta - m) \sin i$, folglich:

$$\sin \beta = \frac{A}{\rho} \sin(\eta - m) \sin i, \quad \text{II b}$$

und sodann in dem rechtwinkligen sphärischen Dreiecke aus dem Trieder,

dessen Spitze in A ist, und dessen Hypothenuse D_1, dessen Katheten β und $\lambda - l$ sind:*)

$$\cos(\lambda - l) = \frac{\cos D_1}{\cos \beta}. \qquad \text{II c}$$

Man hat nun die Constanten:

$\pi = 5^0\,45'\,\mathfrak{V}$	$i = 29^0\,15'$	$\pi - \Omega = 14^0\,50'$
$\Omega = 20^0\,55'\,\mathfrak{X}$	$\cos i = 9{\cdot}94076$	$\omega = 16^0\,53'.$
$A = 0{\cdot}8405$	$\sin i = 9{\cdot}68897$	

Nun ist nach dem Rechnungsschema I für den 11. December:

$\odot = 0^0\ 3'\ \mathfrak{V}$	$D - \delta = 58^0\ 20{\cdot}2$
$\odot - \Omega = 9\ \ 8$	$D = 58\ \ 5{\cdot}7$
$m = 10\ 26{\cdot}4$	$u = 68\ 32{\cdot}1$
$\delta = -0\ 14{\cdot}5$	$\log \rho = 9{\cdot}83715$
$\eta = 44\ 21$	$\log 1150 = 3{\cdot}06070$
$\eta + \delta = 44\ \ 6{\cdot}5$	$\log(\rho) = 2{\cdot}89785$
$\sin(\eta + \delta) = 9{\cdot}84262$	$\rho = 0{\cdot}6873$
$\log A = 9{\cdot}92454$	$= 790{\cdot}4$
$\cos(\eta + \delta) = 9{\cdot}85614$	$\sin u = 9{\cdot}96878$
$\log R = 9{\cdot}98421$	$\operatorname{tg} u = 0{\cdot}40538$
$A\cos(\eta + \delta) = 9{\cdot}78068$	$\sin \beta = 9{\cdot}65775$
Subtr. $= 9{\cdot}77658$	$\operatorname{tg}(\lambda - \Omega) = 0{\cdot}34614$
$\rho \sin(D - \delta) = 9{\cdot}76716$	$\lambda - \Omega = 65^0\ 44{\cdot}4$
$9{\cdot}93001$	$\lambda = 326\ 39{\cdot}4$
$\rho \cos(D - \delta) = 9{\cdot}55726$	$\beta = 27\ \ 2{\cdot}8$
$\operatorname{tg}(D - \delta) = 0{\cdot}20990$	

Nach dem Rechnungsschema II wird:

$\eta - m = 33^0\ 54{\cdot}6$	$\log A = 9{\cdot}92454$
$l = 270\ 17{\cdot}5$	$\sin \triangle = 9{\cdot}82809$
$l - \Omega = 9\ 22{\cdot}5$	$\triangle = 42^0\ 18{\cdot}5$
$\cos(\eta - m) = 9{\cdot}91903$	$\log R = 9{\cdot}98421$
$\cos(l - \Omega) = 9{\cdot}99416$	$A\cos \triangle = 9{\cdot}79350$
$\sin(\eta - m) = 9{\cdot}74655$	Subtr. $= 9{\cdot}74143$
$\sin(l - \Omega) = 9{\cdot}21191$	$\rho_1 \sin D_1 = 9{\cdot}75263$
$9{\cdot}91319$	$9{\cdot}93212$
$8{\cdot}89922$	$\rho_1 \cos D_1 = 9{\cdot}53493$
Subtr. $= 0{\cdot}96974$	$\operatorname{tg} D_1 = 0{\cdot}21770$
$\cos \triangle = 9{\cdot}86896$	$D_1 = 58^0\ 47{\cdot}6$

*) Zur Probe hat man aus den beiden erwähnten sphärischen Dreiecken:

$$\sin \varepsilon = \frac{\sin(\eta - m)}{\sin \triangle} \sin i\,; \cos \varepsilon = \cot D_1 \operatorname{tg}(\lambda - l)$$

für die Neigung ε der Ebene $K\,D\,A$ gegen die Ekliptik.

$$\log \rho_1 = 9{\cdot}82051$$
$$\log 1150 = 3{\cdot}06070$$
$$\log [\rho_1] = 2{\cdot}88121$$
$$\rho_1 = 0{\cdot}6615$$
$$760{\cdot}7$$
$$\log A \sin(\eta - m) = 9{\cdot}67109$$
$$\log \frac{1}{\rho} = 0{\cdot}17949$$
$$\sin \beta = 9{\cdot}53955$$
$$\cos \beta = 9{\cdot}97224$$
$$\cos D_1 = 9{\cdot}71443$$

$$\cos(\lambda - l) = 9{\cdot}74219$$
$$\lambda - l = 56^0\ 28{\cdot}4$$
$$\lambda = 326\ \ 45{\cdot}9$$
$$\beta = \ \ 20\ \ 15{\cdot}9$$

$$\sin i \sin(\eta - m) = 9{\cdot}43552$$
$$\sin \triangle = 9{\cdot}82809$$
$$\sin \varepsilon = 9{\cdot}60743$$
$$\cot D_1 = 9{\cdot}78232$$
$$\operatorname{tg}(\lambda - l) = 0{\cdot}17878$$
$$\cos \varepsilon = 9{\cdot}96110$$

Dennoch gibt es eine Voraussetzung, unter welcher die Rechnung I richtig ist. Denkt man sich nämlich durch $A_0 B_0$ die Ebene der Ekliptik $A_0 B_0 D_0$ gehend, so dass $A_0 H_0$ die Richtung zum Perigäum, $B_0 D_0$ die Richtung zum mittleren Sonnenorte und $B_0 \Omega_0$ die Richtung der Knotenlinie der Kometenbahn ist; sei ferner in einer um i gegen die Ekliptik geneigten, diese in $B_0 \Omega_0$ schneidenden Ebene E die Richtung $B_0 D$, so dass $B_0 D_0$ ihre Orthogonalprojection auf die Ekliptik ist und $B_0 D = B_0 D_0 = 1$, so wird ohne merklichen Fehler $A_0 D = A_0 D_0$, $A_0 D B_0 = \delta$ gesetzt werden können, und dann wird, immer mit denjenigen kleinen Vernachlässigungen, welche daher rühren, dass A_0 nicht in die Ebene E fällt, das Rechnungsschema I richtig sein, wenn der Kreis K in die vorhin angegebene Ebene E fällt, d. h. wenn man es nicht mit einer heliocentrischen, sondern mit einer geocentrischen Bahn in einem Epicykel zu thun hat, wie dieselbe auf pag. 123 erwähnt ist.

Es erübrigt daher noch, den Weg anzudeuten, auf welchem eine epicyklische Bewegung zur gegebenen Darstellung führen kann. Sei t_0 die Zeit, zu welcher der Komet in seinem Perigäum (in m selbst, zwischen B_0 und D) steht; sei ε die Bewegung des Deferentenmittelpunktes in einem Tage, ε_1 die tägliche Bewegung des Kometen im Epicykel, A der Halbmesser desselben, wenn der Halbmesser des Deferenten gleich 1 gesetzt wird; dann ist der von dem Kometen im Epicykel in einem Tage zurückgelegte Weg $a = A \varepsilon_1$, welcher von B_0 unter dem Winkel $e = A \varepsilon_1 : \rho$ gesehen wird, wenn ρ wie früher die zu diesem Punkte gehörige Distanz des Kometen von der Erde bedeutet; es ist also

$$\rho = \sqrt{1 + A^2 - 2A \cos w_1}, \text{ wobei } w_1 = (t - t_0)\, \varepsilon_1$$

ist. Es ist daher die siderische Bewegung des Kometen

$$g = \varepsilon + \frac{A \varepsilon_1}{\rho}$$

und es handelt sich darum, A, t_0, ε, ε_1 so zu wählen, dass für verschiedene Punkte der Bahn g mit den beobachteten Geschwindigkeiten übereinstimmt. Für drei verschiedene Punkte der Bahn wäre

$$g_0 = \varepsilon + \frac{A\varepsilon_1}{\rho_0}; \quad g_1 = \varepsilon + \frac{A\varepsilon_1}{\rho_1}; \quad g_2 = \varepsilon + \frac{A\varepsilon_1}{\rho_2}$$

und daraus

$$g_0 - g_1 = A\varepsilon_1\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}\right); \quad g_1 - g_2 = A\varepsilon_1\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)$$

$$\frac{\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}}{\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}} = \frac{g_0 - g_1}{g_1 - g_2}.$$

Hat man t_0 für einen angenommenen Wert von A so bestimmt, dass dieser Bedingung genügt wird, so ergibt sich dann

$$A\varepsilon_1 = \frac{g_0 - g_1}{\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_1}}; \quad \varepsilon = \frac{g_1\rho_1 - g_0\rho_0}{\rho_1 - \rho_0}.$$

Wenn die so erhaltenen Werte von ε und $A\varepsilon_1$ auch die übrigen Geschwindigkeiten darstellen, so wird die Annahme für A beibehalten werden können; wenn nicht, so muss für A eine zweite Hypothese gemacht werden. Wenn nun auch die numerischen Rechnungen für jene Zeiten nicht durch die Einführung eines einfachen Algorithmus so übersichtlich wurden, wie dies heutzutage möglich ist, so ist es doch keineswegs undenkbar, dass der hier gegebene analytische Weg von Tycho geometrisch verfolgt wurde, und ihn zu dem Resultate führte, dass $\varepsilon = 1^0$ und $A = 0{\cdot}8$ sehr nahe ε_1 ebenfalls 1^0 ergab, während für t_0 ein Datum folgte, an welchem sich durch Extrapolation mit ε und ε_1 der Komet sehr nahe in Conjunction mit der Sonne befand, woraus sich sofort die Identität der Breitenkreise für die Richtung nach der Sonne und nach dem Deferentenmittelpunkte ergab.

Dass nun Tycho aus dieser epicyklischen, gegen die Ekliptik unter dem Winkel i geneigten Bewegung auf eine heliocentrische schloss, könnte neuerdings zur Vermutung führen, dass er die heliocentrische Bewegung für die den Thatsachen entsprechende, sein eigenes geocentrisches System jedoch als eine stellvertretende Hypothese hielt. Für die Rechnung übersah er dabei, dass aus der parallelen Verschiebung des Kreises K bis zur Deckung des Deferentenmittelpunktes mit der Sonne eine kleine Verschiedenheit in der Behandlung entstehen müsse.

Es ist jedoch für die vorliegende Frage von grossem Interesse, seine Äusserungen in den Briefen an Rothmann und nicht minder

diejenigen dieses begabten Astronomen selbst zu hören. Rothmann vertritt mit aller Entschiedenheit das Copernicanische System, und alle Gründe, welche später Galilei in seinem Systema Cosmicum vorbringt, erschöpft er, um Tycho zu überzeugen; vergebens. — Nur zwei Einwürfe, die Tycho erwähnt, vermag Rothmann nicht zu entkräften. Der erste betrifft die ungeheure Grösse, welche die Fixsterne selbst nur dritter Grösse haben müssten, wenn sie in so ausserordentlicher Entfernung sich befinden. Hiegegen meint er nur, dass dies nicht geleugnet werden kann, aber eher zugegeben werden könne, als die noch viel unbegreiflichere Geschwindigkeit, welche die Fixsterne im Tychonischen Systeme haben. Entkräften konnte erst Galilei diesen Einwurf, nachdem er mit dem Fernrohre die Entdeckung gemacht hatte, dass die Schätzung des scheinbaren Durchmessers derselben zu 1′ (für die Sterne zweiter Grösse $1\frac{1}{2}$′, für diejenigen erster Grösse 2′) mit dem freien Auge eine Täuschung wäre. Der zweite Einwurf betrifft die bestimmte Versicherung Tychos, dass er eine bei dem Planeten Mars auftretende Erscheinung mit dem Copernicanischen Systeme nicht in Einklang zu bringen vermocht hatte, und nicht zum mindesten aus diesem Grunde dem von ihm selbst erdachten Systeme den Vorzug geben müsse. Um Misverständnissen vorzubeugen, muss hier erwähnt werden, dass die vielbesprochene angebliche Beobachtung aus der Opposition des Mars von $158\frac{2}{3}$, nach welcher Tycho die Parallaxe des Mars grösser als diejenige der Sonne gefunden hatte, welche aber nach Kepler auf eine von einem seiner Schüler ausgeführte Berechnung der Marsparallaxe aus dem Copernicanischen Systeme zurückzuführen ist, ihn nur bewogen haben konnte, das Ptolemäische System zu verlassen, aber kein Argument gegen das Copernicanische System bilden konnte. Kepler bemerkt übrigens an dieser Stelle, dass Tycho die Sonnenparallaxe nicht aus Beobachtungen abgeleitet, sondern gleich 3′ angenommen hat. Aus den Beobachtungen Tychos konnte Kepler keine merkliche Marsparallaxe finden. Interessant ist in dieser Beziehung der Brief Keplers vom 1. August 1607 an Fabricius: Ergo si Martis parallaxis in opposito Solis est minor 2′, Solis parallaxis non erit multo major 1′. Et vere quidem ex eclipsium doctrina nihil aliud quam hoc habetur: non esse nullam Solis parallaxin; item illud: non esse majorem 3′. At inter 0 et 3′ incerti relinquimur ab eclipsibus.*) Hatte vielleicht schon Kepler die Idee, Marsbeobachtungen zur Bestimmung der Sonnenparallaxe zu verwenden? Nun ist es aber nicht klar, wie Tychos System, das ja doch nur eine Transposition des Copernicanischen ist, eine Abhilfe bringen konnte; jede Änderung, die die Theorie mit den Beobachtungen in Übereinstimmung zu bringen geeignet gewesen

*) Kepler Opera, III. Bd., pag. 475.

wäre, konnte ebensowol im Copernicanischen System, wie in dem seinigen zum Ziele führen. Rothmann hatte früher einmal geäussert, dass das Tychonische System ja doch nur eine Transposition des Copernicanischen wäre, was jedoch Tycho sehr übel aufnahm.

Es ist vielleicht am besten, die wichtigsten hiehergehörigen Stellen unverändert anzuführen. 13. Calendas Octobris 1588 schreibt Rothmann: . . . aliud invenire non possum, quam nullam praeter unicam Copernici Hypothesin veram esse. Nec peccat haec contra Physica principia, nec cum Terra grossum corpus sit, propterea ad movendum inhabilis erit. Quid enim putas reliqua Sidera esse? Non enim errare Copernicum arbitror, cum ait, gravitatem nihil aliud esse, quam appetentiam quandam naturalem partibus inditam a divina providentia Opificis universorum, ut in unitatem integritatemque suam sese conferant in formam globi coeuntes . . . Et sane cum Terra, ut reliqui Planetae, rotunda figura praedita sit, similiterque libera in Aethere pendeat, cur eam ad movendum inhabilem esse dicamus. Videmus, si globum in Polis et Axi exactissime et subtiliter aut erigamus aut suspendamus, atque ita libere pendentem in gyrum impellamus, cum satis diu hunc motum retinere, nec subito cohibere posse. Si igitur artificialis motus etiam impeditus hoc possit, quanto magis naturalis non impeditus? Sed absurditates Physicas satis superque refutavit Copernicus. Nec etiam obstat authoritas sacrarum literarum. Hae enim non mihi et tibi solummodo, verum omnibus omnino hominibus scriptae sunt, ad quorum captum etiam loquuntur . . .

Hierauf antwortet Tycho, den Einwänden Rothmanns eine etwas andere Bedeutung gebend, am 21. Februar 1589:

Nec ulla confusio in meis Hypothesibus committitur: Caelum enim est unicum et sibi simile a Luna ad octavam Sphaeram, in quo libere ascendunt et descendunt Planetae prout Solem pulcherrima Harmonia in medio ambulantem circumeunt. Non enim credo te rursus distinctionem aliquam realem orbium Caelestium introducere velle . . . Occasionem vero, has Hypotheses construendi non desumsi ex inversis Copernianis, etsi tu tale quidpiam unquam cogitasti, mihi id, ut satis nosti, non innotuit, neque simile quid unquam ex Rhetico vel Reinholdo colligere licuit. Verum cum animadvertissem, subtili et accurata Observatione, praesertim Anno 82 habita, Martem Acronychum Terris propiorem fieri ipso Sole, et ob id Ptolemaicas diu receptas Hypotheses constare non posse: Cometas insuper caelitus conspectos et in Sole opposito versantes, motui Terrae annuo non reddi obnoxios, quamvis haud in tantum distent, ut plane is evanescat, sicut in Fixis fit Sideribus: Copernicanam quoque assumtionem in motu Terrae collabascere: Non restabat alia via salvandi Apparentias caelestes, quam haecipsa, quae nuper a me generali indicatione prolata

est. Si itaque ista duo demonstravero ita se habere, utique nec Ptolemaicam, nec Copernianam Hypothesin rei veritate congruere, sed solam hanc nostram, sufficienter comprobatum erit, ut de multis aliis, quae huc non parum faciant, nunc non dicam . . . Mirabar valde ab initio, cum legerem in tuis literis, Illustrissimo Principi hasce meas Hypotheses prius cognitas fuisse utpote qui eas in Automate quodam expressas haberet. Neque satis cogitare potui, qui id fieri posset, siquidem optime mihi conscius essem, me a nullo mortalium has cognovisse, priusquam ipsemet ex Observationibus eo producebar.

Hatte Rothmann gefürchtet, dass seine freie Ausdrucksweise Misfallen erregen könnte? Am 22. August 1589 schrieb er an Tycho: „Mihi solus Dei gloria in omnibus meis actionibus proposita est; ne quid impium de me cogites", worauf ihm Tycho am 24. November 1589 antwortet: „De pietate vel impietate cujusvis nullum mihi arrogo judicium, id scrutatori cordium omnium, uti par est, relinquens."

Am 18. April 1590 schrieb Rothmann:

Quaeso utrum censebitur credibilius et sapientiae Naturae, quae semper per pauciora agit, convenientius: an ut sesquicentum passus, an vero ut tot milia non passuum sed milliarium Germanicorum in uno secundo temporis scrupulo conficiat? .... Ad annuum autem motum quod attinet, cur mihi non verisimile videatur, spacium a Sole ad Saturnum tot vicibus contineri intra Saturnum et affixarum Stellarum remotionem? aut quid absurdi sequitur, si Stella tertiae Magnitudinis aequat totum orbum annuum? .... In tertio vero terrae motu cur axis terrae non annuatim reflecteretur ut quiescere nihilominus apparet? .... At cum terra liberrime in aere pendeat, cur non, si centrum promoveatur, axis nihilominus super eodem centro possit nutare eo, quo Natura velit? .... Scio hoc in loco Copernicum esse admodum obscurum, nec facile perceptibilem. Sed haec alio modo longe facilius possunt explicare, nec opus est triplici terrae motu, sed sufficiunt diurnus et annuus.*)

Zu diesem Briefe bemerkt Tycho, nicht in einem Briefe an Rothmann, sondern in der von ihm besorgten Ausgabe des Briefwechsels:

Sic Stellas tertiae magnitudinis aequare totum orbem annuum, id est Sphaeram Solis, nihil admittere absurdi, pronunciare non veretur, per voluntatem Divinam, ejusque possibilitatem, et infinitatem tales universi asymmetrias excusans. At quid hoc est dicere? Num voluntas Divina irregulariter et inordinate uspiam agit, contra, quam alias in toto Mundi Theatro apparet? Ubi omnia justo tempore, mensura et pondere undiquaque rite disposita sunt? Nihil vacui, nihil frustranei .... Scilicet a

*) Dieses bezieht sich auf die Praecession; s. pag. 64.

Saturno ad fixas Stellas non quidpiam in usus Terricolarum destinatum continebitur, per intervallum, plusquam 7000000 Semidiametrorum Terrae ...

Ist es nicht befremdlich, dass hier Tycho naturwissenschaftliche, physikalische Gründe durch ethische — ein Zweck im Weltenbau — ersetzt?

Auch die Veränderlichkeit der Excentricität des Mars führt er als Grund gegen das Copernicanische System an; zu wiederholtenmalen kommt er auf diesen Punkt zurück; im Briefe vom 14. Jänner 1595 schreibt er wieder an Rothmann nach Cassel:

Est vero insuper magnum argumentum infirmitatis assertionum Copernicanarum, quod Eccentricitas Martis nequaquam se habeat prout illae postulant. Cum enim is Martis Eccentricitatem aliquanto minorem, quam fert Ptolemaei denotatio, se ad invenisse affirmarit, et hinc etiam solis quietem ac Terrae motionem ejusque eccentricitatem variabilem astruere non dubitarit, adeo ut Eccentricitatem Martis apparenter imminuerit: tantum abest, quod res ita se habeat, ut Martis Eccentricitas a nobis deprehensa sit per minime dubias experimentationes*) eadem pene, quam Ptolemaeus illi attribuit, vel potius nonnihilo major. Nullatenus igitur minor reddita Coperniceis placitis suffragatur; quod sane non modicam haesitationem movet, Hypotheses ipsius minus recte constare.

Im Sommer 1590 war Rothmann nach Uranienburg gegangen und hatte dort längere Zeit mit Tycho gearbeitet. Hatte ihn Tycho überzeugt? In dem Briefe vom 14. Jänner 1595 wiederholte dieser einige seiner früheren Äusserungen, weist aber wiederholt darauf hin, dass Rothmann ihm ja jetzt beistimme. Eine Erwiderung auf diesen Brief findet sich nicht mehr; vielleicht hatte sich Rothmann überreden lassen — nicht zum Tychonischen System, aber zum Schweigen.

Wilhelm IV., der Rothmann einen Urlaub wegen seiner geschwächten Gesundheit gegeben hatte, den dieser aber bei Tycho verbrachte, schreibt an Tycho, dass er in die Entfernung Rothmanns nur ungern eingewilligt, dabei äussert er sich aber etwas abfällig darüber, dass Rothmann „einen eigenen Hut aufzusetzen liebte". Auch Wilhelms IV. Nachfolger Moriz beklagt sich bei Tycho, dass Rothmann „seinen Urlaub ausdehnt, dass er sich noch immer nicht sehen lasse". Tycho entschuldigt ihn, bittet Moriz, etwas nachsichtig zu sein, da man mit

*) Am 1. April 1598 schreibt Tycho an Kepler: „Neque enim tres acronychiae observationes, utut inter se in eccentrico remotae, sufficiunt ad trium superiorum planetarum apogaea et eccentricitates ambas ad amussim extricandas; sed per totum orbis circuitum in plurimis locis haec experiunda veniunt, veluti a nobis quoque factum est." In diesem Briefe weist Tycho ebenfalls auf die Nichtübereinstimmung der Beobachtungen des Mars hin; es mag dies wol die erste Anregung zu Keplers späteren Untersuchungen über die Bewegung dieses Planeten gegeben haben. (Kepler, Opera, I. Bd., pag. 43.) Siehe auch das bei Copernicus hierüber Gesagte (pag. 82).

einem Gelehrten schon etwas nachsichtig sein müsse, wenn er „seinen eigenen Hut aufsetzt“; er selbst fühlte sich um diese Zeit in seiner Stellung nicht mehr sicher, denn schon 1588 war sein Gönner Friedrich II. gestorben, und die Angriffe gegen ihn mehrten sich; 1597 verliess er Dänemark. So viel ist immerhin anzunehmen, dass die Zeit nicht günstig war, sich zum Copernicanischen System zu bekennen.*)

Die Rechnung I (pag. 127) ergibt, wie man sieht, dieselben Werte, wie die Rechnung Tychos; vergleicht man nun die Argumente der Breite u aus der zweiten Tafel mit denjenigen aus der ersten, so findet man eine hinreichend gute Übereinstimmung, woraus man sofort schliessen kann, dass die Werte der u eben die aus den geocentrischen Bewegungen erhaltenen sind, und dass dann aus der ausgeglichenen Reihe der geocentrischen Argumente der Breite folgerichtig D durch die Relation

$$D = u - m, \text{ wobei } \cot m = \cot(\odot - \Omega) \cos i$$

ist, erhalten wurde.

Hatte nun Tycho auf diese Weise (für eine geocentrische, epicyklische Bewegung mit bekannten ε und ε_1, für welche die Ebenen des Deferenten und Epicykels zusammenfielen), die Reihe der D erhalten, so liess sich aus dem Maximalwerte der Wert von A bestimmen. Dieses Maximum fand am 2. December statt, für welches Datum folgt:

$$\begin{array}{lll} \odot = 21^0 10' \nearrow & D = u - m = 59^0 55' & R = 0{\cdot}9655 \\ \odot - \Omega = 0\ 15 & M = 345\ 25 & A = R \sin(D - \delta) \\ m = 0\ 17 & \delta = -0\ 36\tfrac{2}{3} & = 0{\cdot}8405. \\ & D - \delta = 60\ 31\tfrac{2}{3} & \end{array}$$

Mit dem erhaltenen Werte von A konnte aus der Reihe der D die Reihe der η nach der Gleichung

$$\sin(D + \eta) = \frac{R}{A} \sin(D - \delta)$$

erhalten werden, welche dann, empirisch ausgeglichen, als Grundlage für die Berechnung der zweiten Ephemeride galten. Die erhaltenen Längen und Breiten weichen nur wenig von den Beobachtungen ab; die Minuten sind auf pag. 120 in der Colonne „Bahn II“ enthalten.

Die Verdienste, welche sich Tycho um andere Theile der Astronomie erwarb — in seinen beiden Abhandlungen über den Stern von

---

*) Es sei mir gestattet, hier darauf aufmerksam zu machen, dass im Jahre 1891, d. i. dreihundert Jahre später ein Professor der Physik an einem der hervorragendsten Wiener Gymnasien, die Ersetzung des heliocentrischen Systems durch das geocentrische für die vier unteren Classen der Mittelschulen aus „didaktischen Gründen“ empfahl. Wäre der Mann nicht damals als Experte vom Ministerium in einer Enquête zur Beratung über eine Vereinfachung des naturwissenschaftlichen Unterrichtes berufen worden, könnte man über seine Ansicht lächeln.

1572 und den Kometen von 1577 finden sich auch schon die Grundlagen für ein astronomisches Compendium,*) Berechnungen von Refraction und Parallaxe, von Polhöhe, von Declinationen, Längen u. s. w. — weiter auszuführen, gehört nicht an diese Stelle. Zwei Bemerkungen müssen jedoch noch hier erwähnt werden, weil sie mit dem behandelten Stoffe in engerem Zusammenhange stehen, und zwar eine Bemerkung über die Richtung der Kometenschweife und zweitens seine philosophischen Ansichten über die Natur der Himmelskörper.

Was den ersten Punkt anbetrifft, so hatten Apian und Fracastor die Bemerkung gemacht, dass die Richtung der Kometenschweife stets von der Sonne weggerichtet wären. Tycho hatte die Richtung derselben durch die Lage der Endpunkte zwischen den Sternen genauer fixiert und fand dann durch Rechnung, dass der Schweif des Kometen von 1577 beständig von der Venus weggerichtet war, eine Erscheinung, die sich vielleicht durch die später constatierte Krümmung der Schweife, wenn nicht schon durch die bei den äusserst lichtschwachen Enden der Kometenschweife leicht möglichen grösseren Beobachtungsfehler erklären liesse.

Bezüglich des zweiten Punktes ist es bemerkenswert, dass Tycho die Entstehung neuer Himmelskörper aus Weltnebel, wie dieselbe später in der Kant-Laplace'schen Nebularhypothese auftritt, bereits mit voller Klarheit ausspricht. Zunächst erklärt er sich gegen die Annahme einer plötzlichen Entstehung aus Nichts und spricht sich im Gegentheile für die Sempiternität der Materie aus. Omnibus enim philosophis constat, et res ipsa non obscure declarat, in Aetherea et Coelestis Mundi Regione, nullam fieri alterationem generationis vel corruptionis: sed Coelum et quae in eo continentur Aetherea corpora non augeri, non imminui, non variari, aut Numero, aut Magnitudine, aut Lumine, aut quavis alia ratione: verum semper idem, sibique in omnibus simile, nullis terentibus Annis, permanere.**)

Allerdings ist ihm die Materie des Himmelsraumes eine andere, wie die der Erde. Welcher Art sie ist, ist nicht bekannt, sie verhält sich zum Irdischen wie die Seele zum Leibe. „Existimo enim Caelum eam habere ad Elementarem Mundum rationem, quae est animae ad corpus. Qui itaque plene exprimere poterit, quid sit anima in corporibus, et quomodo a corpore ipso differat, is etiam Caelestis et Elementaris Mundi naturas et discrimina rectius enodabit!“***)

In der Conclusio zum Werke über den neuen Stern von 1572 drückt er sich dann folgendermassen aus:

---

*) Später von Tychos Schüler Longomontan in der Astronomia Danica, einem astronomischen Hand- oder Lehrbuche ausführlich dargestellt.

**) De stella nova Anni 1572, VIII. Cap. Progymn. I. Bd., pag. 582.

***) Brief an Rothmann vom 21. Februar 1589.

De Materia ergo hujus asscititiae Stellae, ut meam primum sententiam proferam, existimo eam omnino Coelestem fuisse a reliquarum Stellarum materia non discrepantem . . . . At dicat aliquis: Undenam haec Coelestis materia pro ejus compagine in promptu erat? In ipso, inquam, Coelo haec satis obvia fuit; non aliter quam Terra et Maria Aerque, si quando nova quaedam exibent spectacula; e sua propria alvo et substantia haec promunt. Etsi enim totum Caelum tenuissimum quid, et ubique motui Siderum absque ullo obstacula pervium sit: prorsus tamen incorporeum (alias etiam infinitum et illocale esset) nequaquam existit. Ipsa igitur Caeli materia, ut subtilissima, nostroque visui et Planetarum circuitibus pervia; in unum tamen globum condensata compactaque et lumine, si non proprio saltem Solari illustrata, hanc Stellam effingere potuit. Quae quoniam citra communem Naturae ordinem quasi monstrosa, extitit, parem cum caeteris perseverantiam obtinere nequibat: veluti neque novae ex Elementis constantes generationes et Monstra diu durant.

Et quamvis in tota Caelestis Mundi vastitate materia pro conformatione alicujus Stellae ascititiae, meo judicio abunde suppetat: Tamen nusquam copiosius et plenius, quam juxta viam Lacteam; quam substantiam quandam Caelestem a materia reliquarum Stellarum non discrepantem, sed diffusam, certisque locis expansam, non in unum corpus discretim, prout in Stellis fit, conglobatam esse, statuo: hincque factum judico, quod Nova haec in ipso Gallaxiae margine constiterit: Idque non obscure insinuabat, cum ex eadem qua Gallaxia ipsa praedita est, substantia conformatam fuisse . . . .

At si quis quaerat, quaenam caussa efficiens sit, qua haec Stella e materia caelesti, adeoque eadem cum Gallaxia caeteris Stellis communi, concreta fuerit, si hic praeter primam et universalem caussarum caussam, entiumque imperfectorum, ens perfectum, adeoque omnium rerum creatarum Auctorem aliquem constituere licuerit, nostram quoque hac de re censuram, non hoc loco, sed juxta totius hujus operis, quod de novitiis Caeli phaenomenis agit, Epilogum universalem, postquam Cometarum quoque aliquot praecedentibus annis animadversorum considerationem Astronomicam pari diligentia exantlaro, manifestare decrevi. Nam et Cometas e caelesti constare materia, siquidem in Caelo motus suos exerceant, prout indubitate demonstraturus sum, consentaneum duxi: Imo caussam non solum materialem sed et efficientem non dissimilem ab hac Nova sortiri (per accidentia tantummodo nonnulla, quae invicem communia non habuerunt, discrepantia quadam inter hos et illam incidente) omnino mihi persuadeo.*)

*) l. c. I. Bd., pag. 795 ff.

In der Conclusio zu seinem späteren Werke über den Kometen von 1577 findet sich jedoch nichts Näheres. Rothmann frägt ihn deshalb hierüber und erhält zur Antwort (21. Februar 1589): „Nam nusquam ex professo, hac de re illic trado: Sed ad Epilogum totius Operis, hanc et plerasque similes quaestiones, tum multa alia in loca, tum etiam in ultimam libri clausulam rejicio.“

Unter den Zeitgenossen Tychos war eine grössere Anzahl sehr hervorragender Astronomen, vorzugsweise jedoch Beobachter. Wilhelm IV. von Hessen (1532—1592), der auf seiner Sternwarte in Cassel mit Schoner, später mit Rothmann († 1596) und Bürgi (1552—1632) beobachtete, wurde schon erwähnt. Rothmann hatte in ganz ähnlicher Weise, wie es Tycho für den Kometen von 1577 that, für den Kometen von 1582 aus den Beobachtungen eine geocentrische Bahn abgeleitet, für welche er die Knotenlänge aus zwei Beobachtungen, von denen die eine eine südliche, die andere eine nördliche Breite gab, interpolierte; er fand dann aber aus der Vergleichung verschiedener Beobachtungen mit dieser Knotenlänge eine veränderliche Neigung. Obzwar es hiedurch augenscheinlich war, dass die Bahn geocentrisch kein grösster Kreis war und demnach nicht in einer durch den Erdmittelpunkt gehenden Ebene stattfand, begnügte sich Rothmann doch, unter Zugrundelegung des gefundenen Knotens und einer regelmässig veränderlichen Neigung eine geocentrische Ephemeride zu berechnen, in welcher die Bewegung in Länge und Breite regelmässig wäre und die Beobachtungen gut dargestellt würden. Rothmann hört also in seinen Untersuchungen dort auf, wo sie für Tycho bei dem Kometen von 1577 erst begannen. Übrigens begnügte sich Tycho für den Kometen von 1590 ebenfalls mit einer geocentrischen Darstellung im grössten Kreise; er findet gegen den Äquator $\Omega = 339^0\,45'$; $i = 42^0\,0'$ constant;*) und für die tägliche Bewegung vom 23. Februar bis 6. März: $7^0\,34'$; $6^0\,34'$; $5^0\,36'$; $4^0\,43'$; $3^0\,52'$; $3^0\,17'$; $2^0\,48'$; $2^0\,25'$; $2^0\,3'$; $1^0\,44'$; $1^0\,34'$. Abstand vom Knoten: am 23. Februar $37^0\,32'$; am 6. März $79^0\,42'$. Es ist jedoch merkwürdig, dass Tycho die Kometen von 1582 und 1585, die eben durch die Abweichung vom grössten Kreise ein erhöhtes Interesse bieten mussten, nicht zum Gegenstande seiner Untersuchungen machte. Denn für den Kometen von 1585 fand er selbst ebenfalls eine veränderliche Neigung, und zwar 18. October $23^0\,17'$; 4. November $22^0\,21'$; 12. November $21^0\,34'$ gegen die Ekliptik oder $45^0\,28'$, $44^0\,50'$, $44^0\,16'$ gegen den Äquator.***)

---

*) Brief an Wilhelm IV. von Hessen, vom 1. April 1590.

**) Brief an Wilhelm IV. von Hessen, vom 1. März 1586.

***) Der dritte Band der Progymnasmata, welcher von sechs anderen Kometen handeln sollte, ist nie erschienen (s. Kepler, Opera, I. Bd., pag. 192).

Michael Maestlin (1550—1634) schliesst sich in seiner Darstellung der Bahn des Kometen von 1577 der Copernicanischen Theorie an; er versucht jedoch, die Unregelmässigkeit der Bewegung in der Kreisbahn durch eine Libration, ähnlich wie sie Tycho für die Variation des Mondes einführte, darzustellen. Tycho meint nun, dass, wenn ihm dieses gelungen wäre, nihil pulchrius aut doctius proponi potuisset. Und dennoch hält er diese Arbeit für unnötig. Verum cum non sint ulli orbes realiter in Coelo, ut Moestlinum existimare non obscure hinc colligitur, sed illi quos Artifices pro salvandis Apparentiis excogitarunt, saltem imaginarii existant, ut motus quem suo cursu sidera efficiunt, mente concipi possit, et intermediante Geometria, per Arithmeticam in numeris resolvi: frustra hunc laborem suscepisse videtur, quo orbem revera existentem, cui affigeretur Cometa, ita ut cum eo simul convolveretur, investigare conatus est.*)

Die Excentricität der Kometenbahn fällt nach Maestlin der Grösse und Richtung nach mit derjenigen der Venus zusammen; der Komet selbst befindet sich aber nicht in K (Fig. 15), sondern bewegt sich in der Tangente, und die Correction des mittleren Ortes ist $+ 7^0 15' \sin 2\eta$, während die Bewegung im Kreise K gleichförmig mit der Geschwindigkeit von $1^0 21' 17''$ täglich stattfindet. Für die Epoche nimmt Maestlin: 24. November 6^h p. m.: Abstand vom mittleren Perigäum $\eta_0 = 206^0 33'$. Tycho untersucht mit diesen Constanten seine Beobachtung vom 26. Jänner 1578 und findet mit denselben die berechnete Länge $17^0 42' ♑$, also einen Fehler von $3^0 13'$.**) Weiters untersucht Tycho eine Beobachtung vom 18. Jänner von Cornelius Gemma; die berechnete Länge ist $15^0 36' ♑$, die beobachtete $17^0 55' ♑$, der Fehler beträgt daher $2^0 19'$.

Merkwürdigerweise war also auch Maestlin, obzwar er von vorneherein die heliocentrische Bahn, als Anhänger des Copernicanischen Systems, supponierte, in denselben Fehler verfallen, wie Tycho. Dass seine Theorie sich von den Beobachtungen umso weiter entfernt, je später die Beobachtungen fallen, kann nicht wundernehmen, da er sie nur aus seinen eigenen Beobachtungen, welche nur bis 8. Jänner reichen, entnahm. Maestlin hat übrigens das Verdienst, zum erstenmale eine Bewegung in zwei regelmässige (die eine als Ungleichheit auftretende) zerlegt zu haben, ehe der ganze Umlauf vollführt war.

Mehr noch durch seine physikalischen als durch seine astronomischen Entdeckungen an der Schwelle der nächsten Epoche stehend, ist Galileo

---

*) l. c. II. Bd., pag. 266. Mit den epicyklischen Darstellungen Tychos steht dieser Satz nur in einem scheinbaren Widerspruche. Für den Mond sind ihm die geometrischen Repräsentationen notwendige Behelfe; wo das nicht der Fall ist, hält er es thatsächlich für überflüssig, neue Epicyklen einzuführen; so bei der jährlichen Gleichung.

**) Die Berechnung nach den Formeln II würde geben: $\lambda = 10^0 57' ♑$; $\beta = 10^0 27'$.

Galilei.*) Von seinen vielen Beobachtungen, welche er mit Hilfe seines selbstconstruierten Fernrohres ausführte, mögen hier nur erwähnt werden die Entdeckung der Kleinheit der scheinbaren Fixsternscheiben, die Entdeckung der Jupitersatelliten, diejenige der Venusphasen und die Axendrehung der Sonne und des Mondes, weil dieselben ihm wichtige Beweise für das Copernicanische System lieferten, welches Galilei in seinem Systema Cosmicum (Dialogo delli due massimi sistemi del Mondo, Tolemaico e Copernicano) als das richtigere beweist.

Galilei theilt die Welt in zwei Theile; der eine Theil ist die kleine Erde, der andere Theil das ganze andere ungeheuere Universum, mit seinen in den verschiedensten Entfernungen befindlichen Theilen, von denen die meisten selbst wieder grösser sind wie die Erde selbst. Was bewegt sich wirklich? Die kleine Erde oder das grosse Universum? „Fac terram primum mobile." Was aber die jährliche Bewegung anbetrifft, und die durch dieselbe bedingte jährliche Parallaxe der Fixsterne, so kommt dieses darauf hinaus, die festgehaltene obere Grenze für die Entfernung derselben fallen zu lassen, wofür in der Kleinheit ihrer scheinbaren Durchmesser ein hinreichender Grund liegt. Dass die Sonne nicht nur als geometrischer, sondern auch physischer Mittelpunkt des Planetensystems anzusehen ist, wird durch die Venusphasen und durch die Entdeckung des „Mundus Jovialis" constatiert.

Neben den meritorischen Gründen, welche gegen das Copernicanische System erhoben worden waren, hatte Galilei seine Entgegnungen gegen zwei andere, formale Einwürfe zu richten; der eine war der Autoritätsglaube, der zweite die religiösen Bedenken; in einer Zeit, in welcher sich infolge der vielen neuen Entdeckungen am Himmel ein Umschwung in der Denkweise der Gelehrten vollzogen hatte, hatten die bedächtigen und widerstrebenden Elemente dort eine Stütze gesucht und gefunden, wo von niemandem wahre Gelehrsamkeit und aufrichtiges Streben, wol aber die empirischen Kenntnisse späterer Zeiten bestritten wurden: bei

*) Es handelt sich natürlich hier nur um seine Verdienste auf dem Gebiete der Erkenntnis der Bahnen der Himmelskörper. In einer Geschichte der Astronomie würde er schon durch die Erfindung des Fernrohres und den damit gemachten Entdeckungen der nächsten Epoche angehören.

Galileo Galilei (1564—1642) war geboren in Pisa, kam 1592 nach Padua, wo er Professor der Mathematik wurde; 1610 gieng er an den Hof der Mediceer nach Florenz; nicht lange darauf, 1615, begannen die Anklagen gegen ihn; 1616 wurde ihm vom Papst Paul V. Friede zugesichert, falls er das Copernicanische System nicht öffentlich lehren würde. Hiegegen hatte er nun allerdings durch die Veröffentlichung des 1632 erschienen Dialoges über die Weltsysteme gefehlt; sie hatte auch die Wiederaufnahme der Feindseligkeiten im verschärften Masse zur Folge und endete mit der bekannten Abschwörung vor der Inquisition.

den Alten. Griechischer Fleiss und classisches Denken hatten den Boden vorbereitet und aus spärlichem Samen eine reiche Ernte eingesammelt, welche selbst wieder den Samen für den zukünftigen Fortschritt bilden sollte. Aber die griechischen Philosophen, die griechischen Astronomen, die griechischen Dichter hatten es sich gewiss nicht vorgestellt, dass später einmal eine Zeit kommen werde, wo man nur ihr Denken, nur ihr Thun — eingeschränkt durch religiöse Dogmen — als einzige Norm aufstellen würde. Und doch kam eine solche Zeit, eine Zeit, in der man jeden Fortschritt aufzuhalten, jedes Streben zu hemmen suchte, und die Autorität der Griechen, die Autorität des Aristoteles als Folie dienen mussten, um andere Lehrmeinungen für unrichtig zu erklären.

Das ist nun allerdings keine specifische Eigentümlichkeit der unmittelbar nachcopernicanischen Zeit, und noch viel, viel später musste der Hinweis auf das classische Altertum, dessen humanistischer Wert der Jugend in Form von endlosen geisttödtenden grammatikalischen Zergliederungen eingetrichtert wird, als Folie für eine ungerechte, unverantwortliche Zurückdrängung naturwissenschaftlicher Kenntnisse dienen — semper idem.

Die Erkenntnis, dass nur eine gleichmässige, wissenschaftliche und ethische Ausbildung jenes edle Ziel erreichen lässt, dessen Symbol wir in der Gottheit finden, ist nicht neu; schon die griechischen Philosophen hatten Philosophie ohne Naturwissenschaft für ein Unding gehalten, und hatten die beiden Hauptzweige der Philosophie: Erkenntnistheorie und Ethik gleichmässig gepflegt. Dass jene geringeren Fortschritt machte wie diese, kann nicht wundernehmen, wenn die damaligen mangelhaften Kenntnisse empirischer Thatsachen und Methoden ins Auge gefasst werden. Dass auch im weiteren Verlaufe die Erkenntnistheorie immer weiter zurücktrat und die Ethik die philosophischen Schulen beherrschte, ist derselben Ursache zuzuschreiben und hatte zur nächsten Folge die scholastische und dogmatisierende Philosophie des Mittelalters. In einem Zeitraume, der historisch schon lange der neuen Zeit angehört, konnte sich noch die Philosophie nicht von den Fesseln der mittelalterlichen Anschauung befreien, und so eingelebt und eingewebt waren diese Anschauungen bei allen Philosophen — man kann diesen Satz auch auf die neueste Zeit anwenden, wenn man an die Stelle des „bei allen Philosophen“ „bei den meisten Philosophen“ setzt — dass das Studium der Naturwissenschaften für die Philosophie als völlig überflüssig galt. Erst zwei Jahre nach dem Tode Keplers wurde der Reformator der Philosophie, John Locke, geboren, durch welchen die empirischen Methoden erst in die Philosophie eingeführt wurden; und so kommt es, dass die Naturwissenschaften und insbesondere die erklärenden Naturwissenschaften auch noch heute von einer grossen Zahl

von Philosophen, welche die Lösung ethischer Probleme für das Hauptziel der Philosophie halten und more soluto die Lösung erkenntnistheoretischer Fragen auf den für jene geltenden Principien fussend, lösen wollen, als unnötigen Ballast betrachten. Wenn dereinst in späteren Zeiten die Präponderanz der in den Naturwissenschaften befolgten experimentellen Methoden allgemeiner anerkannt sein wird, dann wird die grosse geschlossene Majorität der Gegner der Naturwissenschaften wenigstens nicht mehr durch die Reihen von Gelehrten und solchen, die es zu sein vorgeben, verstärkt erscheinen.

Das Systema cosmicum ist in Form von Gesprächen durchgeführt. Simplicius vertritt den Standpunkt, dass man nichts Neues braucht, weil alles schon im Aristoteles enthalten ist. „Sed ab Aristotele si recedamus, quem alium in philosophia ducem sequimur?*) Sagredius ist der Zweifler der zwischen beiden Systemen steht, und belehrt sein will. Er fordert Simplicius auf, andere Gründe anzuführen, als immer nur derartige Behauptungen, welche im Grunde darauf hinauslaufen, dass es völlig ausreicht, wenn man griechisches Wissen, griechische Art und Weise — heute sagt man classisches oder humanistisches Wissen —, sich aneignet. „Nondum equidem videre possum aliis auxiliis opus esse Aristoteli, cum adhuc firmus et integer insistat pedibus" antwortet Simplicius. Der Vertreter des Copernicanischen Systems, des Fortschrittes, Salviatus, meint, was würde Aristoteles dazu gesagt haben, wenn er unsere Kenntnisse, unsere Erfahrungen, unsere Beobachtungen gehabt hätte? „Nescio" antwortet Simplicius, „quid Aristoteles fuerit dicturus aut facturus, qui summus Scientiarum Dictator erat".

Es gehörte zweifellos viel Mut dazu, die durch die wenigen hier angeführten Sätze angedeutete Kampfes- oder Widerlegungsweise der Gegner in jener Zeit öffentlich so ausführlich zu charakterisieren, wie Galilei es that. Er hatte zur Zeit der Publication dieser Schrift die Jahre der temperamentvollen, hitzigen Jugend weit hinter sich; er hatte viele Jahre vorher das Werk vorbereitet gehabt und stets mit dessen Veröffentlichung gezögert.**) Glaubte er einen günstigeren Zeitpunkt gekommen oder

*) Nach der lateinischen Übersetzung des italienischen Originales.

**) Kepler hatte sich schon 1598 in seinem Mysterium cosmographicum für die Copernicanische Lehre ausgesprochen; er leitet dieses, sein erstes grösseres Werk mit den Beweisen für dasselbe ein, obzwar er noch am 12. April 1598 brieflich von Hafenreffer, Professor der Theologie und Rector der Universität Tübingen, zur Vorsicht gegen die Geistlichkeit ermahnt worden war (Kepler, Opera, I. Bd., pag. 37). Galilei schrieb schon im August 1597 an Kepler, dass er auch die Copernicanische Weltanschauung für die richtige halte und vieles dafür gesammelt habe, „quas tamen in lucem hucusque proferre non sum ausus". (Kepler, Opera, I. Bd., pag. 40.) Was den Glaubenssatz von der unbeweglichen Erde betrifft, so erhält dessen Anwendung eine

hatte er, am Rande des Grabes stehend, nur noch den einen Wunsch, unbekümmert um die Folgen, für die Wahrheit einzutreten? Gewiss war die lange Reihe der Jahre nicht spurlos an dem müden Greis vorübergezogen, und an dem Orte, wo er lebte und wirkte, hatte er, vielleicht nicht mehr als an anderen Orten, gewiss aber ebensosehr, die Erfahrung machen können, dass im Kampfe widerstreitender Elemente immer diejenigen Anerkennung finden oder sich zu verschaffen wissen, welche, wenn auch ihre Handlungen einer strengen und gerechten Kritik nicht standhalten, in der Lage sind, sich über eine solche hinwegzusetzen oder sich einer wolwollenden Kritik zu vergewissern.

Ob in dieser Richtung unsere civilisierte Zeit sich so besonders gegen jene Zeiten zu rühmen hat, ist eigentlich fraglich. Es ist entschieden als ein Fortschritt anzusehen, wenn die Beruhigung und Milderung der Sitten den ungestüm tobenden Kampf ums Dasein in ruhigere Bahnen lenkt; und wenn Meinungsverschiedenheiten bestehen, so muss man darum nicht schon mit schwerem Geschütze gegen einander ziehen. Wie aber, wenn an Stelle der rohen Gewalt überall Intriguen treten, die das ideelle Recht verletzen und das conventionelle Recht verhöhnen? Staatsmännische Klugheit ist ja doch nichts anderes, als die Transformation des naturwissenschaftlichen Principes der Erhaltung der Art zum Principe der Erhaltung der Genera oder eigentlich des Genus und andererseits die Restriction desselben zum Princip der Erhaltung des Individuums. Mit der Ethik steht dieses Princip in keinem Connexe. Soll denn das äusserliche Glätten der brandenden Wogen zu sanften Wellen, unter denen sich der stürmische Kampf vor dem Auge der Uneingeweihten verbirgt das Endziel jedes Strebens bilden? Soll die höchste Vollendung des Menschen nur in der Vervollkommnung äusserer Formen ohne Rücksicht auf wahren Wert, auf den gesunden oder kranken, guten oder schlechten Kern gelegen sein? Dass staatsmännische Klugheit, nicht nur der Staatsmänner, sondern ganz allgemein irgendwelcher Individuen, insbesondere auch der Gelehrten, im Kampf ums Dasein nur zu oft entscheidenden Einfluss übt, wird, wie es scheint, nie zu vermeiden sein. Jahrtausende sind vergangen, und nicht Wissenschaft, nicht Philosophie konnten den theoretischen Principien der Ethik auch praktische Geltung verschaffen, und Jahrtausende werden vergehen, und im Kampfe des Geistes und des Herzens gegen das animalische Element nicht des Individuums, sondern der species homo wird wol immer und ewig das letztere Sieger bleiben.

---

charakteristische Beleuchtung durch eine Bemerkung Gassendi's der übrigens scheinbar auf dem Standpunkte der unbeweglichen Erde steht (Opera, Florentiae 1727, IV. Bd., pag. 63); hienach handelt es sich wörtlich nicht einmal um die unbewegliche sondern um die unvergängliche Erde: „Et cum verba praesertim illa, terra in aeternum stat, in ore sint omnium, adnotandum esse locum integrum his exstare verbis: Generatio praeterit, generatio advenit; terra autem in aeternum stat."

Wer wollte es der Ecclesia militans verübeln, wenn sie den Kampf, zu dem sie durch das Übergreifen der naturwissenschaftlichen Fortschritte auf das politische Gebiet aus staatsmännischer Klugheit sich gedrängt fühlte, aufnahm? Sie that nur das, was jede politische Fraction, was jede gesellschaftliche und sociale Gruppe thut; sie that es stets mit denjenigen Mitteln, welche der Zeitgeist gab und forderte, welche die conventionellen Formen vorschrieben, und selbst die milde Form, welche Galilei gegenüber eingehalten wurde, wenn sie auch nicht zum mindesten durch die Freundschaft seines Gönners, des Fürsten Ferdinand I. von Toscana, verursacht war, deutet darauf hin, dass es sich nur um politische Schutzmassregeln gegenüber dem unter den Augen der Inquisition für politisch unzulässig gehaltenen Auftreten einer Autorität wie Galilei handelte.

Die Entdeckungen, welche Galilei mit Hilfe des von ihm erfundenen Fernrohres am Himmel machte, waren überaus zahlreich und betrafen die verschiedensten Gegenstände; bei einzelnen dieser Entdeckungen wurde ihm die Priorität von anderen streitig gemacht: Marius, Scheiner, Fabricius, jeder hatte einen kleinen Theil von Galilei's Verdiensten für sich zu beanspruchen. Aber mehr noch als durch seine praktische Thätigkeit ragt dieser dadurch hervor, dass er eine andere Wissenschaft aus den rudimentärsten Anfängen eigentlich erst erbaut hat; es ist dies die Mechanik. Während die Astronomie, wenigstens die „geometrische Astronomie", wenn man die Zerlegung der complicierten Bewegungen der Himmelskörper in einfachere so nennen darf, bereits weit vorgeschritten war, hatte man nur dunkle und unzusammenhängende Begriffe über die Ursachen dieser Bewegungen. Die Ansichten von Plinius, Plutarch etc. waren mehr intuitive Erkenntnis, mehr Ahnungen von einer Gesetzmässigkeit in der Welt; die angegebenen Ursachen waren als solche hinreichend, so lange sich der menschliche Geist mit denselben begnügte; eine Ursache ist ja für diesen nichts anderes, als eine das Auftreten einer Erscheinung logisch ausreichend erklärende und begründende Thatsache. Erst mit der fortschreitenden Erkenntnis wird in den meisten Fällen der lose Zusammenhang zweier Erscheinungen, von denen die eine als Ursache der anderen gehalten wurde, erkannt; dann erst sucht der menschliche Geist nach verknüpfenden Mittelgliedern; in anderen Fällen findet der Verstand das als Ursache gehaltene nicht mehr als primitive Ursache und sucht auch für diese eine prima caussa. Erst nachdem der Erfahrungswelt unserer physiologischen Functionen der Kraftbegriff als eine in das Bewusstsein gelangte Begleiterscheinung jeder Wirkung erfasst wurde, wurde durch die Objectivierung des Kraftbegriffes dieser ganz allgemein als eine nicht durch die Sinne wahrnehmbare Ursache

aufgestellt: Die Einführung der „Kraft“ bedingt demzufolge durchaus keine Erweiterung unserer Erkenntnis von der Natur und den Erscheinungen, aber sie hatte zunächst den Vortheil der Zusammenstellung von gleichartigen Erscheinungen und Subsumtion derselben unter denselben Kraftbegriff, wodurch in weiterer Folge auch die spätere Identification von als verschieden angesehenen Kräften durch Zurückführung auf gleichartige Ursachen höherer Ordnung ermöglicht wurde.

Ehe man aber auf Ursachen schliessen kann, welche Erscheinungen erklären, ist es nötig, das Gesetz des Verlaufes richtig und genau zu geben. Es war einer der Hauptfehler, welcher sich in der griechischen Naturwissenschaft findet, dass ihre Gesetze mehr geometrische Beschreibungen specieller Erscheinungen als solche von Erscheinungscomplexen waren. Allerdings fehlte den Griechen hiezu die Menge des Materiales, denn zur Aufstellung allgemein giltiger Gesetze bedarf es der Abstraction oder Extraction des Gleichartigen aus den zergliederten Complexen. So finden wir eine wirkliche Aufstellung von allgemeinen physikalischen Gesetzen erst viel später. Es ist nicht unmöglich, dass die fortgesetzte Untersuchung der sehr complicierten Erscheinungen, welche die Himmelskörper darbieten, nicht zum mindesten aber die allgemeinere Verbreitung dieser Untersuchungen durch den Druck, von nachhaltigem Einflusse und wolthätigen Folgen bei der Betrachtung an und für sich viel weniger complicierter Erscheinungen war. So hatte durch Leonardo da Vinci (1452—1519), Tartalea († 1557), Stevin (1548—1620) die empirische Richtung, das Experiment in der Mechanik ihren Einzug gehalten und durch Galilei zu den ersten bedeutenden Erfolgen geführt. Galilei stellte mit aller Klarheit das Gesetz der Trägheit, das Gesetz der Zusammensetzung der Bewegungen nach dem Bewegungsparallelogramm auf; er untersuchte die gleichförmige, die gleichförmig beschleunigte Bewegung, gab für dieselben das Gesetz der Geschwindigkeiten und der Wege in ihrer Abhängigkeit von der Zeit. Er untersuchte den Fall auf der schiefen Ebene, zeigte den Isochronismus der Sehnen im Kreise, beschrieb die aus einer gleichförmigen und einer gleichförmig beschleunigten Bewegung zusammengesetzte Wurfbewegung in der Parabel; er untersuchte das Gesetz der Schwingungen eines Pendels und ermöglichte durch diese Untersuchungen erst die folgende Entdeckung Newtons über die Identität der Bewegungsursachen im Weltraume.

Aber er that noch mehr. Er stellt in seinem Systema Cosmicum die Frage, aus welcher Höhe müssen die Himmelskörper gegen die Sonne gefallen sein, wenn sie diejenige Geschwindigkeit erlangen sollen, welche ihnen in ihren als kreisförmig angenommenen Bahnen zukommt. Es ist

weniger die Lösung, als die Stellung der Frage merkwürdig. Noch tritt hier nicht die Bewegung als Fall auf, auch ist nicht von einer Anziehung die Rede, wie bei Kepler; indem aber die erlangte Geschwindigkeit als das Resultat einer Bewegung, eines Falles angesehen wurde, war für die spätere Auffassung Newtons der Weg gezeigt. Es darf übrigens nicht übersehen werden, dass in der Galileischen Auffassung mit der constanten Beschleunigung der Schwere G für jede Entfernung auf einen gemeinschaftlichen Ausgangspunkt aller Himmelskörper, also auf eine physische Zusammengehörigkeit noch nicht geschlossen werden kann. Sei v die Geschwindigkeit eines Planeten in seiner Bahn, dessen Halbaxe gleich a; sei T seine Umlaufszeit und x die Entfernung von der Sonne, aus welcher der Himmelskörper gefallen sein musste, um die Geschwindigkeit v zu erlangen, so wird

$$v = \frac{2a\pi}{T} = \sqrt{2G(x-a)}$$

oder

$$(x-a)\frac{T^2}{a^2} = \frac{2\pi^2}{G} = C$$

eine Constante für alle Himmelskörper. Unter der Annahme, dass x für alle Himmelskörper dasselbe ist, hat man, wenn man für zwei derselben

$$\frac{T^2}{a^2} : \frac{T_1^2}{a_1^2} = m$$

setzt:

$$\frac{x-a}{x-a_1}m = 1\,; \qquad x = \frac{am - a_1}{m-1}\,.$$

Bestimmt man x aus den für Jupiter und Saturn geltenden Werten, so folgt $x = 14{\cdot}7$ und hiemit für

	♄	♅	♂	♁	♀	☿
$\log(x-a)\frac{T^2}{a^2}$	1·695	1·695	1·304	1·138	1·006	0·745

also keineswegs constant.

Am 7. Jänner 1610 hatte Galilei die drei ersten Satelliten des Jupiter entdeckt und am 13. desselben Monates folgte die Entdeckung des vierten. In dem am 4. März 1610 erschienenen Nuncius Sidereus machte er seine Entdeckung bekannt, und vier Jahre später erschien das Werkchen „Mundus Jovialis“ von Simon Marius, worin dieser die Prioritätsrechte für diese Entdeckung für sich in Anspruch nahm. Aus diesem Werke ist allerdings zu ersehen, dass Marius die Entdeckung fast gleichzeitig mit Galilei gemacht hatte. Es bleibt jedoch unklar, warum er mit der Publication so lange gezögert hatte, wodurch er sich allerdings dem Vorwurfe aussetzte, als ob seine Beobachtungen nur fingierte, aus den Galileischen abgeleitete wären. Dass dies jedoch nicht der Fall ist, geht daraus hervor, dass seine

Resultate, die er, ohne seine Rechnungen anzuführen, mittheilt, sich merkwürdigerweise von den späteren (aus 1616 stammenden) Galileischen nicht wesentlich unterscheiden. Galilei hatte, als er seine Entdeckung bekannt machte, an eine Bestimmung der Umlaufszeiten noch nicht denken können, da die Zwischenzeit der Beobachtungen viel zu kurz war. Aber schon im folgenden Jahre, 1612, hatte er mit der Bestimmung der mittleren Bewegungen begonnen, und die Rechnungen bis 1617 unausgesetzt fortgeführt, die Resultate an den Beobachtungen stets geprüft und corrigiert. Diese Untersuchungen sind nach dem Manuscripte, welches sich in der Biblioteca Palatina del Pitti befindet, im 5. Bande der Ausgabe der Galileischen Werke (Firenze 1843) publiciert. Dabei ist mit der Tavola di Bellosguarda vom 11. Jänner 1617 eine Tafel von Prosthapheräsen verbunden, welche aber keineswegs eine Ungleichheit in der Bewegung betrifft, sondern nichts anderes als eine Tafel der parallaxis orbis magni für Jupiter ist, welche zur Reduction der heliocentrischen und geocentrischen Orte auf einander dient.*) Sei nämlich S (Fig. 16) die Sonne, A ein Jupiterort, T der Erdort, so wird die Zwischenzeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen eines Satelliten durch die Linie SA die synodische Umlaufszeit bestimmen, welche selbstverständlich von der siderischen verschieden ist, da inzwischen der Jupiter sich ebenfalls weiterbewegt hat. Die geocentrischen Conjunctionen finden aber in der Richtung TA statt, und die Beobachtungen dieser geocentrischen Conjunctionen müssen daher auf die heliocentrischen reduciert werden. Mit anderen Worten: für die synodische Bewegung eines Jupitersatelliten sind nicht die jovicentrischen Conjunctionen des Satelliten mit der Erde, sondern diejenigen mit der Sonne zu vergleichen. Aus den bekannten Bewegungen der Erde und des Jupiter kann man aber die Reduction der ersteren auf die letztere leicht bestimmen. Ist für den Erdbahnhalbmesser a die heliocentrische Entfernung des Jupiter gleich r, und der Winkel zwischen dem Erd- und Jupiterradius gleich u, so wird:

$$\operatorname{tg} x = \frac{a \sin u}{r - a \cos u}$$

und die erwähnten Tafeln geben (für das Jahr 1616) die Prosthaphaeresis x für das Maximum der Entfernung r und den Excessus Prosthaphaeresis $x_1 - x$ für die kleinste Distanz. Galilei unterscheidet die geocentrischen und heliocentrischen Conjunctionen des Satelliten mit dem Hauptplaneten als „wahre“ und „mittlere“ Conjunctionen und gebraucht für dieselben die Ausdrücke perigaeum oder apogaeum verum (aux vera) und medium (aux media), obzwar diese sogenannten mittleren Apsiden besser als Perihele und Aphele bezeichnet würden.**) So ist z. B. 1611 April 29,

*) Auch Marius hat eine solche Tafel seinen Satellitentafeln beigefügt.

**) Marius hat dieselben Bezeichnungen wie Galilei.

7^h ab occasu (1) in auge vera; ♄ 9^0 ♏; ♃ 18^0 ♋ ($u = 111^0$); prosth. $x = +10^0$, welchem Werte der Bewegung die Zeit $1^h\,15^m$ entspricht, daher (1) in auge media $8^h\,15^m$ ab occasu und da tempus semidiurnum (halber Tagebogen der Sonne) $6^h\,55^m$ ist, die heliocentrische Conjunction $15^h\,10^m$ p. m. Die ersten 1612 erhaltenen Resultate waren für die täglichen Bewegungen: $\mu_1 = 203^0\,41'\,3''$; $\mu_2 = 102^0\,48'\,24''$; $\mu_3 = 51^0\,7'\,27''$: $\mu_4 = 21^0\,43'\,38''$. Und daraus die Umlaufszeiten $1^d\,18^h\,25^m\,13^s.1$; $3^d\,12^h\,2^m\,29^s.0$; $7^d\,1^h\,0^m\,0^s.4$; $16^d\,13^h\,39^m\,31^s.1$. Jänner 1613 corrigierte er die mittleren Bewegungen für den zweiten und vierten in $\mu_2 = 101^0\,17'\,51''\,22'''$; $\mu_4 = 21^0\,29'\,33''\,8'''$, womit die Umlaufszeiten $3^d\,13^h\,17^m\,29^s.2$ und $16^d\,18^h\,0^m\,0^s.0$ folgen. In den folgenden Jahren setzte er diese Untersuchungen unausgesetzt fort; schliesslich nahm er 1617 die folgenden Resultate an:

	Bewegung täglich	in 1000 Tagen	Umlaufszeit	Halbmesser ϱ
(1)	$203^0\,24'\,49''.8$	$565\,R + 13^0\,50'$	$1^d\,18^h\,28^m\,29^s.9$	$3\frac{1}{2}$
(2)	$101\;17\;44''.6$	$281\quad 135\;44$	$3\;13\;17\;41''.4$	$5\frac{2}{3}$
(3)	$50\;14\;29''.0$	$139\quad 201\;23$	$7\;3\;58\;11''.3$	9
(4)	$21\;29\;37''.3$	$59\quad 253\;42$	$16\;17\;58\;42''.2$	$15\frac{1}{3}$

Als Constanten finden sich für die Epoche 1. Jänner 1610: $53^0\,30'$, $120^0\,0'$; $241^0\,54'$; $262^0\,32'$; für den 1. Jänner 1616: $48^0\,12'$; $299^0\,40'$; $155^0\,0'$; $192^0\,13'$; in den Rechnungen für 1616 werden jedoch die Radices $60^0\,47'$; $307^0\,0$; $158^0\,44'$; $192^0\,50'$ verwendet. Ist A_0 die Anomalie zur Zeit der Epoche, t die seit der Epoche verflossene Zeit, so ist für diese $A = A_0 + \mu t$; ist die Prosthapheräse x, so wäre die Entfernung vom Apogäum $A_0 + \mu t + x$ und der Abstand vom Mittelpunkte des Jupiter $\triangle = \varrho \sin (A_0 + \mu t + x)$.

Marius erhält aus seinen nur bis 1814 reichenden Beobachtungen bereits nahe dieselben Werte; er hat für die Umlaufszeiten: $1^d\,18^h\,28^m\,30^s$; $3^d\,13^h\,18^m\,0^s$; $7^d\,3^h\,56^m\,43^s$; $16^d\,18^h\,9^m\,15^s$ und die Distanzen vom Jupiter $3'$, $5'$, $8'$ und $13'$.

Ungleichheiten in der Bewegung werden nicht erkannt, sie sind in der That für die Jupitermonde nur sehr klein. Hingegen hat Marius bereits eine Tafel der Breiten; er nimmt die grösste heliocentrische Breite des ersten und zweiten Planeten $10''$, des dritten $12''$, des vierten $15''$ (über der Bahnebene des Jupiter) und die Richtung der Knoten senkrecht auf den Radiusvector des Jupiter, eine Annahme, für die er keine Nachweisungen gibt, die auch der Wahrheit durchaus nicht entspricht.

IV.

KEPLER.

Chronologisch fällt die Zeit der Hauptwirksamkeit Galileis eigentlich später als diejenige Keplers; erst ein Jahr nach des letzteren Tode erschienen die Dialoge über das Weltsystem, und in demselben Jahre (1609), in welchem Kepler bereits sein Fundamentalwerk über die Bewegung des Mars publicierte, machte Galilei mit seinem neuerfundenen Fernrohre die Entdeckungen, durch welche er jene überzeugenden, im vorigen Capitel erwähnten Beweise für das Copernicanische System gewann. Während aber in den mechanischen Wissenschaften Galilei gegenüber Kepler voraus ist, während in der empirischen Astronomie die Entdeckungen Galileis auch bereits einer neuen Epoche angehören, indem er sein Fernrohr sofort mit grösstem Erfolge auf den Himmel richtete, was Kepler mit dem seinigen nicht that,*)

*) Er selbst hatte ja nur die theoretischen Principien zur Construction des Fernrohres gegeben; die Construction selbst wurde von Scheiner vorgenommen. (Opera Bd. II, pag. 574.)

Kepler war am 27. December 1571 zu Weil der Stadt in Württemberg geboren. In seiner Jugend war er beständig kränklich; noch im dreizehnten Jahre litt er an oft eiternden Wunden, welche als Folgeübel von veralteten, schlecht geheilten Hautausschlägen auftraten. Nachdem er die Schule in Leonberg, wohin seine Eltern gezogen waren, besucht hatte, kam er 1584 an die Klosterschule in Adelberg und 1586 an die Klosterschule nach Maulbronn. Am 30. August 1588 erlangte er die Würde eines Baccalaureus und am 17. September 1589 bezog er die Universität Tübingen. Kepler scheint durchaus kein Stubenhocker gewesen zu sein; er berichtet von zwei grossen Trinkgelagen, die er recht leidlich überstanden, von einigen grossen Streitigkeiten, bei denen auch einmal das schönere Geschlecht eine gewisse Rolle spielt, und dass er im Februar 1589 „den Carcer verdient hätte". Im Jahre 1594 war am Gymnasium in Graz die Stelle eines Lehrers der Mathematik frei geworden und die Universität Tübingen, an welche man sich gewendet hatte, schlug Kepler vor. Am 4. April langte er hier an, wo er zunächst 150 fl. jährlichen Gehalt hatte, wozu noch 20 fl. für Beschreibung der Kalender kam. Auch das war den Ständen etwas viel, denn „es sollten etwan unter den Stipendiaten oder promotis praeceptoribus vor-

gehört Kepler in der theoretischen Astronomie, d. i. in der Erkenntnis der wahren Bewegungen der Himmelskörper, einer späteren Zeit an; mit ihm beginnt ein neuer Abschnitt in dieser Disciplin.

Bisher hatte man durch Übereinanderlegung von Kreisbewegungen, welche passend gewählt wurden, durch leichte Rechnungen die wahren

---

handen sein, die zum Nottfall dergleichen umb vil ain ringers gar gern wurden leisten" meinten sie. Da hatten sie allerdings nicht unrecht: unter den Leuten, die nicht für die Stelle getaugt hätten, gab es allerdings nicht wenige, die gern den Gehalt bezogen hätten.

Am 27. April 1597 heiratete er die 22jährige Witwe Barbara Müller; von da ab erhielt er ein Quartiergeld jährlicher 50 fl. angewiesen.

Im Laufe des Jahres 1599 war es Kepler klar geworden, dass er als Protestant in dem katholischen Steiermark nicht werde bleiben können; die Heuchelei des Religionsübertrittes hätte man ihm nicht nur verziehen, sondern sogar belohnt; das Festhalten an seiner Überzeugung musste er büssen. Am 12. August 1600 wurde er vor eine landesfürstliche Commission geladen, wo ihm die Wahl zwischen dem Religionswechsel oder der Auswanderung freigestellt wurde. Er zog letztere vor. Von einer Verbannung kann keine Rede sein; man zollte ihm alle Achtung, welche einem Manne der Wissenschaft gebürte. Privatim mochte er schon lange vorher benachrichtigt worden sein; denn schon am 6. Jänner 1600 gieng er nach Prag, um mit Tycho Rücksprache zu nehmen; erst am 6. April kamen die Unterhandlungen zu einem vorläufigen Abschlusse, worauf Kepler wieder nach Graz zurückkehrte. Die Stände liessen ihn sehr ungern ziehen; am 30. August wurde ihm sein rückständiger Gehalt von 50 fl. und ein halber Jahresgehalt von 100 fl. ausbezahlt, nachdem er schon am 9. August eine „Verehrung" von 250 fl. erhalten hatte; am 4. September erhielt er sein Dienstzeugnis, und im October 1600 war er in Prag.

Nach dem Tode Tychos wurde Kepler dessen Nachfolger mit 500 fl. Gehalt, d. h. mit selten honorierten Anweisungen in dieser Höhe. 1611 beliefen sich die ihm schuldigen Rückstände auf 2000 Thaler, was umso drückender war, als sich seine Familie um eine Tochter und zwei Söhne vermehrt hatte und seine Frau seit 1608 bis zu ihrem 1611 erfolgten Tode kränklich war. 1612 heiratete er, um seinen beiden Kindern (ein Sohn war ebenfalls 1611 gestorben) eine Mutter zu geben, die 23jährige Susanne Reutter von Efferding; die zwei ersten Kinder aus der zweiten Ehe starben bald nach ihrer Geburt.

Am 20. Jänner 1612 war Kaiser Rudolf II. gestorben, und Matthias hatte andere Sorgen, als Keplers Ansprüche zu befriedigen; doch wurde er am 18. März 1612 als kaiserlicher Mathematicus mit 25 fl. monatlicher Besoldung bestätigt und ihm Linz zum Aufenthaltsorte angewiesen.

Seit 1617 befand sich Keplers Mutter infolge der Anklage einer übelbeleumundeten Dirne und des die Familie hassenden Voigtes von Leonberg als Hexe in Untersuchung. 1621 eilte Kepler seiner schwer bedrängten Mutter zu Hilfe, verfasste selbst eine, dem gewandtesten Juristen zur Ehre gereichende Vertheidigungsschrift, die er extra judicialiter am 7. Mai 1621 überreichte, sodann auf die erfolgte Gegenschrift eine Conclusion, die er am 22. August judicialiter einreichte. Er wandte sich auch direct an den Herzog, der jedoch in den Process nicht hemmend eingreifen konnte. Doch kam es nicht zur Tortur. Laut Rescript vom 10. September 1621 sollte der 70jährigen Katharina Kepler das Urtheil auf Tortur vorgelesen, sie auch vor die Marterwerk-

Orte der Gestirne am Himmel gesucht und nebenbei gewisse Entfernungen für die Himmelskörper erhalten, die aber durchaus mit den wahren Entfernungen gar nichts zu thun haben brauchten, aber für diese genommen wurden. Es bleibt immerhin eine merkwürdige Erscheinung, dass die epicyklische Bewegung ursprünglich nur eine geometrische Conception war, um die Längen und Breiten darzustellen, dass aber die aus denselben folgenden Distanzen dennoch als zugehörig angesehen wurden, selbst wenn sie mit den Parallaxen und Halbmessern nicht stimmten; die Kreisbewegungen selbst waren allerdings nichts Festes, Starres, aber sie waren Componenten, durch deren Superposition sich denn doch die wahre Bahn ergab und auch, wenn nötig, construieren liess. Daher die wiederholten Änderungen in den epicyklischen Darstellungen, sobald man die

---

zeuge gestellt, der Erfolg aber sofort an die Hofkammer berichtet werden. Da sie nichts gestand, auf die Knie sank und betete, erfolgte darauf der fürstliche Bescheid, dass die Keplerin frei zu lassen und die Kosten des Processes mit 120 fl. von den Anklägern zu tragen wären.

Sobald der Process seiner Mutter beendigt war, gieng Kepler nach Linz zurück. Die Not in der Familie stieg immer mehr, und 1623 erhielt er für alle seine rückständigen Forderungen eine Anweisung auf 6300 fl. auf das Reichspfennigamt, welche aus der „Gebürnuss" der Städte Nürnberg, Ulm, Memmingen und Khempten ausbezahlt werden sollte. Die letzteren beiden bezahlten zusammen 2000 fl., Nürnberg und Ulm erklärten, durch die fortgesetzten Contributionen ausser Stande zu sein; doch war Kepler fürs erste aus der Notlage befreit.

Am 10. October 1625 erschien das Reformationspatent von Ferdinand I. für Oberösterreich, welches die Ausweisung der Protestanten verfügte. Trotzdem blieb Kepler ziemlich unangefochten. 1627 gieng er nach Ulm, um den Druck der Rudolfinischen Tafeln zu überwachen und 1628 zu Wallenstein nach Sagan, an den ihn der Kaiser wegen Bezahlung einer Anweisung von 11817 fl. — dieses der Stand seiner Rückstände um diese Zeit — gewiesen hatte. Die oberösterreichischen Stände wiesen ihm für die Reise 200 fl. an, die er auch merkwürdigerweise sofort ausbezahlt erhielt. Hingegen erhielt er von einer Summe von 2000 fl., welche aus der Verlassenschaft seiner ersten Frau herrührten, und die er für seine beiden Kinder erster Ehe im Jahre 1616 bei den Ständen gegen Quittung hinterlegt hatte, 61 fl. bar und auf den Rest eine Obligation. Auch diese 1939 fl. sind wahrscheinlich in jener Summe von 11817 fl. mit enthalten. Wallenstein nahm ihn liebenswürdig auf, wies den „Landeshaubtmann seines Herzogtums Sagan an, Keplern mit einer bequemen Wohnung gegen leidliche Bezahlung zu versehen"; Geld erhielt er von Wallenstein nicht; dieser brauchte es zum Kriegführen und so verliess der vielgeprüfte Mann im October 1631 seine Familie und gieng nach Regensburg, um hier vom Reichstage sein Geld zu erbitten; hier erlag er aber bald nach seiner Ankunft (am 15. November) einer Krankheit, in welche er durch die lange, zu Pferde zurückgelegte Reise, vielleicht aber mehr durch die unausgesetzten Lebenssorgen und die Aussichtslosigkeit, seine gerechten Ansprüche gegen politische Anfechtungen durchzusetzen, gefallen war.

In seiner Verlassenschaft fand man nebst den mit bewunderungswürdiger Consequenz nicht bezahlten Anweisungen: an Bargeld 22 Reichsthaler und 55 einfache Ducaten und laut amtlichem Inventar an „Silbergschmaidt: Nihil".

Möglichkeit einer halbwegs besseren Übereinstimmung in den Distanzen erkannte. Das war nun allerdings kein Zustand, von welchem sich ein Denker wie Kepler befriedigt fühlen konnte. „Veruntamen si rem ipsam penitus inspiciamus, fateri utique cogemur, nos ab illa beata et optabili perfectione haud multo propius abesse, quam ab hodierna vetus abest astronomia. Longa via est, et variae ambages ad hanc veritatem." *) Dieser Zwitterstellung der Epicykelntheorie machte Kepler ein Ende; er suchte ein geometrisches Bild der Bewegung, welches in jedem Momente die Richtung anzugeben gestatten würde, in welcher das Gestirn sich befindet, aber ein Bild, das auch die wirkliche Entfernung, welche der Planet in dem gegebenen Augenblicke in der gegebenen Richtung von der Sonne hat, wiedergeben sollte; er suchte wahre Bahnen. Ebensosehr in dieser Formulierung der Frage, als andererseits in der Auffindung der Methoden zur Lösung derselben — die Bestimmung der Entfernungen unabhängig von den so kleinen und schwer zu beobachtenden Parallaxen — liegt der grosse Fortschritt Keplers in der theoretischen Astronomie.

Aber noch auf ein anderes Gebiet hatte Kepler seine Arbeiten ausgedehnt; er suchte auch nach physikalischen Ursachen der Bewegungen. Darin war er nun allerdings nicht der erste, und wenn er sich auch hier in Conjecturen verlor, welche sehr sinnreich, oft aber ebenso phantastisch waren, nun — so war er hierin auch nicht der erste; aber er begnügte sich nicht mehr damit, gewisse Ursachen hypothetisch hinzustellen, er leitete aus ihnen Folgerungen ab, welche durch die Beobachtungen geprüft werden konnten, und erkannte auf diese Weise die Richtigkeit oder Unrichtigkeit der Annahme. War das letztere der Fall, so suchte er nach der Ursache der Nichtübereinstimmung, variierte die Voraussetzungen und war ebenso unermüdlich in der Durchführung der oft sehr mühseligen Rechnungen, wie in der Aufstellung neuer Hypothesen. Am besten wird sein Streben in dieser Richtung, sein unerschütterlicher, durch keinen Miserfolg einzudämmender Fleiss durch seine eigenen Worte charakterisiert, welche er nach einer vergeblichen Untersuchung in diesem Sinne gebrauchte: „Itaque causae physicae cap. 45 in fumos abeunt." **)

Seine ersten Untersuchungen über die allgemeine Weltordnung betrafen die Beziehungen zwischen den Entfernungen der Planeten von der Sonne und ihren Umlaufszeiten.

---

*) Opera omnia, I. Bd., pag. 164. Die Angaben beziehen sich auf die Ausgabe von Ch. Frisch.

**) De Stella Martis, opera III. Bd., pag. 384.

Bevor Kepler, in seinem ersten grösseren Werke, dem Prodromus dissertationum cosmographicarum, continens Mysterium cosmographicum, auf diese Beziehungen eingeht, sucht er eine Beziehung zwischen den verschiedenen Entfernungen selbst. Diese Untersuchungen sind sehr phantastisch und haben zum eigentlichen Fortschritte der Wissenschaften wol nichts beigetragen*) und mögen vielleicht für ihn selbst nur den Vortheil gehabt haben, dass er durch diese Untersuchungen immer mehr in der Idee bestärkt wurde, dass eine Gesetzmässigkeit vorherrschen müsse, die sich durch Zahlen ausdrücken lässt. Anfangs glaubte er, um eine continuierliche Reihe zu erhalten, dass zwischen Mercur und Venus und ebenso zwischen Mars und Jupiter sich noch je ein, wegen seiner Kleinheit unsichtbarer Planet befinden müsse. Diese Ansicht liess er aber bald fallen, als er bemerkte, dass, wenn man die (excentrische) Bahn jedes Planeten zwischen zwei concentrischen Kugeln fasst, deren Mittelpunkte in der Sonne sind, zwischen je einer inneren Kugel eines Planeten und der äusseren des nächsten der Sonne näheren einer der fünf regulären Körper ein- bez. umschrieben werden kann. So erhielt er die Reihenfolge:

| ☿ | Würfel | ♄ | Tetraeder | ♂ | Dodekaeder | ♃ | Ikosaeder | ♀ | Oktaeder | ☿ |

und da es nur fünf reguläre Körper gibt, so schliesst daraus Kepler, dass es nur sechs Planeten geben könne.

Setzt man den Halbmesser der einem regulären Körper umschriebenen Kugel = 1000, so ist der Halbmesser der demselben eingeschriebenen Kugel: für den Würfel 577, für das Tetraeder 333, für das Dodekaeder und Ikosaeder 795, für das Oktaeder 707; es ist jedoch zu bemerken, dass Kepler hier nicht das einfache Oktaeder adoptieren kann, denn für dieses ist der Halbmesser 577, sondern das quadratische Oktaeder.

Nimmt man nun die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne als Einheit, so wird nach Copernicus**) z. B. die grösste Entfernung des Saturn 9·9875, die kleinste Entfernung 8·3417, die grösste des Jupiter 5·4925

*) Das Mysterium cosmographicum fand eine getheilte Aufnahme; die grosse Mehrzahl der Mathematiker und Astronomen jener Zeit, an mystische Deductionen gewöhnt, und in der Welt zumeist die Weltordnung und den Zweck, weniger die Gesetzmässigkeit suchend, spendeten dem Werke Beifall; es fehlte aber nicht an Stimmen, welche Einwände erhoben; Am bestimmtesten spricht sich Johann Praetorius aus; er schreibt: Illa vero speculatio corporum regularium quid quaeso ad astronomiam confert? At (inquit) ad ordinem seu magnitudinem orbium coelestium definiendum prodesse potest; sane ex alio fundamato, ex observationibus scilicet et a posteriore orbium distantiae sumendae sunt; his vero definitis, congruant nec ne corpora regularia, quid refert? (I. Bd., pag. 66). Übrigens findet man noch viel später ebenso phantastische, natürlich ihrer Zeit angepasste Untersuchungen, die aber mit den vorliegenden ganz gleichwertig sind; (z. B. die sog. Wurm'sche oder Bode'sche, eigentlich von Titius aufgestellte Reihe).

**) Die Zahlen sind die von Kepler angeführten; Opera, I. Bd., pag. 156.

u. s. w., die grösste der Erde 1·0417, die kleinste 0·9583 u. s. w.; es müsste demnach 5·4925 : 8·3417 gleich 0·577 sein. Nimmt man die grösste und kleinste Entfernung der Erde von der Sonne als Ausgangspunkt und schreitet mit den obigen Verhältniszahlen nach beiden Seiten fort, so erhält man die Reihe der Kugelhalbmesser, zwischen denen die Bahnen der Planeten eingeschlossen sein müssten, wie dieselben in der zweiten Colonne eingetragen sind; geht man aber von der grössten, bez. kleinsten Entfernung der Erde mit dem Monde (d. h. von der grössten und kleinsten Entfernung des Mondes von der Sonne), d. i. 1·1017 und 0·8983 aus, so dass die die Erdbahn umhüllenden Kugeln das System Erde—Mond völlig einschliessen, so erhält man die in der dritten Colonne enthaltenen Zahlen.

♄	9·9875	10·5989	11·3045
	8·3417	8·8522	9·4405
♃	5·4925	5·1108	5·4505
	4·9994	4·6522	4·9606
♂	1·6478	1·5506	1·6536
	1·3930	1·3108	1·3978
♁	1·0417	1·0417	1·1017
	0·9583	0·9583	0·8983
♀	0·7414	0·7614	0·7139
	0·6964	0·7153	0·6706
☿	0·4886	0·5058	0·4742
	0·2333	0·2333	0·2186.

Wichtiger als diese Speculationen sind die sich hieran schliessenden Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Entfernungen und Umlaufszeiten. Zunächst versuchte er natürlich die einfache Proportionalität, d. h. den Satz, dass die Umlaufszeiten proportional sind den Entfernungen. Diesen Satz fand er natürlich sofort unrichtig. Besser stimmte ihm eine andere Annahme, die sich in folgender Weise aussprechen lässt. Sind a_1, a_2 die mittleren Entfernungen zweier Planeten ($a_2 > a_1$), deren Umlaufszeiten t_1, t_2 sind, so wird $\frac{1}{2}(t_1 + t_2) : t_1 = a_2 : a_1$. Man hat aber nach Copernicus:

	♄	♃	♂	♁	♀	☿
a	9·1742	5·2191	1·5200	1·0000	0·7193	0·3763
t	10759^d·2	4332^d·6	687^d·0	365^d·2	224^d·7	88^d·0
$\frac{a_1}{a_2}$	0·569	0·291	0·658	0·719	0·523	
$t_1 : \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$	0·574	0·274	0·694	0·762	0·563	

Propius ut vides ad veritatem accessimus.*)

*) I. Bd., pag. 175.

Das Gesetz ist allerdings noch weit entfernt, richtig zu sein, doch hatte es Kepler ziemlich lange als Näherung gelten lassen; erst in den Harmonices Mundi wird es widerlegt.

Bereits im Mysterium cosmographicum führte Kepler die Bewegung der Planeten auf eine in der Sonne befindliche Kraft zurück, welche sich von der Sonne aus ausbreitet, so dass sie mit der Entfernung immer schwächer wird. Am 3. October 1595 schreibt er an Maestlin:*) Motrix anima ut dixi, in Sole. Si motus aequalitas et idem vigor veniret a Sole in omnes orbes, tamen unus alio tardius circumiret, propter inaequalitatem ambitus .... Sic facillime constitueremus ex motibus mediis certo cognitis medias etiam distantias. Sed accedit alia causa, quae tardiores efficit remotiores. Capiamus a luce experimentum .... Tenuior igitur lux in magno, in angusto confertior et fortior; ad haec fortitudo rursum est in circulorum proportione, sive in distantiarum. Si jam eadem ratio motus est (quae quidem re nihil concinnius fingi potest) sequetur distantias bis facere ad motus tarditatem inducendam. Daraus, sollte man schliessen, folgt das Verhältnis der Umlaufszeiten wie die Quadrate der mittleren Entfernungen. Kepler hat möglicherweise auch dieses Verhältnis schon damals versucht, da er es aber nicht bestätigt gefunden, eine andere Folgerung aus dem Satze abgeleitet, die in den folgenden Worten des Briefes enthalten ist: Quare dimidia differentia motuum duorum adjuncta minori motui erit distantia remotioris: motus ipse minor erit distantia propinquioris.

Im Mysterium cosmographicum drückt er sich hierüber folgendermassen aus:

Si quae causa efficit, ut Saturnus altus sit tardior Jove humiliori et Soli viciniori, eadem efficiat, ut Saturnus altus et apogaeus sit tardior se ipso perigaeo et humili.**)

Quod si tamen praecisius etiam ad veritatem accedere et proportionum aequalitatem ullam sperare velimus, duorum alterum statuendum est: aut motrices animas***) quo sunt a Sole remotiores, hoc esse imbecilliores: aut unam esse motricem animam in orbium omnium centro, scilicet in Sole, quae, ut quodlibet corpus est vicinius, ita vehementius incitet: in remotioribus propter elongationem et attenuationem virtutis quodammodo languescat. Sicut igitur fons lucis in Sole est, et principium circuli in loco Solis, scilicet in centro: ita nunc vita, motus et anima mundi in eundem Solem recidit.

*) I. Bd., pag. 13.

**) I. Bd., pag. 183.

***) I. Bd. pag. 174. Hiezu bemerkt er in der zweiten Ausgabe: „Quas nullas esse probavi in Comment. Martis".

Demnach hat man z. B. für Mars und Erde:

Angenommen, das Verhältnis der Entfernungen wäre 694 : 1000; in der einfachen Proportion würde sich aus der Umlaufszeit 687^d des Mars 477^d für die Erde ergeben. Da aber die wahre Umlaufszeit 365^d ist und das Verhältnis wie $365 : 477 = 1000 : 1306$ ist, so zeigt dieses, dass die Kraft auf die Erde um $\frac{306}{1000}$ grösser ist; die Erde muss daher um so viel näher sein; ist also die Distanz des Mars 1000, so müsste diejenige der Erde $1000 - 306 = 694$ sein, wodurch die Annahme als richtig erwiesen ist. Hätte die ursprüngliche Annahme mit dem Resultate nicht übereingestimmt, so hätte man die Annahme so lange variieren müssen, bis die gefundene Entfernung mit der angenommenen übereinstimmt. Im Mysterium cosmographicum findet sich dieses Gesetz ebenfalls, sowie auch die zur Bestimmung der Entfernung aus den Umlaufszeiten dienende Rechnung; Kepler fügt aber hinzu: Vides hoc altero theoremate provenire non alios quam superiores numeros: unde certum est, duo ista theoremata forma quidem differe, sed revera coincidere et niti eodem fundamento, quod tamen, quo pacto fiat, investigare hactenus non potui.*)

Die Identität lässt sich folgendermassen beweisen: Seien a_1, a_2 die Entfernungen $(a_2 > a_1)$, t_1, t_2 die Umlaufszeiten zweier Planeten; ferner $a_1 : a_2 = x$, und ist τ die Zeit, welche sich aus t_2 nach demselben Verhältnisse findet, so wird auch $\tau : t_2 = x$ oder $\tau = t_2 x$.

Findet man nun $\tau : t_1 = y$ statt der Einheit, so ist $y - 1$ das Mass für den Überschuss an Kraft, welcher davon herrührt, dass der erste Planet näher als der zweite ist, und es ist eben $1 - (y - 1)$ das Verhältnis der Entfernungen, also gleich x. Da nun

$$x = 2 - y = 2 - \frac{\tau}{t_1} = 2 - \frac{t_2}{t_1} x$$

oder

$$\left(1 + \frac{t_2}{t_1}\right) x = 2; \quad x = \frac{t_1}{\frac{1}{2}(t_1 + t_2)}$$

welches thatsächlich mit der pag. 153 angegebenen Regel übereinstimmt.

Aus dem Gesetze der verschiedenen Wirkungen in verschiedenen Entfernungen beweist Kepler im Mysterium cosmographicum auch die Notwendigkeit zur Einführung eines vom Mittelpunkte des excentrischen Kreises verschiedenen Punktes der gleichmässigen Bewegung; indem nämlich nicht nur bei verschiedenen Planeten, sondern auch bei einem und demselben Planeten die bewegende Kraft der Sonne in verschiedenen Entfernungen verschieden ist, wird im Aphel des excentrischen Kreises

*) I. Bd., pag. 175.

die Wirkung der Sonne eine schwächere, im Perihel eine stärkere, als in der mittleren Entfernung sein, demnach die Bewegung im excentrischen Kreise ungleichmässig, langsamer im Aphel, schneller im Perihel, so dass von einem anderen Punkte, dessen Entfernung von der Sonne doppelt so gross ist, wie die Entfernung des excentrischen Kreises, die Bewegung im excentrischen Kreise gleichmässig erscheint.*) In der ersten Ausgabe des Mysterium cosmographicum machte Kepler noch Ausnahmen für Mercur und Venus; in der zweiten Ausgabe bemerkt er jedoch, dass dieses Gesetz ausnahmslos stattfinden müsse, und dass die für die beiden inneren Planeten in der Copernicanischen Theorie notwendigen Ausnahmen nur durch Fehler in den Beobachtungen und in der Theorie entstanden sein können.

Als Kepler im Jahre 1600 nach Prag kam, um hier mit Tycho gemeinschaftlich zu beobachten, wurde ihm die Aufgabe zutheil, den Mars zu beobachten, und die Theorie des Mars an den Beobachtungen zu prüfen. Er fand, dass unter den gegebenen Annahmen (kreisförmige, excentrische Bahn, ungleiche Theilung der Excentricität, Epicykel) sich Abweichungen von den Beobachtungen ergaben, welche die bei den Tychonischen Beobachtungen vorauszusetzenden Fehler weit übertrafen. Nach dem Tode Tychos wurde Kepler sein Nachfolger in Prag; er stellte sich nun die Aufgabe, die Theorie des Mars von Grund aus neu aufzubauen, wobei er sich an drei wichtige Bedingungen hielt: 1. Die gefundene Bahn sollte den von Kepler aufgestellten theoretischen Principien (der Sitz der bewegenden Kraft ist die Sonne, daher die Bewegungen von dem wahren Sonnenorte, nicht von dem mittleren zu zählen sind; die Bewegung ist schneller im Perihel als im Aphel) genügen. 2. Der Unterschied zwischen den aus der Theorie berechneten und den beobachteten Längen sollte 2′ nicht übersteigen.**) 3. Die Unterschiede der durch Rechnung aus der Theorie gefundenen und den beobachteten Entfernungen sollten etwa den tausendsten Theil der Entfernungen — diese Grenzen ergaben sich im Laufe der Untersuchungen von selbst — nicht überschreiten.***)

Mars war zu diesen Untersuchungen besonders geeignet, da er in der Opposition der Erde sehr nahe kommen kann und eine relativ grosse Excentricität hat; in erster Linie war jedoch für Kepler bestimmend, dass bereits eine grosse Reihe von guten und für den vorliegenden Zweck

*) I. Bd., pag. 183.

**) De Stella Martis, Cap. 18, III. Bd., pag. 254.

***) Bezüglich der Entfernungen muss bemerkt werden, dass weniger das Überschreiten der Fehler, als vielmehr die Gleichstimmigkeit der Abweichungen in demselben Sinne, bestimmend wirkten: De Stella Martis. Cap. 44, III. Bd., pag. 337.

besonders tauglichen Beobachtungen vorlag, indem aus denselben leicht die Distanzen direct aus den Beobachtungen ohne Hinzuziehung der Parallaxe gefolgert werden konnten. Die Marsparallaxe fand er für diese Untersuchungen nicht ausreichend genau; aus Morgen- und Abendbeobachtungen in der Nähe der Stationen fand er, dass die Parallaxe jedenfalls sehr klein, keinesfalls über 4′ sei.*)

Fast zehn Jahre hatte Kepler diesen Untersuchungen gewidmet; mit unermüdlicher Ausdauer hatte er unter den verschiedensten Annahmen die mühsamsten Rechnungen durchgeführt; bald stimmten die beobachteten Längen nicht, bald die Entfernungen.

Malo me Galatea petit, lasciva puella,
Et fugit ad salices et se cupit ante videri**).

So floh die Wahrheit vor ihm und verbarg sich, ehe sie sich ihm entdeckte; aber als Motto zum 58. Capitel seines berühmten Werkes Astronomia nova seu Physica Coelestis tradita Commentariis de Motibus Stellae Martis konnte er diese Verse hinschreiben, denn er hatte endlich das lange gesuchte Resultat gefunden; der Erfolg waren die beiden ersten berühmten, nach ihm benannten Gesetze der Planetenbewegungen.

In der Geschichte der Astronomie und vielleicht irgendeiner Wissenschaft dürfte es schwerlich ein zweites Werk geben, welches die Superiorität empirischer Forschung über philosophische Speculationen ***) so unwiderleglich vorführen könnte, wie Keplers Astronomia nova. Leider wird in unserer Zeit das Studium älterer classischer Werke einer Wissenschaft immer seltener; der Umfang, den die Wissenschaften in unserem Jahrhunderte anzunehmen begannen, wächst in dem Masse an, dass die grosse Mehrzahl der Studierenden Mühe hat, den neuen Erscheinungen zu folgen, und die Geschichtswerke über die inductiven Wissenschaften, zumeist bestrebt, einen populären Ton anzuschlagen, die Hauptepochen zu kennzeichnen und die Resultate vorzuführen, verzichten auf Wiedergabe des Gesammtinhaltes. Vielleicht wird dieses zur Begründung dienen, wenn im Folgenden dieses classische Werk Keplers, welches ganz wol als die grösste Induction aller Zeiten bezeichnet werden kann, seinem ganzen Inhalte nach wiedergegeben wird.

Aus seinem ersten Hauptprincipe, dass die Sonne die bewegende Kraft für die Planeten ist, zog Kepler zunächst ausser den bereits erwähnten zwei Schlüssen, dass die Geschwindigkeit des Planeten umgekehrt proportional seiner Entfernung von der Sonne sein muss und dass der Mittelpunkt des Deferenten die Entfernung zwischen dem Mittel-

*) III. Bd., pag. 225. S. auch das pag. 130 bei Tycho Gesagte.
**) III. Bd., pag. 399.
***) „Sed nihil conjecturis tribuam in praesens", III. Bd., pag. 330.

punkte der gleichmässigen Bewegung und dem Mittelpunkte der wahren Bewegung halbieren müsse, auch den wichtigen Schluss, dass die wahren Bewegungen nicht auf den mittleren, sondern auf den wahren Ort der Sonne bezogen werden müssten. Mit diesem Satze leitet er die Astronomia nova ein.

Sei S (Fig. 17) der wahre Ort der Sonne, M der Mittelpunkt der Erdbahn, also der mittlere Ort der Sonne, so nahm man bis Kepler den Mittelpunkt δ des excentrischen Kreises und den Mittelpunkt μ der gleichmässigen Bewegung in einer Geraden mit M an. $M\Pi_1$ war die Richtung der Apsidenlinie der Planetenbahn, δ der Mittelpunkt des Deferenten; für einen Ort P des Planeten war $\Pi_1 \mu P$ die Anomalie M_1 (Anomalie wird nunmehr beständig für den Winkel zwischen dem Aphel und der Richtung nach dem Planeten gebraucht), $MP\mu$ ist die Prosthapheräse u. s. w., und es ist die mittlere Länge $L = M_1 + \Pi_1$; die wahre Länge $v_1 + \Pi_1$, wenn Π_1 die Länge des Aphels $\Upsilon M\Pi_1$ bedeutet. Kepler bezog nun, seinem physikalischen Principe gemäss, die Apsidenlinie und die Längen auf den wahren Sonnenort S. Er fand, dass die heliocentrische Bewegung fast ganz ebenso dargestellt wird, wenn man den Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung μ beibehält, aber für die Bahn selbst denjenigen Kreis wählt, dessen Mittelpunkt d in der Verbindungslinie $S\mu$ so gelegen war, dass $Sd : S\mu = M\delta : M\mu$ ist und dessen Halbmesser gleich demjenigen der früheren Bahn bleibt. Die hieraus resultierenden Differenzen in den heliocentrischen Längen waren nur unbedeutend, hingegen traten bedeutende Änderungen in den heliocentrischen Entfernungen auf, womit ganz beträchtliche Änderungen in den geocentrischen Coordinaten verbunden waren. Kepler fand, dass für den Mars, wo dieser Umstand sich allerdings besonders merklich machte, die heliocentrischen Längen höchstens 5′, die geocentrischen jedoch 1° 3′ abweichen können. Durch Rechnung erhält man diese Abweichungen mit den in der Zeichnung (Fig. 17) gewählten Bezeichnungen folgendermassen:

Sei die auf den mittleren Sonnenort M bezogene Excentricität des Deferenten $M\mu = e_1 + e_1'$, die auf den wahren Sonnenort bezogene $S\mu = e_0 + e_0'$ und die Excentricität der Erdbahn $SM = e$, so folgt aus den Dreiecken $P\delta\mu$ und $MP\mu$:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \sqrt{a^2 - e_1'^2 \sin M_1^2} - e_1' \cos M_1 \\ \rho_1 \sin(M_1 - v_1) &= (e_1 + e_1') \sin M_1 \\ \rho_1 \cos(M_1 - v_1) &= (e_1 + e_1') \cos M_1 + \sigma_1 \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Bezeichnet π den Winkel zwischen der Apsidenrichtung der Erdbahn und der vom mittleren Sonnenorte gezählten Apsidenrichtung der Planetenbahn, also den Winkel $\Pi M \Pi_1$, so erhält man aus dem Dreiecke MSP, in welchem $\sphericalangle MPS = v_0' - (v_1 + \pi)$ ist:

$$\left.\begin{aligned} \rho_0' \sin [v_0' - (v_1 + \pi)] &= e \sin (v_1 + \pi) \\ \rho_0' \cos [v_0' - (v_1 + \pi)] &= \rho_1 - e \cos (v_1 + \pi) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

dabei sind M_1, v_1 die vom mittleren Sonnenorte gezählte mittlere, bez. wahre Anomalie des Planeten; sind M_0, v_0 dieselben Grössen, bezogen auf den wahren Sonnenort S, und ρ_0, σ_0 die Strecken SP_0, μP_0, wobei $P_0 \mu \Pi_0 = M_0$ und P_0 in dem um d beschriebenen Kreise mit dem Halbmesser a liegt (in der Figur nicht gezeichnet), so wird

$$\left.\begin{aligned} \sigma_0 &= \sqrt{a^2 - e_0' \sin M_0^2} - e_0' \cos M_0 \\ \rho_0 \sin (M_0 - v_0) &= (e_0 + e_0') \sin M_0 \\ \rho_0 \cos (M_0 - v_0) &= (e_0 + e_0') \cos M_0 + \sigma_0 \end{aligned}\right\} \quad (1\,a)$$

Bezeichnet man nun die Längen der Richtungen MS, $M\mu$ und $S\mu$ mit Π, Π_1 und Π_0, die aus den Formeln (1) folgende wahre heliocentrische Länge des Planeten mit λ_0', die aus den Formeln (1 a) folgende mit λ, seine mittlere heliocentrische Länge mit L, so hat man noch

$$\Pi_1 - \Pi = \pi$$
$$L = M_1 + \Pi_1 = M_1 + \Pi + \pi = M_0 + \Pi_0.$$

Setzt man noch $\Pi_0 - \Pi_1 = z$, so wird aus dem Dreiecke $MS\mu$:

$$\left.\begin{aligned} (e_0 + e_0') \sin z &= e \sin \pi \\ (e_0 + e_0') \cos z &= (e_1 + e_1') - e \cos \pi \end{aligned}\right\} \quad (2\,a)$$

und es wird:

$$\lambda_0' = v_0' + \Pi; \quad \lambda_0 = v_0 + \Pi_0.$$

Entwickelt man die Formeln (1), (1 a) und (2) in Reihen und geht bei der Entwickelung von $M_1 - v_1$, $M_0 - v_0$, $v_0' - (v_1 + \pi)$ bis zu den zweiten Potenzen der Excentricitäten, bei den Entfernungen ρ_1, ρ_0, ρ_0' bis zu den ersten Potenzen, so folgt:

$$\sigma_1 = a - e_1' \cos M_1 - \tfrac{1}{2} \frac{e_1'^2}{a} \sin M_1^2$$

$$v_1 = M_1 - \frac{e_1 + e_1'}{\sigma_1} \sin M_1 + \tfrac{1}{2} \left(\frac{e_1 + e_1'}{\sigma_1}\right)^2 \sin 2 M_1$$

$$\rho_1 = \sigma_1 + (e_1 + e_1') \cos M_1$$

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= M_1 - \frac{e_1 + e_1'}{a} \sin M_1 + \tfrac{1}{2} \frac{(e_1 + e_1') e_1}{a^2} \sin 2 M_1 \\ \rho_1 &= a + e_1 \cos M_1 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} v_0 &= M_0 - \frac{e_0 + e_0'}{a} \sin (M_1 - z) + \tfrac{1}{2} \frac{(e_0 + e_0') e_0}{a^2} \sin 2 (M_1 - z) \\ \rho_0 &= a + e_0 \cos (M_1 - z) \end{aligned}\right\} \quad (3\,a)$$

$$\left.\begin{aligned} v_0' &= v_1 + \pi + \frac{e}{a} \sin (M_1 + \pi) - \frac{e e_1'}{a^2} \sin M_1 \cos (M_1 + \pi) \\ &\quad - \frac{e e_1}{a^2} \sin (2 M_1 + \pi) + \tfrac{1}{2} \frac{e^2}{a^2} \sin 2 (M_1 + \pi) \\ \rho_0' &= a + e_1 \cos M_1 - e \cos (M_1 + \pi) \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Berechnet man hieraus die wahre Länge λ_0' und aus (3 a) nach Entwickelung des sinus und cosinus und Substitution aus (2 a) die wahre Länge λ_0, so folgt:

$$\lambda_0' = L - \frac{e_1 + e_1'}{a} \sin M_1 + \tfrac{1}{2} \frac{e_1 (e_1 + e_1')}{a^2} \sin 2 M_1 + \tfrac{1}{2} \frac{e e_1'}{a^2} \sin \pi$$
$$+ \frac{e}{a} \sin (M_1 + \pi) - \tfrac{1}{2} \frac{e (e_1' + 2 e_1)}{a^2} \sin (2 M_1 + \pi) + \tfrac{1}{2} \frac{e^2}{a^2} \sin 2 (M_1 + \pi) \quad (5\,a)$$

$$\lambda_0 = L - \frac{e_1 + e_1'}{a} \sin M_1 + \tfrac{1}{2} \frac{e_0 (e_1 + e_1')^2}{a^2 (e_0 + e_0')} \sin 2 M_1 + \frac{e}{a} \sin (M_1 + \pi)$$
$$- \frac{e_0 e (e_1 + e_1')}{a^2 (e_0 + e_0')} \sin (2 M_1 + \pi) + \tfrac{1}{2} \frac{e_0 e^2}{a^2 (e_0 + e_0')} \sin 2 (M_1 + \pi) \quad (5\,b)$$

und wenn man auf die Beziehung

$$e_1 : e_1' : (e_1 + e_1') = e_0 : e_0' : (e_0 + e_0')$$

Rücksicht nimmt:

$$\lambda_0' - \lambda_0 = - \tfrac{1}{2} \frac{e e_1'}{a^2} \sin (2 M_1 + \pi) + \tfrac{1}{2} \frac{e e_1'}{a^2} \sin \pi$$
$$+ \tfrac{1}{2} \frac{e_0' e^2}{a^2 (e_0 + e_0')} \sin 2 (M_1 + \pi)$$

also von der zweiten Ordnung der Excentricitäten, während sich

$$\rho_0 = a + e_1 \cos M_1 - \frac{e e_0}{e_0 + e_0'} \cos (M_1 + \pi)$$

folglich

$$\rho_0' - \rho_0 = - \frac{e e_0'}{e_0 + e_0'} \cos (M_1 + \pi)$$

daher von der ersten Ordnung der Excentricitäten ergibt. Die aus $\rho_0' - \rho_0 = \beta$ enstehende Änderung in der geocentrischen Richtung ist gegeben durch den Winkel α, unter welchem die Strecke β von dem Erdorte q aus gesehen wird. Ist der Abstand der Erd- und Marsbahn in der Richtung gegen die Sonne zu (da es sich nur um die Bestimmung von Näherungswerten handelt, so bleibt es dabei ziemlich gleichgiltig, ob man dieselbe zur mittleren oder wahren Sonne nimmt) Δ' und der Winkel, welchen diese Richtung mit der Verbindungslinie Erde — Mars einschliesst, φ, so wird:

$$\alpha = \frac{m n}{m q} = \frac{\beta \sin \varphi}{\Delta' \sec \varphi} = \tfrac{1}{2} \frac{\beta}{\Delta'} \sin 2 \varphi = - \tfrac{1}{2} \frac{e e_0'}{e_0 + e_0'} \cdot \frac{1}{\Delta'} \cos (M_1 + \pi) \sin 2 \varphi$$

Der Minimalwert von Δ' findet statt, wenn die Erde in der Nähe des Aphels, Mars in der Nähe des Perihels ist, und wird nahe gleich $\Delta = 0{\cdot}36$. In der Opposition ist φ gleich oder sehr nahe gleich 0, folglich wird die Differenz α verschwinden; man erhält daher aus den in den Oppositionen beobachteten Längen sowol die Werte von e_1, e_1' und Π_1 richtig, wenn man den Moment bestimmt, in welchem der Ort des Planeten genau um

180^0 verschieden ist von dem mittleren Orte der Sonne; man erhält ebenso die Werte e_0, e_0' und Π_0 richtig, wenn man die Momente bestimmt, zu welchen die Orte des Planeten genau um 180^0 verschieden sind von den wahren Orten der Sonne. Es folgt aber daraus, dass man aus den Beobachtungen der Oppositionen nicht bestimmen kann, welche Annahme die richtige ist. Der Maximalwert von α findet statt, wenn $\varphi = 45^0$, $M_1 + \pi = 180^0$ wäre*) und ist

$$\frac{1}{2} \frac{e\, e_0'}{e_0 + e_0'} \cdot \frac{1}{\Delta' \text{ arc } 1'}$$

und würde, wenn man Δ' durch den Minimalwert Δ ersetzt, nahe gleich $1^0 4'.2$, während der Maximalwert von $\lambda_0' - \lambda$ nicht grösser als $5'$ folgt.

Kepler nimmt $e_1 + e_1' = 30138$; $e = 3584$; $\pi = 47^0\ 59'\ 16''$ und findet damit $e_0 + e_0' = 27971$ für den Erdbahnhalbmesser gleich 100000, es wird daher für den Halbmesser des Mars gleich 100000:

$$e_1 + e_1' = 19763, \text{ und für } e_1 = 12352,\ e_1' = 7411$$

die reducierten Werte $e_0 = 11271$ $e_0' = 6763$.

Da nun der Ort des Aphels des Mars, bezogen auf den mittleren Ort der Sonne $23^0\,32'\,16''\ \Omega$ ist, so wird das Aphel, bezogen auf die wahre Sonne $29^0\,0'\,3''\ \Omega$.**)

Die Bisection ist hier nicht aufrecht erhalten; überdies stimmen die Zahlen nicht vollständig; nimmt man $e_1 + e_1' = 30138$, $e = 3584$, $\pi = 47^0\,59'\,16''$ als richtig an, so wird $e_0 + e_0' = 27867$, $z = 5^0\,30'\,32''$; ferner wird mit dem Verhältnisse der Halbaxen $1{\cdot}525 : e_1 + e_1' = 19763$ und in der Zerlegung $e_1 = 12352$, $e_1' = 7411$ wird: $e_0 + e_0' = 18273$; $e_0 = 11421$; $e_0' = 6852$. Bezüglich der Ungleichheit zwischen e_1 und e_1', bez. e_0 und e_0' siehe pag. 168.

Es wurde bereits erwähnt, dass Kepler sein Streben dahin richtete, dass seine Theorie nicht nur die Längen, sondern auch die Entfernungen des Mars von der Sonne richtig darstelle; ohne diese Bedingung hätte er seine erste, sogenannte stellvertretende Hypothese als die richtige ansehen können, da sie die Längen ganz richtig darstellte (s. pag. 171). Um aber auch die Entfernungen durch die Beobachtungen direct zu bestimmen, wendet Kepler drei verschiedene Methoden an:

1. Der Planet sei in einer Opposition in der geocentrischen Breite β beobachtet; seine heliocentrische Länge ist aus dem beobachteten

---

*) Der erhaltene Maximalwert $1^0 4'.2$ ist allerdings etwas zu gross, weil für $\varphi = 45^0$: $M_1 + \pi$ nicht gleich 180^0 und Δ' nicht gleich 0·36 angenommen werden sollte; es ist für die Rechnung $\frac{e_0'}{e_0 + e_0'} = \frac{e_1}{e_1 + e_1'} = \frac{6763}{18034}$; $e = 3584$ (Halbmesser der Erdbahn gleich 1).

**) III. Bd., pag. 191.

geocentrischen Orte bekannt, da für die Opposition geocentrische und heliocentrische Länge identisch sind: wenn dann die Länge des Knotens Ω und die Neigung i bekannt sind, so erhält man die heliocentrische Breite aus

$$\operatorname{tg} b = \operatorname{tg} i \sin (l - \Omega)$$

und dann folgt aus dem Dreiecke Sonne—Erde—Planet, welches auf der Ekliptik senkrecht steht,

$$r = \frac{R \sin \beta}{\sin (\beta - b)}$$

wenn r der Radiusvector des Planeten, R derjenige der Erde ist.

Diese Methode ist nur von sehr beschränkter Genauigkeit, da die Breiten nur kleine Winkel sind und daher die Richtung des Planeten von der Sonne und von der Erde aus sich unter einem sehr schiefen Winkel schneiden. *)

2. Ist die heliocentrische Länge des Planeten $l = \Upsilon S P_1$ (Fig. 8), die geocentrische Länge $\lambda = \Upsilon T P_1$ und sind die heliocentrischen Coordinaten der Erde $\Upsilon S T = \odot$ und $S T = R$ bekannt, so folgt, da $S P_1 T = l - \lambda$, $T S P_1 = \odot - l$ ist:

$$r = R \frac{\sin (\odot - \lambda)}{\sin (l - \lambda)}.$$

3. Die dritte und wichtigste Methode bestand darin, dass Kepler Beobachtungen des Mars in demselben Punkte seiner Bahn von verschiedenen Punkten der Erdbahn voraussetzte. Diese Methode, welche für ihn grundlegend war, weil sie gleichzeitig die Form der Erdbahn lieferte, wird später (s. pag. 173) ausführlich auseinandergesetzt.

I.

Sollten die erhaltenen Resultate genau und verlässlich sein, so war die erste Bedingung die, dass die Beziehungen zwischen den geocentrischen und heliocentrischen Coordinaten (Längen und Breiten) nur mehr als Unbekannte den Radiusvector, nicht aber Knoten und Neigung enthalten. Denn einerseits waren die Methoden, aus mehreren Beobachtungen mehr als eine Unbekannte zu bestimmen, infolge des schwerfälligen Rechnungsmechanismus noch nicht anwendbar, andererseits aber fehlte jene Beziehung zwischen mehreren Orten, welche nicht rein geometrischer Natur ist, sondern durch ein physikalisches Gesetz der Bewegung gegeben wird, das aber damals noch unbekannt war. So war es denn die erste Aufgabe

*) Kepler verwendet sie nur einmal im 19. Capitel zur Bestimmung der grössten und kleinsten Entfernung des Mars behufs Prüfung der Excentricität.

Keplers, die Lage der Bahnebene zu bestimmen, d. h. die Länge des aufsteigenden Knotens und die Neigung der Bahn.

Die einfachste Methode hiefür war die von Tycho angegebene, nämlich die Beobachtung einer Opposition, in welcher der Planet die Breite Null hat; steht nämlich der Planet in der Ekliptik, so ist sowol seine geocentrische als auch seine heliocentrische Breite Null, und umgekehrt, hat der Planet die geocentrische Breite Null, so wird er in der Ekliptik stehen, d. h. in einem seiner Knoten. Die heliocentrische Länge des Planeten ist dann die Länge des Knotens, und wenn eine solche Beobachtung genau zur Zeit der Opposition fällt, so gibt unmittelbar die beobachtete geocentrische Länge die gesuchte Länge des Knotens. Eine solche Beobachtung fand Kepler vor; zwar war eine kleine Abweichung von der Ekliptik (Breite nahe gleich 5′), doch liess sich hieraus leicht durch Extrapolation mit einer genäherten Neigung die Länge des Knotens finden. Es ist nämlich, wenn R, r bez. Radiusvector der Erde und des Planeten, β die geocentrische und b die heliocentrische Breite sind:

$$\sin(\beta - b) = \frac{R}{r}\sin\beta\,; \quad \sin(l - \Omega) = \operatorname{tg} b \cot i.$$

Für kleine Werte von β wird dann hinreichend genau:

$$b = \frac{r - R}{r}\beta\,; \quad l - \Omega = \frac{r - R}{r}\beta\cot i\,;$$

r ist nun allerdings auch unbekannt; mit Rücksicht auf die Kleinheit von β werden aber genäherte Werte, wie sie aus den Copernicanischen Elementen folgen, ausreichend sein. Eine Beobachtung in der Opposition aus dem Jahre 1595 in der wahren Länge 17° 56′ 5″ ♉ mit der Breite 0° 5′ 15″ gibt, da $r = 1{\cdot}348$, $R = 0{\cdot}993$ ist, mit dem Werte $i = 1^\circ\,50'$: $l - \Omega = 43'\,12''$, daher $\Omega = 17^\circ\,12'\,53''$.*)

Kepler bestimmt den Knoten aus einer Reihe von Beobachtungen, in denen der Planet im Knoten selbst oder demselben sehr nahe ist, nach der Übereinstimmung mit den Umlaufszeiten. Die Beobachtungen sind (wegen Parallaxe und Refraction corrigiert):

1589 April 15 (Breite + 1° 7′), April 21 (+ 6⅔′), extrapoliert: Mai 9 Abend im Knoten; 1590 März 4 (— 3′ 12″); 1592 Jänner 23 (Breite 0); 1593 December 10 (+ 0′ 45″); 1594 December 30 (Breite 0); 1595 Jänner 4 (— 2′ bis 3′; wegen Refraction unsicher); 1595 October 28 (— 0′ 25″).

Aus den Umlaufszeiten ergibt sich eine genügende Übereinstimmung; Mars war im aufsteigenden Knoten: 1590 März 7, 1592 Jänner 23,

*) Nach Keplers Neureductionen der Oppositionen (III. Bd., pag. 241) ist $l = 17^\circ\,31'\,40''$ ♉, $\beta = +\,0^\circ\,8'$, hieraus würde sich ergeben: $l - \Omega = 1^\circ\,5{\cdot}8$, und daher $\Omega = 16^\circ\,25{\cdot}9$ in besserer Übereinstimmung.

1593 December 10, 1595 October 28; im absteigenden Knoten: 1589 Mai 9, 1594 December 30. Die Beobachtungen aus dem niedersteigenden Knoten sind jedoch unsicher. 1595 Jänner 4 war die Breite noch — 2′, und wie oben bemerkt, ist die Breitenabnahme von 1589 April 15 bis April 21 sehr stark, wird aber, wie Kepler erwähnt, nachher sehr langsam.

Die mittlere Länge des Mars war 1594 December 30 in $27^0\ 14\frac{1}{2}'$ ♏ (niedersteigender Knoten), hingegen 1595 October 28 in $5^0\ 31'$ ♉ (aufsteigender Knoten). Da diese Orte nicht um 180° von einander verschieden sind, so kann die Knotenlinie nicht durch den mittleren Sonnenort gehen. Bringt man hier die Gleichungen nach Tycho an, welche bez. $-11^0\ 30'$ und $+11^0\ 17'$ sind, so würde man für die wahren Längen des Mars für die erwähnten Daten $15^0\ 44\frac{1}{2}'$ ♏ und $16^0\ 48'$ ♉ erhalten. Daraus folgt, dass die Richtung der Knotenlinie durch die Sonne (wahre Sonne) geht und im Mittel (die Abweichung beträgt allerdings noch etwas über einen Grad) in $16^0\ 16'$ ♉ ♏, und zwar der aufsteigende Knoten in $16^0\ 16'$ ♉ fällt. Kepler nimmt $16\frac{1}{3}^0$ als Resultat an.*)

Die Bestimmung der Neigung nimmt Kepler nach drei verschiedenen Methoden vor:

1. Wenn Mars von der Erde und der Sonne gleich weit absteht und dabei von der Sonne aus gesehen in 17° ♌ oder ♒ ist (Argument der Breite 90°), so ist die beobachtete geocentrische Breite gleich der Neigung i. Denn sei AH (Fig. 19) in 17° ♌ oder ♒, so ist die heliocentrische Breite gleich der Neigung; wenn aber $GH = AH$ ist, so ist der Winkel, unter dem das Perpendikel Hh von H auf die Ekliptik gesehen wird, derselbe wie von A aus, daher auch die geocentrische Breite gleich i. Es frägt sich, in welcher Richtung wird die Sonne stehen, in welcher der Mars. Kepler schliesst folgendermassen: in 17° ♌ ist das Verhältnis der Entfernungen $AH : AG = 5 : 3$, in 17° ♒ gleich $11 : 8$; hiefür folgt aus dem gleichschenkeligen Dreiecke AGH

$$\sphericalangle G = \sphericalangle A = 72\tfrac{1}{2}^0, \text{ bez. } 68\tfrac{2}{3}^0,$$

daher wird man zu beobachten haben:

☉ in 5° ♐; ♂ in 22° ♍ oder ☉ in 30° ♈; ♂ in 12° ♋ oder ☉ in 16° ♎; ♂ in $24\frac{1}{3}^0$ ♐ oder ☉ in 9° ♊; ♂ in 0° ♈.**)

---

*) III. Bd., pag. 228. Allerdings ist die Genauigkeit der berechneten Orte der Knoten immerhin noch von der Genauigkeit der aus der Theorie entnommenen wahren heliocentrischen Längen abhängig. Später, als Kepler die Untersuchungen über die Bewegung des Mars in Länge abgeschlossen hatte, bestimmt er die Knoten genauer und findet für dieselben $16^0\ 46\frac{1}{3}'$. III. Bd., pag. 413.

**) III. Bd., pag. 229.

Kepler meint, wenn diese Werte auch nicht ganz genau eingehalten würden, so wird der Fehler in der Neigung nicht gross. Dabei ist nun richtig, dass der heliocentrische Ort des Mars nicht genau in 17^0 ♌ oder ♒ zu sein braucht, weil für das Argument der Breite in der Nähe von 90^0 die Änderung des Perpendikels auf die Ekliptik sehr langsam stattfindet. Wol aber hat, wenn es sich um sehr genaue Werte handeln würde, eine Verschiebung des Erdortes nicht unbeträchtlichen Einfluss, da damit eine Änderung der Entfernung GH, somit eine wesentliche Änderung des Winkels, unter dem das Perpendikel Hh gesehen würde, verbunden ist. Aus fünf Beobachtungen dieser Art erhielt Kepler $1^0 50'$ circiter.

2. Eine andere, Keplers dritte Methode besteht in der Beobachtung irgendeiner geocentrischen Breite, aus welcher, wenn die Entfernungen bekannt sind, die heliocentrische Breite und das Argument der Breite, und aus diesen die Neigung berechnet wird; die praktische Anwendung dieser Methode in diesem Stadium der Untersuchung stösst aber wegen der unbekannten Entfernungen auf Schwierigkeiten. *)

3. Die einfachste und sicherste ist Keplers zweite Methode: Wenn die Erde genau in der Knotenlinie der Marsbahn (geocentrische Länge der Sonne 16^0 bis 17^0 ♉ ♏) sich befindet und der Mars in Quadratur mit der Sonne ist, so ist die Richtung von der Erde nach dem Planeten und ihre Projection auf die Ekliptik senkrecht auf die Knotenlinie und gibt daher in der beobachteten geocentrischen Breite des Planeten direct die Neigung. Ist der Planet nicht in Quadratur, sondern ist sein Winkelabstand von der Sonne A, so ergibt sich die Neigung i aus der beobachteten Breite β durch die Formel

$$\operatorname{tg} i = \operatorname{tg} \beta \operatorname{cosec} A$$

ebenfalls unabhängig von den Entfernungen; aus vier Beobachtungen dieser Art (bei welchen Mars aber immer in Quadratur war) fand Kepler ebenfalls $i = 1^0 50'$.

II.

Nun bestimmt Kepler aus vier beobachteten Oppositionen die Bahn des Mars. Hiezu ist die Bestimmung des genauen Momentes der

*) Auch die Bestimmung der Neigung nimmt Kepler zum Schlusse seines Werkes neuerdings vor, und findet $1^0 50' 30''$. (III. Bd., pag. 415.) Ob eine Veränderlichkeit der Neigung statthat, lässt er unentschieden; die Beobachtungen, welche in dieser Richtung aus dem Altertume bekannt sind, genügen ihm nicht, um diese subtile Frage zu entscheiden. Die grösste geocentrische Breite findet aber nicht in der Opposition selbst statt. Diese Erscheinung, welche schon Tycho auffiel, ist aber leicht erklärt, wenn man bedenkt, dass infolge der verschiedenen Lage der Bahnen einerseits die heliocentrische Breite nach der Opposition noch zunehmen, hingegen die Distanz insbesondere zwischen dem Perihel der Marsbahn und dem Aphel der Erdbahn noch um ein geringes kleiner werden kann.

Opposition nötig. Sei die beobachtete Länge des Mars zu einer gegebenen Zeit t gleich $180^0 + \lambda$; für diesen Moment entnimmt man aus den Sonnentafeln die Länge der Sonne λ_1 und die stündliche Bewegung derselben λ_1'; für den Mars erhält man aus den bereits bestehenden Tafeln*) in genügender Genauigkeit λ' (absolut genommen; die Bewegung ist ja retrograd) und dann ist zur gesuchten Zeit t_0 der Opposition

$$[180^0 + \lambda - (t_0 - t)\,\lambda'] - [\lambda_1 + (t_0 - t)\,\lambda_1'] = 180^0$$

woraus folgt:

$$t_0 - t = \frac{\lambda - \lambda_1}{\lambda' + \lambda_1'}.$$

Seien nun die aus den heliocentrischen Längen (den beobachteten geocentrischen Längen zur Zeit der Opposition) gefolgerten Richtungen AM_1, AM_2, AM_3, AM_4 — allgemein AM_i (Fig. 18); sei ferner hypothetisch die Richtung nach dem Aphel AD und in C der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung, so sind die Zwischenwinkel M_1CM_2, M_2CM_3 .... als die mittleren Bewegungen in den Zwischenzeiten ebenfalls bekannt. Darnach ist nun die Lage der vier Punkte M_i so zu bestimmen, dass sie in einem Kreise sind, dessen Mittelpunkt B mit den beiden angenommenen A (dem Ort der Sonne) und C (dem Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung) in einer Geraden liegen. Kepler nimmt nun für die Rechnung für $AC = e$ (als Einheit angenommen) und die Winkel $DCM_1 = x$ und $DAM_1 = y$ gewisse, aus früheren Bestimmungen bereits genähert bekannte Werte an und führt mit diesen die Rechnung durch. In analytischen Ausdrücken wird sich das Rechnungsschema folgendermassen gestalten:

Seien r_1, r_2, r_3, r_4 die vier heliocentrischen Distanzen und bezeichnet man mit λ_{ik} den Winkel M_iAM_k; mit μ_{ik} den Winkel M_iCM_k, d. i. die wahren, bez. mittleren Bewegungen in den Zwischenzeiten, so folgt aus dem Dreiecke ACM_i:

$$r_i = \frac{e \sin(\mu_{1i} + x)}{\sin(\mu_{1i} - \lambda_{1i} + x - y)}, \qquad i = 1, 2, 3, 4.$$

Bezeichnet man ferner die Winkel zwischen M_iA und der Richtung M_iM_k mit m_{ik}, so wird aus dem Dreiecke M_iM_kA:

$$\operatorname{tg}\tfrac{1}{2}(m_{ik} - m_{ki}) = \frac{r_k - r_i}{r_k + r_i}\cot\tfrac{1}{2}\lambda_{ik};\ \tfrac{1}{2}(m_{ik} + m_{ki}) = 90^0 - \tfrac{1}{2}\lambda_{ik};$$

$$i, k = 1, 2;\ 2, 3;\ 3, 4;\ 4, 1;$$

und da das Viereck $M_1M_2M_3M_4$ ein Sehnenviereck ist, so muss

$$m_{21} + m_{23} + m_{41} + m_{43} = m_{12} + m_{14} + m_{32} + m_{34} = 180^0$$

*) Zu diesen Untersuchungen benützt Kepler genäherte Tafeln des Mars, welche er bald nach seiner Ankunft in Prag berechnete. Angenommen wurden die Elemente $\Pi_1 = 23^0\,25'\ \Omega$; $e_1 + e_1' = 20160$. III. Bd., pag. 212.

sein. Ist dieses nicht der Fall, so ist es ein Zeichen, dass die Winkel x und y falsch gewählt waren; dann wird die Richtung der Apsiden und damit x und y so lange variiert, bis dieser Bedingung genügt wird. Mit den resultierenden Werten von x und y, sie seien x_1, y_1, wird die Lage des Punktes B bestimmt. Hiezu hat man zunächst:

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(m_{24} - m_{42}) = \frac{r_4 - r_2}{r_4 + r_2} \cot \tfrac{1}{2} \lambda_{24}\,; \quad \tfrac{1}{2}(m_{24} + m_{42}) = 90^0 - \tfrac{1}{2} \lambda_{24}\,;$$

$$d^2 = r_2^2 + r_4^2 - 2\, r_2\, r_4 \cos \lambda_{24}$$

und wenn der Winkel $B M_2 M_4 = B M_4 M_2$ mit w bezeichnet wird:

$$w = (m_{32} + m_{34}) - 90^0\,; \quad a = \tfrac{1}{2}\, d \sec w$$

und aus dem Dreiecke $M_2 A B$: *)

$$e_0 \sin (\lambda_{12} + y) = a \sin (w + m_{24})$$
$$e_0 \cos (\lambda_{12} + y) = r_2 - a \cos (w + m_{24}).$$

Ist der resultierende Wert von $y = y_2$ identisch mit dem Ausgangswerte y_1, so fällt der Punkt B in die Richtung $A C$, und dann ist e_0 die Excentricität des Bahnmittelpunktes. Ist y_2 nicht gleich y_1, so wird man mit einer neuen Hypothese für x und y die ganze Rechnung wiederholen müssen.

Kepler führt die folgenden 12 Oppositionen an: **)

	l	β	Mittlere Länge	Mittlere Anomalie
1580 November 18 1^h 31^m	6° 28′ 35″ ♊	+1° 40′	1^s 25° 49′ 31″	267°2
1582 December 28 3 58	16 55 30 ♋	+4 6	3 9 24 55	310·7
1585 Januar 30 19 14	21 36 10 ♌	+4 32⅓	4 20 8 19	351·3
1587 März 6 7 23	25 43 0 ♍	+3 41	6 0 47 40	32·0
1589 April 14 6 23	4 23 0 ♏	+1 12¾	7 14 18 26	75·5
1591 Juni 8 7 43	26 43 0 ♐	−4 0	9 5 43 55	126·9
1593 August 25 17 27	12 16 0 ♓	−6 2	11 9 55 4	191·1
1595 October 31 0 39	17 31 40 ♉	+0 8	1 7 14 9	248·3
1597 December 13 15 44	2 28 0 ♋	+3 33	2 23 11 56	294·3
1600 Januar 18 14 2	8 38 0 ♌	+4 30⅚	4 4 35 50	335·6
1602 Februar 20 14 13	12 27 0 ♍	+4 10	5 14 59 37	16·0
1604 März 28 16 23	18 37 10 ♎	+2 26	6 27 0 12	57·9

*) Wenn $\lambda_{24} > 180^0$ ist, so werden m_{24}, m_{42} negativ; wenn $m_{32} + m_{34} < 90^0$ ist, so wird w ebenfalls negativ; die Formeln gelten daher für jede beliebige Lage der vier Punkte M_i.

**) III. Bd., pag. 241.

Von diesen verwendet er die vierte, sechste, siebente und achte, alle Längen mit der jährlichen Praecession 51″ auf die Opposition von 1587 reduciert. Kepler beginnt die Rechnung mit $\Pi = 28^0\,44'\,0''\,\Omega$ und mit den in der Tafel angeführten, um 3′ 16″ vermehrten (ebenfalls auf 1587 reducierten) mittleren Längen; damit ist x und y festgelegt; es ist $x = 32^0\,6'\,56''$; $y = 26^0\,59'\,0''$. Hiemit wird $\Sigma m = 179^0\,30'\,45''$; nun wird der Ort des Aphels um + 3′ 20″ geändert, und es wird $\Sigma m = 180^0\,1'\,48''$, daher ist das Aphel noch um — 12″ zu ändern. Mit dem corrigierten Werte von Π wird nun aber $y_2 - y_1 = 30'\,38''$. Zahlreiche Wiederholungen der Rechnungen führen ihn nun zu dem Resultate, dass*)

$$\Pi = 28^0\,48'\,55''\,\Omega;$$

$$e_0 = 0{\cdot}11332, \quad e_0' = 0{\cdot}07232, \quad e = 0{\cdot}18564 \text{ für } a = 1,$$

welches Resultat nicht nur die vier verwendeten Oppositionen, sondern alle 12 Oppositionen völlig ausreichend darstellt. Diese beobachteten Oppositionen, welche in die verschiedensten mittleren Anomalien fallen, geben die Abweichungen: 0′ 9″; 1′ 34″; 1′ 36″; 0′ 16″; 2′ 12″; 0′ 51″; 0′ 42″; 0′ 14″; 0′ 3″; 0′ 18″; 1′ 47″; 0′ 27″, woraus folgt, dass den beobachteten Längen in den Oppositionen, d. h. den heliocentrischen Längen, genügt wird. Kepler konnte daher zunächst die Richtung der Apsiden als vollständig sichergestellt betrachten. „Pronuncio igitur situs acronichios hoc calculo tam certos exhiberi, quam certae possunt esse observationes per sextantes Tychonicos quae ob grandiusculam corporis Martii diametrum, ob refractiones et parallaxes nondum certissime cognitas in nonnulla (certe 2′) ambiguitate versantur.“ **)

Nun überträgt Kepler die von Ptolemäus gefundenen Werte der auf den mittleren Sonnenort bezogenen Apsiden auf den wahren Ort und findet: Ort des Aphels $2^0\,3'\,\Omega$, $e_0' = 0{\cdot}18353$, somit eine siderische Bewegung des Aphels um + 13″ jährlich (mit der 51″ betragenden Praecession gleich 64″ tropisch). Da ferner Ptolemäus die Knotenlänge $29^0\,\mathfrak{S}$ findet, Kepler aber gleich $16^0\,20'\,\Omega$, so folgt eine siderische Bewegung des Knotens gleich + 10″6 (mit der Praecession 61″6). Während die siderische Bewegung der Apsidenlinie schon bei Copernicus auftritt, constatierte Kepler zum erstenmale auch eine siderische Bewegung der Knotenlinie.

Zur Berechnung eines Marsortes wird nun nach Kepler:

Ort des Aphels $\Pi = \Pi_0 + \pi t$ $\qquad \sin x = \frac{e_0'}{a} \sin M$

*) III. Bd., pag. 249.

**) III. Bd., pag. 254. Doch darf an dieser Stelle nicht unerwähnt bleiben, dass die Abweichungen der ersten zehn Oppositionen im selben Sinne (die berechneten Längen grösser als die beobachteten) sind; nur für die letzten beiden Oppositionen von 1602 und 1604 ist das Zeichen der Fehler das entgegengesetzte (die berechneten Längen kleiner als die beobachteten).

mittlere Länge $L = L_0 + \mu t$ $\qquad M_1 = M - x$

mittlere Anomalie $M = L - \Pi$ $\qquad \operatorname{tg} \frac{1}{2} z = \frac{a - e_0}{a + e_0} \operatorname{tg} \frac{1}{2} M_1$

wahre Länge $l = \Pi + \frac{1}{2}(M_1 + z)$

Haec hypothesis, observationibus ἀκρονυχίοις tam prope consentiens, falsa tamen est, sive observationes ad medium Solis locum, sive ad apparentem examinentur.*)

Der erste Grund, warum die Hypothese falsch ist, ist der, dass die notwendige Bisection der Excentricität nicht stattfindet, welche sich noch bei Ptolemäus findet, welche aber, um den Beobachtungen besser zu genügen, bei Copernicus und Tycho fallen gelassen wurde, und welche auch Kepler aus der Auflösung der vier Oppositionen nicht bestätigt fand. Leitet man die Excentricität aus der grössten und kleinsten Entfernung ab, so folgt thatsächlich ein anderer Wert, der der Bisection besser entspricht. Diese grösste und kleinste Entfernung bestimmt Kepler aus zwei Oppositionen (1585 und 1593) in der Nähe der Apsidenrichtungen nach der ersten Methode (s. pag. 162) und findet für die grösste Entfernung 1·6300, für die kleinste Entfernung 1·3930, die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne gleich 1 gesetzt, und daraus die mittlere Entfernung des Mars $a = 1{\cdot}511$ und die Excentricität 0·1207, daher für $a = 1$ die Excentricität $e_0 = 0{\cdot}0800$, welcher Wert mit $e_0' = 0{\cdot}072$ der Bisection ziemlich nahe kommt, dafür aber für die ganze Excentricität den unrichtigen Wert 0·152 ergeben würde. Jedenfalls ist die nach der erwähnten Methode zu erwartende Genauigkeit in den Distanzen keine so grosse, dass diesem Resultate irgendeine Beweiskraft, überhaupt mehr als ein indicatorischer Wert beizumessen wäre. Es muss jedoch hier noch auf einen Umstand aufmerksam gemacht werden, der von nicht zu unterschätzender Bedeutung ist. Noch kurz vorher hatte Tycho in der Mondtheorie zur Erklärung der anomalen Erscheinungen in den Breiten eine veränderliche Neigung angenommen. Hätte Kepler die aus seinen physikalischen Gesetzen gefolgerte Notwendigkeit der Bisection der Excentricität nicht festgehalten, so hätte er ganz wol die Abweichung der beiden Resultate durch eine veränderliche Neigung erklären können; implicite enthalten daher die hier von Kepler gezogenen Schlüsse die Annahme, dass die Neigung der Bahnebene gegen die Ekliptik als constant anzusehen ist.

Es war nun zu untersuchen, ob unter der Annahme der Bisection der Excentricität die Oppositionen nicht ebensogut dargestellt werden und die Differenz in e_0, e_0' nicht etwa der Unsicherheit der Rechnung

*) III. Bd., pag. 255.

zuzuschreiben ist. Aus der ganzen Excentricität 0·18564 folgt für $e_0 = e_0' = 0{\cdot}09282$. Kepler rechnete hiemit wieder die 12 Oppositionen und findet den grössten Fehler in der Opposition von 1582, u. zw. gleich 9′ von der Beobachtung und $7\frac{2}{3}'$ von der früheren Hypothese. Atque ex hac tam parva differentia octo minutorum patet causa, cur Ptolemaeus, cum bisectione opus habuerit, acquieverit puncto aequatorio stabili. Während aber bei Ptolemäus ein Fehler von 8′ als zulässig erscheint, ist dies für die Tychonischen Beobachtungen nicht mehr anzunehmen: Nunc quia contemni non potuerunt sola igitur haec 8′ viam praeiverunt ad totam astronomiam reformandam. *)

Zuvor war noch zwei Einwürfen zu begegnen; erstens, ob die aus den erhaltenen Entfernungen indicierte Bisection auch bei einer sichereren Distanzbestimmung bestätigt würde, und zweitens, ob nicht die resultierenden Fehler, welche unter der Annahme der Bisection in den Oppositionen bleiben und bis zu 9′ ansteigen, etwa davon herrührten, dass die Beobachtungen auf den wahren, statt auf den mittleren Sonnenort bezogen wurden.**)

Ad 1 bestimmt Kepler nun die Distanzen nach der zweiten Methode (pag. 162) zu denjenigen Zeiten, in denen Mars in den Apsiden oder sehr nahe zu denselben ausserhalb der Oppositionen war und die geocentrische Länge beobachtet war. Aus der mittleren Länge und den gemachten Annahmen über e_0, e_0' wurden die heliocentrischen Längen berechnet; in der Nähe der Apsiden kann sich ja aus selbst sehr fehlerhaften Werten über die Excentricität ein merklicher Fehler in der Mittelpunktsgleichung nicht ergeben, da in den Apsiden selbst die Reduction vom mittleren auf den wahren Ort ganz verschwindet. Aus den so erhaltenen Werten für die heliocentrischen Distanzen folgte dann der Wert der Excentricität $e_0 = 0{\cdot}08377$; für die Annahme jedoch, dass die Tychonischen Werte der Erddistanzen unrichtig wären (im Perihel zu klein, im Aphel zu gross,***) substituiert Kepler die äussersten möglichen Werte, nämlich für das Perihel die grösstmögliche, für das Aphel die kleinstmögliche Distanz, nämlich die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne und erhält dann für e_0 einen beträchtlich grösseren Wert: 0·09943 aus den Beobachtungen in den Apsiden (1585 und 1593), 0·10106 in der Nähe der Apsiden — noch immer zu klein.

Um den zweiten Einwurf zu entkräften, scheut Kepler die Mühe nicht, nunmehr die ganze Rechnung unter der Annahme zu wiederholen,

---

*) III. Bd., pag. 258.

**) Ne quis existimet, hanc dissonantiam ideo evenire, quod observationes a medio ad apparentem Solis motum perperam transposuerimus (III. Bd., pag 261).

***) Hier treten bereits Zweifel in die Richtigkeit der angenommenen Erdbewegung auf.

dass alle Bewegungen auf den mittleren Ort bezogen werden; dann wird $e_0 = 0{\cdot}10312$, wieder zu klein.*)

Allein zur Darstellung der heliocentrischen Längen des Mars waren die bisher gefundenen Elemente der Bahn (pag. 168) ausreichend; nicht so, wenn es sich darum handelte, geocentrische Orte zu finden, da hiezu auch die Entfernungen nötig sind; es mussten also zunächst diese bestimmt werden, während inzwischen für die Bestimmung der Längen die gefundene Bahn als stellvertretende in Anwendung gebracht werden konnte. Ne mirere lector, quod jam tertia vice eccentricum locum Martis non praesuppono, ut ex hypothesi acronychiarum observationum supra inventa exstruitur. Nam dixi, hypothesin illam esse vicariam tantum, non naturalem.**)

Wieso kommt es nun, dass die „stellvertretende Hypothese" die heliocentrischen Längen richtig wiedergibt?

Bezeichnet man nunmehr mit e, e_0, e_1 ... die numerischen Excentricitäten, während, wenn nötig, die linearen Excentricitäten mit $ae = \varepsilon$, $ae_0 = \varepsilon_0$ ... bezeichnet werden sollen, so gelten für die stellvertretende Hypothese die Formeln (1 a) pag. 159, deren Entwickelung (vgl. Formeln (3) oder (3 a), in welch letzteren M_0 an Stelle von $M_1 - z$ zu setzen ist):

$$\begin{aligned} v_0 &= M_0 - (e_0 + e_0')\sin M_0 + \tfrac{1}{2}(e_0 + e_0')\,e_0 \sin 2M_0 \\ \rho_0 &= a + \tfrac{1}{4}a(e_0^2 + 2e_0e_0') + ae_0\cos M_0 - \tfrac{1}{4}a(e_0^2 + 2e_0e_0')\cos 2M_0 \end{aligned} \quad (1)$$

gibt, während in der Theorie der elliptischen Bewegung die Beziehungen bestehen:

$$\begin{aligned} v &= M_0 - 2e\sin M_0 + \tfrac{5}{4}e^2 \sin 2M_0 \\ \rho &= a\left[1 + \tfrac{1}{2}e^2 + e\cos M_0 - \tfrac{1}{2}e^2\cos 2M_0\right] \end{aligned} \quad (2)$$

und da für ganz beliebige Annahmen über e_0 und e_0' stets $e_0 + e_0' = 2e$ ist, so wird:

$$\begin{aligned} v &= v_0 + e(\tfrac{5}{4}e - e_0)\sin 2M_0 \\ \rho &= \rho_0 - \tfrac{1}{4}a(2e^2 - e_0'^2) + a(e - e_0)\cos M_0 + \tfrac{1}{4}a(2e^2 - e_0'^2)\cos 2M_0 \end{aligned} \quad (3)$$

woraus man ersieht, dass die heliocentrischen Längen nicht nur in der stellvertretenden Hypothese, sondern auch in jeder anderen — auch für die Bisection — recht gut dargestellt werden können, weil die auftretenden Fehler von der zweiten Ordnung der Excentricitäten werden. Im Radiusvector jedoch sind sie von der ersten Ordnung und werden nur von der zweiten Ordnung für $e_0 = e$, d. h. für den Fall der Bisection.

---

*) Hätte er noch die Annahme gemacht, alle Bewegungen auf den mittleren Ort zu beziehen, und dabei statt der jeweiligen Distanz der Erde von der Sonne die mittlere zu setzen, so wäre allerdings e_0 noch grösser, nahe richtig geworden. Diese Annahme deckt sich aber eben mit den vor Kepler festgehaltenen.

**) III. Bd., pag. 288.

Die grössten Fehler in den Radienvectoren werden in der stellvertretenden Hypothese 0·0248, für die Annahme der Bisection 0·0043; da ferner in der stellvertretenden Hypothese $\frac{5}{4}e - e_0 = 0{\cdot}00271$, bei der Annahme der Bisection jedoch $\frac{5}{4}e - e_0 = \frac{1}{4}e = 0{\cdot}0232$ ist, so werden auch die Fehler zweiter Ordnung in Länge für die stellvertretende Hypothese nur den achten Theil derjenigen für die Annahme der Bisection.

III.

Als Kepler zur Überzeugung gekommen war, dass es von der grössten Wichtigkeit wäre, die Distanzen des Mars aus den Beobachtungen selbst zu bestimmen, war es natürlich seine erste Aufgabe, diejenigen Grössen, welche für dieselben bestimmend waren, genügend sicherzustellen, d. h. die Erdbahn selbst genauer zu untersuchen. Da war es denn zunächst ein Umstand, welcher Keplers Aufmerksamkeit erregte: Für die Erdbahn hatte man stets den Mittelpunkt des Deferenten mit dem punctum aequans identificiert. Die intinuitive Erkenntnis der Unrichtigkeit dieser Annahme (dictabat mihi genius) aus Beobachtungen zu verificieren, war Keplers nächste Aufgabe. Um dieses zu entscheiden, nimmt er an, es sei Mars zweimal in demselben Punkte F (Fig. 19) seiner Bahn beobachtet, wenn er 90° vom Aphel der Erdbahn absteht. Die Erde sei zu diesen beiden Zeiten im Aphel und Perihel selbst, d. i. in D_0 und E_0 (oder um gleiche Zwischenzeiten davon abstehend, in D und E). Ist nun C der Mittelpunkt des Deferenten und der gleichmässigen Bewegung, so wird $CD_0 = CD = CE = CE_0$ und $D_0CD = E_0CE$, und wenn $E_0CF = FCD_0$ ist, so wird sich notwendig $E_0F = D_0F$ und ebenso $EF = DF$ ergeben müssen.

Dazu war es aber notwendig, gewisse Beobachtungen des Mars zu finden, nämlich zunächst für die Annahme, dass die Erde in den Apsiden selbst, Mars in Quadratur an denjenigen Tagen, an denen die Sonne im Perihel, bez. Aphel stand.

Zu einem ganzen Umlaufe bedarf Mars 687^d; die Erde vollführt zwei Umläufe in $730\frac{1}{2}$ Tagen; die Differenz ist $43\frac{1}{2}$ Tage, während welcher die mittlere Bewegung der Erde 42° 54′4 ist. Um diesen Betrag ändert sich der Commutationswinkel des Mars nach jedem seiner Umläufe. Wenn also nach zwei Jahren derselbe Commutationswinkel sein sollte, so müsste er jedesmal 21° 27′2 (ECF und DCF, einmal rechts, einmal links) sein; nach vier Jahren 42° 54′4; nach sechs Jahren 64° 21′6; nach acht Jahren 85° 48′8. Soll also der Commutationswinkel nahe 90° werden, so müssten Beobachtungen des Mars in der Nähe der Quadratur in einem Zwischenraume von acht Jahren (Anfang Jänner und Juni) beobachtet werden. Solche Beobachtungen fanden sich nicht.

Es fand sich aber eine Zwischenzeit von sechs Jahren mit gleicher Commutation, aber keine Beobachtungen von Tycho, sondern Beobachtungen von Maginus, und in der Nähe gelegene von Tycho, nach denen die ersteren corrigiert werden konnten. Die Tychonischen Beobachtungen waren 1585 Mai 18, und 1591 Jänner 22; die von Maginus: 1585 Mai 30, und 1591 Jänner 20. Aus den letzteren, für welche $DCD_0 = ECE_0$ ist, folgte aber $DFC = \alpha = 36^0\,51'$; $EFC = \beta = 38^0\,5\frac{1}{2}'$,*) woraus sofort folgt, dass CD nicht gleich CE, d. h. C nicht der Mittelpunkt des Deferenten ist. Der Commutationswinkel war in beiden Fällen $\gamma = 64^0\,23'\,30''$. Daraus folgt nun

$$\frac{DC}{FC} = \frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha+\gamma)} = 0{\cdot}61148\,; \quad \frac{EC}{FC} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\gamma)} = 0{\cdot}63186,$$

womit die Lage des Punktes B bestimmt werden kann. Man hat, wenn man von B und C die Perpendikel Bb und Cc auf ED fällt, und den Winkel EDC mit x bezeichnet:

$$ED\cos x = DC - CE\cos 2\gamma \qquad Db = \tfrac{1}{2}ED$$
$$ED\sin x = CE\sin 2\gamma \qquad Dc = DC\cos x.$$

Die Neigung von ED gegen D_0E_0 ist nun $x - (90^0 - \gamma)$, daher erhält man

$$BC = bc\sec[x - (90^0 - \gamma)] = [\tfrac{1}{2}ED - DC\cos x]\operatorname{cosec}(x+\gamma).$$

Kepler fand $BC = 0{\cdot}01837$ für den Halbmesser der Erdbahn $= 1$, während nach Tycho $AC = 3584$, also $\frac{1}{2}AC = 1792$ ist; hienach würde die Bisection bestätigt.

Kepler selbst scheint jedoch diesem Resultate nicht allzuviel Vertrauen beigemessen zu haben; in der That ist es aus einer einzigen Doppelbeobachtung abgeleitet, welche überdies durchaus nicht Anspruch auf grosse Sicherheit erheben konnte. Andere Beobachtungen dieser Art fand er aber nicht; er zog es daher vor, einen anderen Weg einzuschlagen.

Sei der Planet zu drei verschiedenen Zeiten, während welcher sich die Erde in E_1, E_2, E_3 (Fig. 20) befindet, in demselben Punkte seiner Bahn; die Abstände E_1E_2, E_2E_3 sind dann vom Mittelpunkte der gleichmässigen Bewegung aus gesehen, gleich, weil sie einem ganzen Umlaufe des Planeten in seiner Bahn entsprechen. Sei der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung A, der Mittelpunkt des Deferenten B, der Ort der wahren Sonne C, so wird $E_1AE_2 = E_2AE_3 = \alpha$ sein; angenommen, es sei die Richtung AC und das Verhältnis $AC : EB$ bekannt, so kann man aus den beobachteten geocentrischen Längen λ_1, λ_2, λ_3 des Planeten von den Erdorten E_1, E_2, E_3 aus die Längen der Radienvectoren der Erde bestimmen.

*) Beobachtete geocentrische Länge — mittlere heliocentrische Länge des Planeten.

Sei $\curlywedge A C = \pi$; $A C = \varepsilon$; $A B = \varepsilon_1$; $B C = \varepsilon_2$, ferner $\curlywedge A E_i = \odot_i$; $\curlywedge C P = l$, $\curlywedge A P = l'$; $A P C = y$, so ist aus dem Dreiecke $A C P$:*)

$$\sin y = \frac{\varepsilon}{r'} \sin (\pi - l)$$

$$l' = l + y$$

$$r = r' \frac{\sin (\pi - l')}{\sin (\pi - l)}.$$

Weiters wird aus dem Dreiecke $A E_i P$:

$$a_i = \frac{R_i}{r'} = \frac{\sin (l' - \lambda_i)}{\sin (\odot_i - \lambda_i)}$$

Würde sich $a_1 = a_2 = a_3$ ergeben, so fiele der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung mit dem Bahnmittelpunkte zusammen. Dies ist nun aber nicht der Fall, und es erübrigt, aus den Werten von a_1, a_2, a_3 die Lage von B gegenüber C zu bestimmen. Die Beobachtungen wählt nun Kepler so, dass eine derselben den 12 beobachteten Oppositionen angehört, für welche mittlere und wahre Länge des Mars bekannt sind. Er wählt jedoch noch eine vierte Beobachtung E_4, und berechnet aus den Orten $E_1 E_2 E_3$, $E_1 E_3 E_4$ die Winkel $E_2 E_1 E_3 = z$ und $E_3 E_1 E_4 = z'$, welche, da sie den in gleichen Zeiten zurückgelegten Bögen $E_2 E_3$ und $E_3 E_4$ entsprechen, gleich sein müssen. Ist dies nicht der Fall, so wird die Länge des Mars corrigiert;**) geringfügige Correctionen von 1′ bis 2′ sind hinreichend, und zulässig, da die beobachteten Oppositionen um diese geringen Beträge fehlerhaft sein können; ist dann $z = z'$, so erhält man, wenn man die mittleren Längen verwendete, die Distanzen vom Mittelpunkte der gleichmässigen Bewegung A und die Excentricität $A B$; wenn man aber die wahren Längen anwendete, so erhält man heliocentrische Distanzen $(C E)$ und die Excentricität $C B$.

Kepler verwendet zunächst Beobachtungen von 1590 März 5, 1592 Jänner 21, 1593 December 8, 1595 October 26; es muss jedoch erwähnt werden, dass selbstverständlich die beobachteten Längen nicht gerade zu genau denselben Punkten der Marsbahn gehören, sondern aus Beobachtungen in der Nähe interpolirt werden, für Zeiten, welche vollen Umläufen des Mars entsprechen. Eine zweite Serie von Beobachtungen ist 1585 Mai 7 und 12; 1587 März 27 und April 1; 1589 Februar 12; 1590 December 28 und 1591 Jänner 5, aus denen die von der Einzelbeob-

*) Die Reduction y und der Übergang auf die Distanz r braucht nicht einmal bekannt zu sein; geht man von der Länge l' und der Distanz $r' = 1$ aus, so hat man auch die mittlere Bewegung der Sonne für einen Marsumlauf zu verwenden. Geht man von l und $r = 1$ aus, so hat man die wahren Bewegungen der Sonne zu verwenden.

**) Es ist jedoch nicht richtig, dass $z = z'$ sein müsse; denn es sind nicht die Bögen $E_2 E_3$ und $E_3 E_4$, sondern die Winkel $E_2 A E_3$, $E_3 A E_4$ gleich.

achtung 1589 Februar 12 um 687^d abstehenden Beobachtungen: 1585 Mai 10; 1587 December 28; 1589 Februar 12; 1590 December 31 abgeleitet werden. Endlich erhält Kepler in derselben Weise eine dritte Serie, 1583 April 23; 1585 März 10; 1587 Juni 26; 1588 December 13; 1590 October 31.

Zur Bestimmung der Lage von B hat man nun, wenn $E_1 E_2 = m$, $E_2 E_3 = n$, $E_1 E_3 = p$ gesetzt wird, und die Winkel $E_2 E_1 A = y$, $E_2 E_3 A = y'$, $E_1 E_2 E_3 = x$, $E_2 E_1 E_3 = z$; $B E_1 A = w$ gesetzt werden:

$$E_1 B E_3 = 360^0 - 2x; \quad E_3 E_1 B = x - 90^0;$$

man hat daher:

$$m \sin y = R_2 \sin \alpha \qquad n \sin y' = R_2 \sin \alpha$$
$$m \cos y = R_1 - R_2 \cos \alpha \qquad n \cos y' = R_3 - R_2 \cos \alpha$$
$$x = 360^0 - (y + y' + 2\alpha)$$
$$p \sin z = n \sin x \qquad R = \tfrac{1}{2} p \operatorname{cosec} x$$
$$p \cos z = m - n \cos x \qquad w = y - z - (x - 90^0) = 90^0 + y - z - x$$
$$\varepsilon_1 \sin (\odot_1 - \Pi) = R \sin w$$
$$\varepsilon_1 \cos (\odot_1 - \Pi) = R_1 - R \cos w.$$

Kepler erhält aus der ersten Serie: $a_1' = 66774$; $a_2' = 67467$; $a_3' = 67794$; $a_4' = 67478$, bezogen auf den mittleren Sonnenort, und hieraus $\frac{R}{r'} = 66923$; $\frac{\varepsilon_1}{r'} = 1023$; daher für $R = 1 : e_1 = 0{\cdot}01530$, $r' = 1{\cdot}494$, $\Pi = 15^0\, 8'.5$ ♊, also einen Fehler von 20^0.

Bezogen auf den wahren Sonnenort erhält er mit der Annahme $l = 14^0\, 15'\, 4''$ ♉ (für 1590 März 4, nach jedem Umlauf um $1'\, 36''$ wegen Praecession grösser) $a_1 = 67467$; $a_2 = 66632$; $a_3 = 66429$; $a_4 = 67220$, und dann aus dem ersten, dritten und vierten Ort die Excentricität $0{\cdot}02516$; und $\Pi = 15^0\, 34'.3$ ♑; der vierte Ort in dieser Serie ist aber sehr unsicher wegen der schiefen Schnitte; ändert man die geocentrische Länge nur um $2'$, so wird $a_4 = 67030$, $e_2 = 0{\cdot}02100$ und $\Pi = 10^0\, 36'$ ♑. Eine blosse Näherungsrechnung, in welcher CE_3 als nahe in die Richtung des Perihels fallend, als Minimaldistanz, AE als senkrecht dazu, als mittlere Distanz angesehen wurde, ergab $\varepsilon_2 : r' = a_1 - a_3 = 1038$, somit $e_2 = 0{\cdot}01539$. Ändert man nun die heliocentrische Länge des Mars um $1'$, so dass sie $14^0\, 16'\, 4''$ ♉ wird, so werden die Distanzen $a_1 = 67522$; $a_2 = 66660$; $a_3 = 66251$; $a_4 = 66963$ und hiemit $e_2 = 0{\cdot}01880$, $\Pi = 7^0\, 23'$ ♑; eine ganz geringfügige Änderung in der Länge könnte daher den Fehler von Π ganz wegschaffen, während sich $e_2 = 0{\cdot}01880$ und $r_1 = 1{\cdot}47700$ ergibt.

Aus der zweiten Serie erhält Kepler $e_2 = 0{\cdot}01653$, $\Pi = 10^0\, 19'$ ♑, $r_2 = 1{\cdot}62818$; $l = 5^0\, 20'\, 2''$ ♎ für 1585 Mai 10.

Aus den fünf Beobachtungen der dritten Serie wird mit $\Pi = 5\frac{1}{2}^0$ ♋ und $e_2 = 0{\cdot}01800$, r und l direct gerechnet. Aus der zweiten und dritten Beobachtung folgt $r_3 = 1{\cdot}66208$, $l = 8^0\,14'\,32''$ ♍ für 1585 März 10; aus der ersten und vierten $r_3 = 1{\cdot}66179$, $l = 8^0\,13'\,8''$ ♍ (reduciert auf dasselbe Datum); und mit der Entfernung 1·66208 ergibt sich endlich für die fünfte Beobachtung $l = 8^0\,15'\,4''$ (ebenfalls für 1585).*)

Hiemit war die Untersuchung der Erdbewegung abgeschlossen, und Kepler konnte Tafeln für dieselbe anlegen. Für diese theilt er die Mittelpunktsgleichung in zwei Theile, eine physische, welche davon herrührt, dass die Erde sich im Deferenten ungleichmässig bewegt, so dass die Bewegung vom punctum aequans aus gleichmässig zu erfolgen scheint (AEB in Fig. 20); diesen Theil verbindet er mit der mittleren Anomalie (anomalia media ΠAE), ihr Maximalbetrag ist $1^0\,1'\,53''$. Der zweite Theil, die optische Gleichung, rührt von der Excentricität des Deferenten her (CEB in Fig. 20), welche er mit der wahren Anomalie (anomalia coaequata ΠCE) verbindet. Die grösste Mittelpunktsgleichung überhaupt ist $2^0\,3'\,46''$; die grösste Entfernung von der Sonne 1·01800, die kleinste 0·98200. Es ist nach dieser Tafel z. B. mittlere Anomalie $45^0\,43'\,45''$, Entfernung 1·01265; wahre Anomalie $44^0\,16'\,15''$.

An diesem Punkte angelangt, setzt Kepler seine physikalischen Untersuchungen über die die Bewegungen verursachende Kraft fort. Er findet zunächst, dass der Sitz der Kraft nicht in dem Planeten, nicht in einem im Mittelpunkte der Welt, aber von keinem Körper eingenommenen Punkte sein könne, sondern in der Sonne ist.

Im 33. Capitel, welches diesen Untersuchungen gewidmet ist, sagt er: Et siquidem usitatissimum axioma per universam philosophiam naturalem: eorum quae simul et eodem modo fiunt et easdem ubique dimensiones accipiunt, alterum alterius causam aut utrumque ejusdem causae effectum esse ... Quare, vel debilitatio ista erit causa discessionis sideris a centro mundi, vel discessio debilitationis, vel utriusque erit aliqua causa communis ... Porro, neque est naturae consentaneum fortitudinem vel debilitatem in motu longitudinis esse causam distantiae a centro. Distantia enim a centro prior est cogitatione et natura quam motus in longum ... Corpus vero planetae se ipso neque gravius discessu, neque levius appropinquando efficitur**) ... Relinquitur igitur ut causa hujus debilitationis et intensionis resideat in termino altero, scilicet in ipso suscepto mundi centro a quo distantiae computantur ... Quod-

*) $8^0\,11'\,31''$ ♍ für 1583 April 23 und $8^0\,19'\,52''$ für 1590 October 31.

**) Von der Voraussetzung ausgehend, dass schwerere Körper sich langsamer bewegen als leichtere.

nam autem corpus in centro sit, nullumne,*) ut apud Copernicum quando computat, et apud Tychonem ex parte; an Terra, ut apud Ptolemaeum et Tychonem ex parte; an denique Sol ipse, quod mihi, quod et Copernico, dum speculatur, placet: id parte prima**) rationibus physicis coepi discutere . . . Ex hoc principio argumentatus sum probabiliter, Solem potius in illo puncto et centro mundi esse, vel Ptolemaeo Terram, quam aliud aliquod punctum corpore vacuum. . . . Ego in Copernico acquiesco, et Tellurem unam ex planetis esse patior. Ac etsi de Luna idem potest objici Copernico, quod de quinque Planetis ego objeci Tychoni, quod scilicet absurdum videatur, Lunam a Tellure moveri . . .: malo tamen unam Lunam, Telluri cognatam, dispositione corporis movendam permittere virtuti in Terra sedenti, extensae vero versus Solem, quam eidem Terrae etiam Solis eique copulatorum omnium planetarum motus transscribere.***)

Für den Mond selbst geht die bewegende Kraft sowol von der Erde als von der Sonne aus; hier ist nun allerdings eine Schwierigkeit; in der Conjunction und Opposition ist die Bewegung schneller, während sich ja in der Conjunction die Bewegungsimpulse (im Sinne der Bewegungen aller Himmelskörper) subtrahieren, während in der Opposition die Kraft der Sonne am kleinsten ist; diese Schwierigkeit kann aber Kepler nicht lösen; er meint, dass die Ursache der Beschleunigung in den Syzigien originaliter per ipsam illam lineam ex Sole in Terram est derivata.†)

Was die Grösse der Kraft anbetrifft, so nimmt sie mit der Entfernung ab, weil sie sich zerstreut; quanto sparsior virtus, tanto imbecillior: et contra, quanto collectior, tanto fortior . . . . Ergo undiquaque conspirant omnibus attributis lux et virtus motrix ex Sole.††) Eine Verschiedenheit zwischen dem Lichte und dieser Kraft besteht jedoch darin, dass das Licht an der Ausbreitung durch zwischengestellte Körper verhindert wird, jene Kraft nicht; dies liegt aber in der species immateriata

*) Mit Rücksicht auf die Berechnungen vom mittleren Sonnenorte.

**) Im ersten Theile, wo er die Beweise für das Copernicanische System gibt. Auf formale Gründe geht er hier nicht ein; diese erledigt er mit wenigen Worten in der Einleitung: „Ad placita vero Sanctorum de his naturalibus uno verbo respondeo: in theologia quidem auctoritatum, in philosophia vero rationum esse momenta ponderanda. Sanctus igitur Lactantius, qui Terram negavit esse rotundam: sanctus Augustinus, qui rotunditate concessa negavit tamen antipodas; sanctum Officium hodiernorum, qui exilitate Terrae concessa negant tamen ejus motum. At magis mihi sancta veritas, qui Terram et rotundam, et antipodibus circumhabitatam et contemtissimae parvitatis esse, et denique per sidera ferri, salvo doctorum ecclesiae respectu, ex philosophia demonstro“ (III. Bd., pag. 156).

***) III. Bd., pag. 302.

†) III. Bd., pag. 313.

††) III. Bd., pag. 302.

hujus virtutis selbst. Nichtsdestoweniger ist es nicht ausgeschlossen, dass die Conjunctionen oder Oppositionen (mit gleicher Breite) von Wirkungen begleitet sind, welche den Schatten analog sind und Verzögerungen der Bewegungen herbeiführen.*) Zwar ist durch die verschiedenen Neigungen und Richtungen der Knoten der Bahnen der Wiederkehr von dergleichen Schattenwirkungen vorgebeugt, doch glaubt Kepler, dass vielleicht hierin die Ursache für die kleinen Bewegungen der Knoten und Aphelien gesucht werden könnte. Dem entgegnet er nun, dass Licht und bewegende Kraft verschieden sind, dass aber weiters auch die Kraft des Magnetes beispielsweise Gold, Silber, Glas, Kupfer durchdringt; wenn aber andererseits die Kraft des Magnetes durch Eisenplatten geändert wird, so liegt dies eben in der Eigentümlichkeit der Magnete, von denen ja die bewegende Kraft auch als verschieden anzusehen ist.**)

Nichtsdestoweniger spricht Kepler im 34. Capitel den Satz aus: Solem itaque similiter corpus esse magneticum. Ist ja die Erde nach Gilbert auch ein Magnet, meint Kepler, die Wirkungen der Sonne sind nicht unähnlich, warum soll es also die Sonne nicht sein?

Die nächste Folge nun wäre, dass die Bewegung, d. i. die Geschwindigkeit, umgekehrt proportional der Entfernung wäre. Diese Voraussetzung macht Kepler auch für die Bewegung eines Planeten in seiner Bahn. Sie ist aber nicht ausreichend für die Bewegungen verschiedener Planeten, denn sonst müssten sich die Umlaufszeiten wie die Quadrate der Entfernungen verhalten; denn sind r_1, r_2 die mittleren Entfernungen, so wäre das Verhältnis der Geschwindigkeiten $v_1 : v_2 = r_2 : r_1$; mit diesen Geschwindigkeiten werden aber ungleiche Wege zurückgelegt; die Umlaufszeit der beiden Planeten sind ja $T_1 = \frac{2\pi r_1}{v_1}$, $T_2 = \frac{2\pi r_2}{v_2}$; oder da man $v_1 = \frac{C}{r_1}$, $v_2 = \frac{C}{r_2}$ setzen kann: $T_1 : T_2 = r_1^2 : r_2^2$. Da aber dieses Verhältnis nicht der Wahrheit entspricht, so muss es noch eine andere Ursache geben, und diese sucht Kepler in einer Kraft, die den Planeten innewohnt. Hieraus resultieren für Kepler sechs Axiome der Bewegung***): Primum, quod planetae corpus natura inclinatum sit ad quietem in omni loco, in quo solitarium ponitur. Secundo, quod ea virtute, quae ex Sole, de loco in locum secundum longitudinem zodiaci transponatur. Tertio, si non mutaretur

*) III. Bd., pag. 308. Auf die astrologischen Wirkungen der Conjunctionen und Oppositionen ist hier nicht hingewiesen, doch mag diese Theorie bei Keplers astrologischen Anschauungen nicht ohne Einfluss gewesen sein.

**) III. Bd., pag. 308.

***) III. Bd., pag. 315.

distantia planetae a Sole, futurum ex hac transpositione iter circulare.*) Quarto, ejusdem planetae in duabus per vices distantiis a Sole toto ambitu permanentis, tempora periodica futura in dupla proportione distantiarum sive circulorum amplitudinis. Quinto, virtutem nudam et solitariam in ipso planetae corpore residentem non esse sufficientem transportando de loco in locum suo corpori; Sexto, et tamen accessus planetae ad Solem et ab eo recessus oriri ex virtute, quae est propria planetae.

Es war zunächst die Beziehung zwischen den Entfernungen und Geschwindigkeiten, welche Kepler für die Fortführung seiner Untersuchungen praktisch verwertete. Von der Voraussetzung ausgehend, dass die Geschwindigkeiten der Erde in ihrer Bahn (im excentrischen Kreise) umgekehrt proportional sind ihren Entfernungen von der Sonne — sie umfasst zwei Annahmen: die kreisförmige Bahn und das Gesetz der Geschwindigkeiten — gelangt Kepler nun zu dem Gesetze, welches nach seinem Gedankengange als das erste, in der physikalischen Reihenfolge als das zweite Kepler'sche Gesetz bezeichnet wird: sicut se habet EpF area ad dimidium temporis restitutorii, quod dicatur nobis 180°, sic EAe EAf areae ad morarum in Ee, Ef diuturnitatem**), d. h. die Fläche des Sectors EAp ist das Mass für die Zeit oder die mittlere Anomalie, welche zum Wege Ep im Kreise gehört.

Kepler sieht dieses Gesetz aber nur als Näherung an: Ut igitur repetam, quae jam sunt dicta, haec aequationum methodus compendiosissima quidem est, et naturalibus motuum causis hactenus explicatis innititur, sed et in theoria Solis vel Terrae scrupulosissime satisfacit observatis, sed tamen in duobus peccat: primo, quod ponit orbitam planetae esse perfectum circulum quod verum non esse infra demonstrabitur (posita elliptica orbita planetae nihil peccat haec methodus) secundo, quod plano utitur non exacte metiente distantias omnium punctorum a sole.

Um nach diesem Satze den Ort der Erde zu bestimmen, schlägt Kepler zwei Wege ein: 1. Er bestimmt die 179 verschiedenen heliocentrischen Entfernungen r_0, $r_1 = r_{359}$; $r_2 = r_{358} \ldots r_{180}$ für jeden Grad der Anomalie; dann ist $r = \Sigma r_i : 360$, die mittlere Entfernung, welcher die Bewegung von genau 1° entspricht, und die Bewegung in der Entfernung r_i ist dann $x_i = r : r_i$ ausgedrückt in Graden. Bestimmt man nun hienach $x_0, x_1, x_2 \ldots x_{180}$ und addiert die sämmtlichen, so muss ihre Summe gleich 180° sein, und die Werte $x_0 = EAe$ (Fig. 22), $x_0 + x_1 = EAf$; $x_0 + x_1 + x_2 = EAp \ldots$ bestimmen auf dem

*) Hier fehlt offenbar aequali celeritate; denn das oben ausgesprochene Axiom ist ja nur ein geometrischer, an sich klarer Satz.

**) III. Bd., pag. 321; die Bezeichnungen aus Fig. 22; dabei ist für die Erde die Bahn $Eefp \ldots$ noch als kreisförmig vorausgesetzt.

excentrischen Kreise diejenigen Punkte $e, f, p \ldots$ in welchen sich die Erde nach gleichen Zeitintervallen befindet. Hiemit werden dann die optischen Ungleichheiten BeA, $BfA \ldots$ erhalten. Hier ist also der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung D durch das Gesetz der Geschwindigkeiten ersetzt. 2. Die angewendete Summe umfasst nicht alle zwischenliegenden, sondern nur einzelne Werte der Radienvectoren. Es werden sich daher auch die Werte $x_0, x_1 \ldots$ sprungweise ändern. Um diese Ungenauigkeit zu beheben, ersetzt Kepler die Summe der sämmtlichen, bis zu einem gewissen Punkte p des Kreises genommenen Radienvectoren durch die von AE bis zum letzten Radiusvector Ap gemessene Fläche.*) Die Zeiten verhalten sich umgekehrt wie die Geschwindigkeiten, d. h., sie sind den Radienvectoren proportional; ist aber die Zeit zur Zurücklegung einer gewissen, sehr kleinen Strecke gemessen durch den Radiusvector, so ist die Zeit zur Zurücklegung einer beliebigen Strecke gemessen durch die Summe aller zugehörigen Radienvectoren, d. h. durch die zwischen den begrenzenden Radienvectoren liegende Fläche. Demnach verhalten sich die Zeiten t und T, welche die Erde braucht, um den Weg Ep, entsprechend dem Centriwinkel $EBp = E$, und den halben Umfang ENF zu durchlaufen wie die Flächen EpA und $EpNFA$, also:

$$\begin{aligned} t : T &= \text{area } (EBp + ABp) : \tfrac{1}{2}\pi a^2 \\ &= (\tfrac{1}{2} a^2 E \text{ arc } 1'' + \tfrac{1}{2} \varepsilon a \sin E) : \tfrac{1}{2}\pi a^2 \\ &= (E \text{ arc } 1'' + e \sin E) : \pi \end{aligned}$$

Da aber $\frac{\pi}{\text{arc } 1''} = \frac{\text{arc } 180^0}{\text{arc } 1''} = 180^0$, und $\frac{180^0}{T} = \mu$, gleich der mittleren täglichen siderischen Bewegung ist, so wird:**)

$$M = \mu t = E + \frac{e}{\text{arc } 1''} \sin E.$$

Für die Sonne hatte Kepler jedoch nicht unter Zugrundelegung dieses Gesetzes, sondern mit Beibehaltung des Mittelpunktes der gleichmässigen Bewegung D die Tafeln bereits angelegt. Den grössten Unterschied zwischen den beiden Annahmen findet Kepler 33″ u. zw. wenn EBp (ein der excentrischen Anomalie analoger Winkel) $45^0\,43'\,46''$ ist, wo die grösste Gleichung $3713'' \sin EBp = 44'\,19''$ wird, während er in der Tafel $43'\,46''$ ist. Mit Rücksicht auf diesen geringen Unterschied von nur $\frac{1}{2}'$ behält er für das weitere die bereits construierten Tafeln bei.

*) Hier ist die Summierung der Radienvectoren der erste, die Summierung durch die Fläche der zweite Schritt, durch welchen er zum Flächensatze gelangt.

**) Es ist nicht zu vergessen, dass hier die Winkel vom Aphel genommen sind; daher der Unterschied im Zeichen gegen die jetzt gebräuchliche Ausdrucksweise.

IV.

Mit dieser verbesserten Sonnentheorie schreitet Kepler nunmehr zur definitiven Bestimmung der Marsbahn. Gleichzeitig mit den Radienvectoren der Erde hatte ja Kepler aus drei verschiedenen Combinationen jedesmal eine heliocentrische Länge des Planeten und die zugehörige Entfernung desselben von der Sonne erhalten; die dort als solche bezeichneten Strecken sind jedoch curtierte Distanzen (Projectionen derselben auf die Ekliptik) und daher noch mit sec b zu multiplicieren; ebenso sind die Längen von der Ekliptik auf die Bahnebene zu reducieren, d. h. um die Reductionen auf die Ekliptik (— 50″ für die zweite, — 16″ für die dritte Beobachtung zu verbessern). Es ist dann:

Nach Capitel 26:	$l_1 = 14^0\,21'\;7''$ ♉	$r_1 = 1{\cdot}47750$	für	1595 Oct. 25
„ „ 28:	$l_2 = 8\;19\;4$ ♍	$r_2 = 1{\cdot}66255$	„	1590 Oct. 31
„ „ 27:	$l_3 = 5\;24\;30$ ♎	$r_3 = 1{\cdot}63100$	„	1590 Dec. 31.

Ist nun (Fig. 20) A der Ort der Sonne und sind jetzt E_1, E_2, E_3 die drei Marsorte, $E_1 A E_2 = l_2 - l_1$, $E_2 A E_3 = l_3 - l_2$, so können die pag. 175 befindlichen Formeln mutatis mutandis unmittelbar hiezu verwendet werden. Man hat:

$$m \sin y = r_2 \sin (l_2 - l_1) \qquad n \sin y' = r_2 \sin (l_3 - l_2)$$

$$m \cos y = r_1 - r_2 \cos (l_2 - l_1) \qquad n \cos y' = r_3 - r_2 \cos (l_3 - l_2)$$

$$x = 360^0 - (y + y' + l_3 - l_1)$$

$$p \sin z = n \sin x \qquad a = \tfrac{1}{2}\, p \operatorname{cosec} x$$

$$p \cos z = m - n \cos x \qquad w = 90^0 + y - z - x$$

$$\varepsilon \sin (l_1 - \Pi) = a \sin w$$

$$\varepsilon \cos (l_1 - \Pi) = r_1 - a \cos w.$$

Bezogen auf 1595 October 25 werden die drei Längen $l_1 = 44^0\,21'\,7''$; $l_2 = 158^0\,23'\,19''$; $l_3 = 185^0\,28'\,36''$ und damit erhielt Kepler $a = 1{\cdot}51740$, $\varepsilon = 0{\cdot}14822$ oder gleich $0{\cdot}09768$ für $a = 1$, und die Richtung der Apsiden in $27^0\,8'\,36''$ ♌.*) Er verwendete jedoch auch andere Distanzen, die er in derselben Weise aus den Beobachtungen abgeleitet hatte, die ihm jedoch immer andere Richtungen für die Apsiden gaben.**) Es ist ja an und für sich klar, dass die aus den Beobachtungen abgeleiteten Distanzen und wahren heliocentrischen Richtungen jedesmal Orte bestimmen, welche der wahren Bahn angehören; durch je drei Orte dieser Bahn gehen aber je nach der Wahl dieser Orte immer andere Kreise. Infolge dieses Umstandes, dessen Ursache Kepler natürlich vorerst nicht ergründen konnte, entschloss er sich, nunmehr aus den Beobachtungen direct die Entfernungen

*) Die Rechnung ergibt: $y = 35^0\,22'{\cdot}0$; $y' = 88^0\,44'{\cdot}1$; $x = 104^0\,46'{\cdot}4$; $z = 14^0\,49'{\cdot}5$; $w = 5^0\,46'{\cdot}4$, $\log a = 0{\cdot}17851$; $a = 1{\cdot}5084$; $\varepsilon = 0{\cdot}15350$; $e : a = 0{\cdot}10177$; $\Pi = 23^0\,3'{\cdot}9$ ♌.

**) Die numerischen Resultate werden nicht angeführt.

im Aphel und Perihel zu bestimmen und bediente sich zu diesem Zwecke wieder der bereits wiederholt benützten Methode, aus gegebenen Beobachtungen mit Hilfe der täglichen Bewegungen solche abzuleiten, welche genau demselben Punkte der Bahn entsprechen, d. h. für welche die Beobachtungszeiten um eine oder mehrere Umlaufszeiten abstehen. Aus den Beobachtungen 1585 Februar 17, 1586 December 27, 1587 Jänner 1, 1588 November 10, 1590 October 6, 1600 März 5/15 erhält er die folgenden:

1585 Febr. 17,	$10^h\ 0^m$	$\lambda = 15^0 12' 30''$ ☊	$\odot = 9^0 22' 37''$ ♓	$R_\odot =$	99170
1587 Jänn. 5	9 31	2 8 30 ♒	25 21 16 ♑		98300
1588 Nov. 22	9 $2\frac{1}{2}$	2 35 40 ♒	10 55 8 ♐		98355
1590 Oct. 10	8 35	20 13 30 ♍	26 58 46 ♒		99300
1600 März 6	6 $17\frac{1}{2}$	29 18 30 ♋	26 31 36 ♓		99667

wobei $\odot$ und $R_\odot$ die aus den Sonnentafeln entnommenen Längen und Radienvectoren der Sonne sind. Nun wird für r (Fig. 20) eine Annahme gemacht, und dann wird

$$\sin(l - \lambda) = \frac{R}{r} \sin(\lambda - \odot).$$

r wird so lange variiert, bis die erhaltenen l untereinander und mit dem aus der stellvertretenden Hypothese folgenden genügend übereinstimmen. So erhält Kepler für 1587 Jänner 5 $9^h\ 31^m$: $\Pi = 29^0\ 19'\ 49''$ ☊ und $r_1 = 1{\cdot}66725$.

Für das Perihel folgt aus den Beobachtungen von 1589 November 1, 1591 September 26, 1593 Juli 31:

1589 Nov. 1,	$6^h\ 10^m$	$\lambda = 20^0 59\frac{1}{4}'$ ♑	$\odot = 19^0 13' 56''$ ♏	$R_\odot =$	98730
1591 Sept. 19	5 42	14 $18\frac{1}{2}$ ♑ (vel 20′)	5 47 3 ♒		99946
1593 Aug. 6	5 14	16 56 ♓	23 26 13 ☊		101183

und hieraus für 1589 November 1, $6^h\ 10^m$: $\Pi = 29^0\ 54'\ 53''$ ♒ und $= 1{\cdot}38500$.

Die Zeit zwischen dem Durchgange durch die beiden Apsiden sollte genau $\frac{1}{2}\ T = 343^d\ 11^h\ 46^m$ sein; für die beiden Beobachtungen ist sie aber $343^d\ 21^h\ 52\frac{1}{2}^m$, also um $10^h\ 6\frac{1}{2}^m$ zu gross. Da die Bewegung im Aphel 26′ 13″, im Perihel 38′ 2″ täglich ist, die mittlere Bewegung 31′ 27″, so werden in $10^h\ 6\frac{1}{2}^m$ 13′ 17″ zurückgelegt, um welche die beiden Orte zu nähern sind, u. zw. entfallen im Verhältnis der Geschwindigkeiten + 5′ 16″ für das Aphel, — 8′ 1″ auf das Perihel, so dass die beobachteten Richtungen nach $29^0\ 25'\ 6''$ ☊ und $29^0\ 46'\ 52''$ ♒ fallen.*)

Diese beiden Richtungen entsprechen Zeiten, die genau um die halbe Umlaufszeit verschieden sind; da sie aber nicht um 180^0 verschieden sind,

*) Eigentlich wäre nicht mit der mittleren Bewegung, sondern mit dem Mittel der beiden Bewegungen 32′ 7″ zu rechnen, womit sich 13′ 31″ ergäbe.

so folgt daraus, dass dieses noch nicht die Richtung der Apsiden ist, und dass die letztere gegen die gefundenen Orte etwas zurückliegt (früheren Daten entspricht), da in derselben Zeit der Planet im Perihel weiter vorauskommt, als im Aphel. Die Zeit findet Kepler $1^d\,17^h\,54^m$ und für den Ort des Aphels $28^0\,39'\,46''\,\Omega$,*) während die stellvertretende Hypothese (übertragen auf 1588 November 1) $28^0\,50'\,44''$ gibt. Diese noch übrigbleibende Differenz schreibt Kepler Beobachtungsfehlern zu.

Die erhaltenen Entfernungen werden infolge der Kürze der Zwischenzeit nicht wesentlich zu ändern sein. Es folgt der Halbmesser $a = 1{\cdot}52640$, die Excentricität 14140 oder $e_0 = 0{\cdot}092640$ für $a = 1$, daher äusserst nahe die halbe Excentricität e.

Hiemit erhielt Kepler die grösste optische Gleichung $5^0\,17'\,34''$ die Fläche $\frac{1}{2}\,a\,e$ (partem anomaliam physicam) $5^0\,18'\,28''$, daher für die excentrische Anomalie 90^0, die mittlere $85^0\,18'\,28''$ und die wahre $84^0\,42'\,26''$, während sich aus der stellvertretenden Hypothese $84^0\,42'\,2''$ ergab. Hingegen folgten für die excentrischen Anomalien 45^0 und 135^0, die mittleren Anomalien $48^0\,45'\,12''$ und $138^0\,45'\,12''$, die wahren Anomalien $41^0\,28'\,54''$ und $130^0\,59'\,25''$ gegenüber $41^0\,20'\,33''$ und $131^0\,7'\,26''$ aus der stellvertretenden Hypothese. Die Ursache des Fehlers war Kepler natürlich nicht sofort ersichtlich; er suchte ihn zunächst darin, dass die physikalische Hypothese zur Bestimmung der Ungleichheit unvollkommen sei.

Man hat aber für diese physikalische Hypothese, wenn von nun ab stets unter e_0 die Excentricität des Deferenten, also $e_0 = e$ verstanden wird:

$$\left.\begin{aligned} M &= E + e_0 \sin E \\ \rho' \sin (E - v') &= a\,e_0 \sin E \\ \rho' \cos (E - v') &= a\,(1 + e_0 \cos E) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

und wenn man in Reihen entwickelt:

$$\left.\begin{aligned} E &= M - e_0 \sin M + \tfrac{1}{2}\,e_0^2 \sin 2M \\ v' &= M - 2\,e_0 \sin M + \tfrac{3}{2}\,e_0^2 \sin 2M \\ \rho' &= a\,(1 + e_0 \cos M + \tfrac{3}{2}\,e_0^2 \sin M^2) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

*) Ist die tägliche Bewegung im Aphel μ_1 im Perihel μ_2, so sind die Bewegungen in t Tagen $\mu_1\,t$, bez. $\mu_2\,t$, und die Distanz t Tage nach dem Durchgange $(\mu_2 - \mu_1)\,t = 11'\,49''\,t$, und dieses muss nach Kepler gleich sein $20'\,36''$ oder richtiger, wenn der Ort des Aphels um $+\,5'\,30''$, der des Perihels um $-\,8'\,1''$ und $144''$ wegen Praecession corrigiert wird: $19'\,9''$; hieraus $t = 1^d\,6207 = 1^d\,14^h\,53^m$ mit der Bewegung $42'\,29''$ im Aphel und $1^0\,1'\,38''$ im Perihel, so dass die Orte für 1589 Nov. 1, in $28^0\,45'\,14''$ Ω $\approx$ liegen. Das Resultat ist aber darum weder sicherer, noch besser, wenn es auch mit dem aus der stellvertretenden Hypothese folgenden besser stimmt, denn es ist nicht zu übersehen, dass ausserhalb der Apsiden der Winkel von 180^0 nicht in der halben Umlaufszeit vollführt wird.

während für die elliptische Bewegung die Formeln (2) pag. 171 gelten, so dass:

$$\left.\begin{aligned} v - v' &= -\tfrac{1}{4} e_0^2 \sin 2M \\ \rho - \rho' &= -\tfrac{1}{2} a e_0^2 \sin M^2 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

ist. Die Fehler von v' sind daher am grössten für $M = 45^0$ und erreichen den Maximalwert $\frac{1}{4} e_0^2 = 7'7$. Aus den Formeln (3) pag. 171 folgt aber weiter, dass, wenn die Radienvectoren dargestellt werden sollen und daher die ersten Potenzen von e in dem Ausdrucke für $\rho - \rho_0$ wegfallen sollen, wie schon pag. 171 erwähnt ist, $e_0 = e$ zu nehmen ist; dann aber wird

$$v - v_0 = + \tfrac{1}{4} e_0^2 \sin 2M$$

also dem numerischen Betrage nach identisch (bis auf Glieder höherer Ordnung), dem Zeichen nach entgegengesetzt wie in der physikalischen Hypothese.

Dieses Resultat ist Kepler nicht entgangen und er richtete daher sein Augenmerk neuerdings auf die Distanzen. Cap. 41 fand sich aus den drei beobachteten Entfernungen für die Aphel- und Periheldistanzen $r_1' = 1{\cdot}66562$, $r_2' = 1{\cdot}36918$; Cap. 42 direct beobachtet: $r_1 = 1{\cdot}66780$, $r_2 = 1{\cdot}38500$: $r_1' < r_1 : r_2' < r_2$; es war daher zu vermuten, dass sich mit den aus r_1, r_2 folgenden Werten von a und e die Distanzen, welche zur Bestimmung von r_1', r_2' dienten, zu gross ergeben würden; Kepler fand die hieraus

gerechneten Distanzen	1·66605,	1·63883,	1·48539
beobachtet	1·66255,	1·63100,	1·47750 (s. pag. 181)
Fehler	+ 350	+ 783	+ 789

Die Fehler waren umso grösser, je weiter weg von den Apsiden; er schliesst daher „orbitam planetae non esse circulum sed figurae ovalis.“ *)

Schon früher, bei der Untersuchung des Einflusses der Entfernungen auf die Geschwindigkeiten**) hatte Kepler darauf hingewiesen, dass er durch die falsche Annahme der kreisförmigen Bahnen, welche er nur allzulange verwendete, viel Zeit verlor. „Primus meus error fuit, viam planetae perfectum esse circulum, tanto nocentior temporis fur, quanto erat ab auctoritate omnium philosophorum instructior et metaphysicae in specie convenientior.“

Als er nun die Hypothese der kreisförmigen Bahnen verliess, war seine erste Frage nach den Ursachen, welche eine Abweichung bewirken könnten; zu diesem Zwecke zerlegt Kepler die Bewegung im excentrischen Kreise in eine epicyklische und schliesst folgendermassen: Die

*) III. Bd., pag. 337.

**) III. Bd., pag. 320.

Bewegung im Kreise EMF (Fig. 22) ist nicht gleichförmig, daher die Bewegung $E'O$ nicht proportional der Zeit; wäre aber $OP'' \parallel BE$, wie es die Lage im Kreise EMF erfordert, so wäre auch die Bewegung im Epicykel $\gamma P''$ nicht proportional der Zeit; hiezu ist kein Grund vorhanden, daher muss $\sphericalangle \gamma OP'' > EBP''$, weil der letztere Winkel im Aphel kleiner ist; folglich P'' gegen den Mittelpunkt zu genähert.*)

Hier blieb aber eine Hauptschwierigkeit die Quadratur des Ovales, denn die Summe der Distanzen gab immer nur sprungweise Änderungen. Hierüber schreibt er an Fabricius: „Nihil nobis mi Fabrici, praeter geometriam deest. Doce me geometrice constituere, quadrare, secundum datam rationem secare ellipoides, statim docebo te ex genuina hypothesi calculare.“ **) Um alle Schwierigkeiten zu beseitigen, schlägt Kepler zunächst den folgenden Weg ein: 1. Die stellvertretende Hypothese gibt die Längen richtig; ist also AE (Fig. 22) die Richtung des Aphels, A der Ort der Sonne, C der Mittelpunkt des excentrischen Kreises, D der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung ($AC = 0{\cdot}11332\ a$, $CD = 0{\cdot}07232\ a$; s. pag. 168), so wird $EDP' = M$, $CP' = a$ gemacht und EAP' ist die wahre Anomalie, daher AP' die wahre Richtung des Planeten. 2. Der Kreis mit dem Radius $BE = a = 1{\cdot}5264$, $AB = BD = 0{\cdot}0928\ a$ gibt die Entfernungen richtig, wenn man den Winkel EBP'' gleich der mittleren Anomalie macht; ist also $BP'' \parallel DP'$, so ist AP'' die wahre Entfernung, und macht man $AP = AP''$, so ist P der wahre Ort des Planeten. Aus den Formeln (1) pag. 183 folgt, wenn man in den Formeln für $\rho' : M$ an Stelle von E setzt:

$$AP'' = \rho' = a\,[1 + e_0 \cos M + \tfrac{1}{2}\, e_0{}^2 \sin M^2]$$

daher

$$\rho - \rho' = + \tfrac{1}{2}\, a\, e_0{}^2 \sin M^2$$

daher die Fehler gegen die elliptische Theorie von derselben Grösse, aber im entgegengesetzten Sinne, wie bei der physikalischen Hypothese. Der wahre Ort würde daher etwa in der Mitte zwischen beiden liegen. Aber auf diese Art hatte Kepler den Fehler nicht erkannt; für ihn war zunächst das Oval die wahre Bahn. Für die Pfeilhöhe derselben MN folgt, da die Pfeilhöhe der Ellipse $\delta = \frac{1}{2}\, a\, e_0{}^2$, und der Fehler dieses Ovales für $M = 90^0$ ebenfalls $\frac{1}{2}\, a\, e_0{}^2$ ist, $d = \delta + \frac{1}{2}\, a\, e_0{}^2 = a\, e_0{}^2 = 2\,\delta = 0{\cdot}00858$.

Die Rechnungen im Oval welches durch das Rechnungsschema 1, 2, bestimmt ist, werden aber sehr compliciert, denn man muss die Fläche des Sectors für jeden Punkt P der Bahn bestimmen; deshalb schlägt

*) Auffällig bleibt dabei, dass Kepler den Trugschluss nicht bemerkte, der darin liegt, dass nach der Zerlegung in die epicyklische Bewegung die Geschwindigkeit im Kreise $E'O$ um die Sonne als Centrum auch gleichmässig sein müsste.

**) III. Bd., pag. 83.

Kepler zunächst den folgenden Weg als Näherung ein: Wenn die Ooide eine Ellipse wäre, so hätte man, wenn man von P das Perpendikel Pp auf AE fällt:

$$EPp : EQp = BN : BM = b : a$$

daher

$$EPp = \frac{b}{a} EQp;$$

ferner

$$\triangle PAp : \triangle QAp = Pp : Qp = b : a$$

folglich auch

$$PpA = \frac{b}{a} QpA$$

demnach die Sectorfläche

$$EPA = \frac{b}{a} EQA$$

und da ebenfalls

$$EPFB = \frac{b}{a} EQFB$$

ist, so wird

$$t : T = EPA : EPFB = EQA : EQFB$$

woraus folgt, dass man in der Gleichung $M = E + e \sin E$ für E den Bogen EQ des Kreises setzen kann; zu einer Zeit, welcher die mittlere Anomalie $M = \mu t$ entspricht, erhält man aus der Gleichung $M = E + e \sin E$ einen Bogen E, welcher, auf dem Kreise EMF aufgetragen, durch das Perpendikel Qp auf dem Oval den Punkt P bestimmt, in welchem sich der Planet befindet.

Kepler substituiert nun für das erwähnte Oval eine Ellipse, in welcher diese Beziehung stattfindet. Dann wird allgemein $QP = d \sin M$.*) Zur Berechnung in dieser Ellipse hat man daher jetzt:

$$E + e_0 \sin E = M$$
$$\rho'' \sin v'' = a \sin E - d \sin M$$
$$\rho'' \cos v'' = a \cos E + \varepsilon_0$$

oder

$$\rho'' \sin (v'' - E) = -d \sin M \cos E - \varepsilon_0 \sin E$$
$$\rho'' \cos (v'' - E) = a + \varepsilon_0 \cos E - d \sin M \sin E$$

und wenn man in Reihen auflöst und dabei d als Grösse zweiter Ordnung ansieht:

$$v'' - E = -e_0 \sin M + \left(e_0^2 - \tfrac{1}{2} \frac{d}{a}\right) \sin 2M$$

$$v'' - M = -2e_0 \sin M + \left(\tfrac{3}{2} e_0^2 - \tfrac{1}{2} \frac{d}{a}\right) \sin 2M$$

*) Diese Curve unterscheidet sich von der wahren Ellipse nur durch die Pfeilhöhe d; sie ist auch eine Ellipse, aber keiner ihrer Brennpunkte fällt in den Sonnenort.

daher gegen die elliptische Theorie der Fehler:

$$v - v'' = -\left(\tfrac{1}{4} e_0^2 - \tfrac{1}{2} \frac{d}{a}\right) \sin 2M = +\tfrac{1}{4} e_0^2 \sin 2M$$

dessen Maximalbetrag 7.″7 wird und daher mit der Theorie der Bisection und Rechnung nach Ptolemäus (Formeln 3, pag. 171: $e = 2 e_0$) dieselben Fehler gibt. Für die excentrischen Anomalien 45°, 90°, 135° folgt für die wahre Anomalie:

Bisection nach Ptolemäus	Physikalische Hypothese mit Kreis	Physikalische Hypothese mit Ellipse	Vicarierende Hypothese
41° 15′ 31″	41° 28′ 54″	41° 14′ 9″	41° 20′ 33″
84 41 22	84 42 26	84 39 42	84 42 2
131 15 31	130 59 25	131 14 5	131 7 26.

Desperata res erat, schreibt Kepler an Fabricius.*) Die Fläche gab nicht die richtigen Werte; Kepler schlug also wieder den arithmetischen Weg ein. Die Distanzen $AP'' = \rho''$ wurden für jeden Grad gerechnet, addiert und mit $\Sigma\rho'' : 360 = \rho_0''$ die einzelnen Wege $\rho'' : \rho_0''$ gerechnet. Dieses sind nun aber die Bogenlängen des Ovales; Kepler brauchte daher die Länge dieser Curve. Durch eine Art Mittelwertsatz findet er diese 179° 14′ 15″, wenn die Länge des Kreises 180° ist,**) das heisst 0·995763 des Kreisumfanges oder 3·1283 des Durchmessers. Aus diesen Bogenlängen ist dann wieder der Centriwinkel abzuleiten, und die Summe aller muss 180° geben; da nun die Bogenlängen verkürzt, die Winkel aus diesen wieder vergrössert erscheinen, so wird diese Rechnung in folgender Weise umgangen: Mit den aus dieser Hypothese abgeleiteten Radienvectoren $AP'' = \rho'' = AP$ wird der zur zugehörigen mittleren Anomalie M gehörige Bogen für 1° (B_M) aus

$$B_M : 180^0 = \tfrac{1}{2}(\rho_M'' + \rho''_{M-1}) : \Sigma\rho''$$

gefunden, und diese Bögen B_M werden auf dem Kreise EMF aufgetragen. Mit der Excentricität 9165 werden die Fehler für $E = 45°$, 90°, 135° : + 0.″6, + 3.″8, + 8.″9; für die Annahme $e = 9230$: — 2.″5, — 0.″9, + 4.″4 ebenfalls ein negatives Resultat.

Nun geht Kepler neuerdings auf die Entstehung aus dem Epicykel zurück; die Längen der Radienvectoren

$$\rho''' = \sqrt{a^2 + \varepsilon^2 + 2a\varepsilon\cos M}$$

werden aus dem Dreiecke ABP'' gerechnet, und nunmehr die ganze Rechnung mit den Werten ρ''' an Stelle von ρ'' neuerdings vorgenommen. Die Fehler waren — 8′; 0′; + 9½′; + 9′ für $E = 45°$, 90°, 120°, 150°. „Dices proficere nos in pejus. Atqui o bone, si de effectu sollicitus essem, poteram toto hoc labore supersedere, contentus hypothesi

*) III. Bd., pag. 82.
**) III. Bd., pag. 353.

vicaria*) . . . .“ und nun wird die Rechnung mit sechs neuen Hypothesen (im 50. Capitel), die sich durch die verschiedene Methode zur Berechnung der Radien und verschiedene Annahmen über die Excentricitäten unterscheiden, durchgeführt — immer mit gleich negativem Erfolge; die Fehler steigen bei der ersten Hypothese auf 16′, bei der zweiten auf 13′, bei der dritten und vierten auf 14′, bei der fünften und sechsten auf 11′, — diese Rechnungen führten ihn nicht zum Ziele.

Der Sicherheit wegen (quo sit plenior fides rei) bestimmt Kepler neuerdings eine grössere Reihe Distanzen (im ganzen 15) derart über den ganzen Umkreis vertheilt, dass sich gleichgrosse positive und negative Anomalien finden. Indem sich für solche auch die heliocentrischen Distanzen (innerhalb zulässiger Fehlergrenzen) gleich finden, war zunächst bewiesen, dass die Richtung der Apsiden richtig bestimmt und die angewandten Sonnencoordinaten richtig waren, somit die auftretenden Differenzen nicht in fehlerhaften Bestimmungen dieser Elemente ihren Grund haben konnten.

Weitere 7 Distanzen bestimmt Kepler nunmehr wieder nach einer anderen Methode. Seien in der Nähe einer Opposition zwei Orte des Mars P_1, P_2 (Fig. 21), der eine vor derselben, der andere nach derselben, von den Erdorten E_1, E_2 aus beobachtet, so sind die Winkel $A E_1 P_1$, $A E_2 P_2$, sowie ferner aus der Theorie der Erdbewegung der Winkel $E_1 A E_2$ und die Strecken $A E_1$, $A E_2$ bekannt. Aus der stellvertretenden Hypothese sind weiters die wahren Längen des Mars, daher der Zwischenwinkel $P_1 A P_2$ bekannt, woraus man die Radienvectoren $A P_1$, $A P_2$ erhalten kann, für welche übrigens aus der stellvertretenden Hypothese als Probe die Veränderung in der Zwischenzeit geschlossen werden kann.

Drei Beobachtungen vor und fünf Beobachtungen nach dem Aphel, in denen die mittlere Anomalie bis zu 10° war, gaben ihm für die Apheldistanz 1·66510, während sich für die Periheldistanz, allerdings etwas weniger genau, 1·38173 ergab, woraus $a = 1{\cdot}52342$; $\varepsilon = 0{\cdot}14169$, $e = 0{\cdot}09301$ ergab.

Kepler hatte nun aber neuerdings 22 Distanzen zur Prüfung der Theorie und fand nunmehr unzweideutig, dass alle unter der Hypothese des Ovales berechneten Distanzen zu klein gegeben werden. Aber nunmehr sah Kepler, dass die wahren Distanzen ziemlich in der Mitte zwischen den aus dem Oval und den aus dem Kreise folgenden waren. Im 56. Capitel nimmt er statt der bisher verwendeten Pfeilhöhe nur die Hälfte $\delta = 0{\cdot}00429$.**) Diese entspricht aber der wahren Ellipse, da

*) III. Bd., pag. 359.

**) Qua in cogitatione dum versor anxie, dum reputo cap. 45, plane nihil dictum esse, itaque futilem fuisse meum de Marte triumphum, forte fortuito incido in secantem

1·00429 = sec 5° 18′ ist. Dass er die Hypothese des Ovales so lange festhielt, kann nur dem Umstande zugeschrieben werden, dass er die im 45. Capitel aufgestellte Theorie (die Geschwindigkeit im Epicykel gleichförmig, im Deferenten nach dem physikalischen Gesetze stattfindend) für unanfechtbar hielt; die speciell behufs Prüfung der aus dieser Theorie gefolgerten beobachteten Distanzen zeigten ihm jedoch unwiderleglich, dass er diese Ansicht fallen lassen müsse: „Itaque causae physicae cap. 45 in fumos abeunt".

Es ist merkwürdig, dass Kepler, der nunmehr durch die Constatierung der Identität der Pfeilhöhe d mit der Secante der halben grössten optischen Gleichung die elliptische Bahn zweifellos constatiert hatte, jetzt, fast am Schlusse seiner Untersuchungen, die Theorie einer Libration im Radiusvector aufstellt. Noch war ihm die Ellipse nicht die wahre Bahn; es war eine Näherung, und die Distanzen mussten auf andere Weise bestimmt werden, weil ihm die elliptische Bewegung als solche aus den gegebenen Principien nicht recht deducierbar war. Für ihn waren die Entfernungen von der Sonne gegenüber denjenigen, welche in einer Kreisbahn folgen, verkürzt, und das Gesetz dieser Verkürzung ist gegeben nicht durch die Ellipse selbst, sondern durch den sinus versus der Anomalie. Ist $A_1\ Q_1$ (Fig. 24) die Apheldistanz, $A_1\ Q_2$ die Perihel-distanz, ist $Q_1\ O_1\ P_1$ die Anomalie, so muss $A_1\ P_1 = A_1\ q_0 = A\ P''$ (vergl. die Fig. 23 und 24) die zugehörige, aus den früheren Principien abgeleitete Distanz, um $q_0\ q_1$ verkürzt werden, u. zw. nicht gemäss Überlegung, sondern gemäss den Beobachtungen. Apparet igitur ex certissimis observationibus, quod via planetae in aura aetherea non sit circulus, sed figurae ovalis, et quod libretur in diametro parvi circelli hoc modo: si post aequales arcus eccentri planeta pro distantiis circumferentialibus $Q_1\ A_1$, $P_1\ A_1$ . . . hoc est $Q_1\ A_1$, $q_0\ A_1$ . . ., quibus circuli perfectio innititur, distantias diametrales $Q_1\ O_1$, $q_1\ O_1$ . . . conficiat . . . Hoc jam obtento non rationibus a priori, sed observationibus, uti jam dixi. Hier ist nun $E'\ A\ O = E\ B\ P'' = Q\ O\ P''$ (Fig. 23) gemäss Keplers physikalischem Gesetze die excentrische Anomalie (nicht wie in Fig. 22 die mittlere Anomalie), daher beträgt die Verkürzung e sin vers E, und kann construiert werden, indem von P'' ein Perpendikel $P''q$ auf $A\ Q$ gefällt wird ($\triangle\ O\ P''q \cong O_1 P_1 q_1$). Dann ist also

$$A\,q = A\,O + O\,q = a\,[1 + e\cos E].$$

Der Bogen $q\ P'\ P$, dessen Mittelpunkt A der wahre Ort der Sonne ist, bestimmt gemäss der elliptischen Theorie den wahren Ort des Planeten

anguli 5° 18′ quae est mensura aequationis opticae maximae. Quem cum viderem esse 100429, hic quasi e somno expergefactus, et novam lucem intuitus, sic coepi ratiocinari (III. Bd., pag. 384).

in dem Perpendikel $P''p$; Kepler hält jedoch zunächst die excentrische Anomalie fest, obzwar er bereits früher, im 46. Capitel (vgl. pag. 186), den Ort des Planeten auf dem Perpendikel Qp (Fig. 22) des zum Bogen EQ gehörigen Winkels nimmt, für welchen die Bedingung $M = E + e \sin E$ erfüllt ist. Hier aber wiederholt er einen Versuch, die Entfernung Aq zur excentrischen Anomalie EBP'' so zuzuordnen, dass der Planetenort P' in die Richtung BP'' fällt. Die mit dieser richtigen Entfernung und den zur gegebenen Zeit gehörigen Sonnencoordinaten, aus den beobachteten geocentrischen Längen abgeleiteten heliocentrischen Längen geben Fehler, die auf der Seite des Aphels auf $+ 5\frac{1}{2}'$ und auf der Seite des Perihels auf $- 4'$ ansteigen.*) Dieser Versuch war der letzte, ein Versuch, der übrigens darthat, dass irgendeine Abweichung von der elliptischen Bahn absolut unzulässige Beobachtungsfehler ergab, dass somit die Ellipse als einzig annehmbare Bahn des Mars anzusehen wäre.

Aus dem Deiecke PAp folgt, da $Pp = \frac{b}{a} P''p$ und $Ap = AB + Bp$ ist:

$$AP \sin PAp = b \sin EBP''$$
$$AP \cos PAp = a \cos EBP'' + AB$$

folglich

$$r \sin v = b \sin E$$
$$r \cos v = a \cos E + ae$$

woraus man noch $r = a[1 + e \cos E]$ findet, womit die Gleichheit der Strecken AP, Aq erwiesen ist. Die Richtigkeit dieser Beziehungen erweist nun Kepler auf synthetischem Wege im 59. und 60. Capitel.

Die Schwierigkeit der strengen Lösung liegt bekanntlich in der Auflösung der Gleichung

$$M = E - e \sin E,$$

das seither „Kepler'sches Problem" genannte Problem. Kepler selbst hält die strenge Lösung für unmöglich, stellt aber anderen die Frage nach der Theilung des Halbkreises in einem gegebenen Verhältnisse aus einem excentrisch gelegenen Punkte A; er selbst umgeht diese Schwierigkeit, indem er mit dem Argumente E die Werte von M und v bestimmt (vgl. pag. 176 und 183).

Geometrisch hatte Kepler den Radiusvector im Verhältnis einer Libration nach dem sinus versus der excentrischen Anomalie verkürzt; physikalisch äussert er hingegen (im 57. Cap.) einige Bedenken. Welcher Ursache ist die Annäherung zuzuschreiben? Sie ist in den Planeten gelegen; es ist eine diesen innewohnende Eigentümlichkeit, eine der magnetischen ähnliche Kraft. Quid si ergo corpora planetarum omnia sunt ingentes quidam

*) III. Bd., pag. 399.

rotundi magnetes? De Terra non est dubium; probavit id Guilelmus Gilbertus.*) Weiters, meint Kepler, wären die Pole in den Apsiden zur Sonne zugewendet und hätten das Bestreben, sich parallel zu sich selbst fortzubewegen. Schon in der Einführung in die Copernicanische Lehre, in der Einleitung zu seiner Astronomia nova wird auf den Irrtum des Copernicus, die Bewegung der Erdaxe als eine dreifache zu erklären, hingewiesen, da bei der Bewegung einer Geraden im Raume eine Richtungsänderung derselben nicht eintritt; diesem entspricht auch sein erstes Axiom (s. pag. 178). Auch für die Aphele folgt aus dem Bestreben des Parallelismus die Constanz der Richtung, aus dem Hinneigen zur Sonne die Bewegung der Aphele und damit die folgende Erklärung: Planeta a puncto E abeunte, sensim cuspis Soli appropinquat, cauda abit; sensim igitur incipit globus ad Solem adnavigare. Post F sensim cauda appropinquat, caput abit a Sole. Sensim igitur et totus globus naturali odio fugit a Sole.**) Hier liegt nun schon eine Unklarheit. Welcher Unterschied besteht zwischen cuspis oder caput (Spitze, Kopf) und cauda (Schwanz)? Auch erklärt Kepler später,***) dass er hieraus nicht etwa auf einen Versuch führen wolle, die Grösse der Bewegung der Apsiden aus dieser Kraft zu bestimmen; sie kann auch eine andere Ursache haben. Auch in seinem mehrfach erwähnten Briefe an Fabricius†) deutet er die Frage nur an; die Beantwortung gibt er nicht. Jam vero, quia hoc non fit, non enim $EP''F$ viam permeat, sed EPF, et vere planum metitur tempus, ideo citius circa Solem vertitur ♂ quam epicyclum absolvat, citius quam si in $EP''F$ circumisset. Quo enim propior Soli, hoc celerior .... Atque haec causa esto, cur omnia planetarum apogaea in consequentia moveantur. Ecce quam feliciter pugnaverim; credis tu, me vicisse? Sane triumphum canerem, nisi me moveret proportio. Nam in ♂ et ☿ eccentricitas est maxima, celerrime igitur aliqua particula periodi conficeretur ab apogaeo, Solis apogaeum tardissimum esset. Id falsum. Hierüber kein Wort weiter. — Aber einen anderen Schluss zieht Kepler daraus: Da der Sitz dieser Kraft, dieses Vermögens, im Planeten ist, so erklärt er dieselbe für eine mens planetae, für eine dem Planeten innewohnende Fähigkeit der Perception, allerdings nur der örtlichen Perception.††) Hat aber der Planet diese Fähigkeit, so wird er zum Bewusst-

*) III. Bd., pag. 387.
**) III. Bd., pag. 388, s. die Fig. 23.
***) III. Bd., pag. 397.
†) III. Bd., pag. 81.
††) Diese Auffassung hängt vielleicht nicht zum mindesten auch mit seiner astrologischen Ansicht von der intelligibeln Welt und der Sensitivität der Natur zusammen, worauf hier jedoch nicht weiter eingegangen werden kann.

sein des von ihm eingenommenen Ortes, sowie der Richtung $A\,C$ (oder $O\,P''$) gelangen, ebenso aber des Punktes A der Sonne, nicht aber des fictiven Ortes B, dem nur mehr eine geometrische Bedeutung zufällt; und aus diesem Grunde ist das Mass der Verkürzung des Radiusvectors der sinus versus der wahren Anomalie. Nego sinum versum anomaliae eccentri mensuram subministrare planetae librationis suae, und: Repetendum itaque ex paulo supradictis, quod sinus anomaliae coaequatae sit index fortitudinis angulorum $P''\,A\,B$ .... Itaque, si constet, planetam habere sensum fortitudinis angulorum, nihil erit absurdi si dicamus (nostro hominum conceptu) innotescere illi sinus angulorum.*) Eine praktische Bedeutung hat dieses Resultat nicht; bei der Berechnung verwendet er dennoch die excentrische Anomalie. Auch in einem Briefe an Maestlin vom 22. December 1616 schreibt er, dass als Mass der Libration der sinus der excentrischen Anomalie anzusehen ist. Diesen Widerspruch löst Kepler aber dadurch, dass er, den Beobachtungen entsprechend, die Libration der Entfernung durch die excentrische Anomalie, die hieraus resultierende Veränderung des vom Mittelpunkte des Planeten aus gesehenen Sonnendurchmessers durch die wahre Anomalie misst.**)

Die Natur der wirkenden Kräfte bleibt bei Kepler noch ziemlich unbestimmt; mit Vorliebe vergleicht er sie mit magnetischen Kräften. Am präcisesten ist die Darstellung im dritten Theile des vierten Buches der Epitome Astronomiae Copernicanae, in welchen bereits die Generalisierung der aus den Beobachtungen des Mars gefundenen Bewegungsgesetze auf alle Planeten und den Mond ausgedehnt erscheint.***) Seine Darstellung der wirkenden Kräfte ist im wesentlichen folgende: Der Planet zeigt eine gewisse Polarität, wie die Magnete, und die Richtung der Axe hat die Tendenz, sich im Raume parallel zu sich selbst fortzubewegen; infolge dessen ist der freundliche Pol auf der einen Seite des Umlaufes der Sonne zugekehrt, der feindliche von der Sonne weggewendet; es findet auf der einen Seite, auf welcher die Geschwindigkeit des Planeten im Wachsen begriffen ist, Anziehung, auf der anderen Seite Abstossung statt. Daher wird sich der Planet auf der Seite $E\,N\,F$ (Fig. 23) der Sonne nähern, auf der anderen Seite wieder entfernen. Allein die Sonne wird in dem Planeten eine Tendenz zur Drehung der Pole gegen die Sonne hin erzeugen, und diese Tendenz wird in dem Quadranten $E\,N$ auch eine kleine Drehung der Pole hervorbringen, so dass in N die

*) III. Bd., pag. 395.

**) III. Bd., pag. 392. Das ist nun allerdings auch nicht richtig, denn die Veränderungen des scheinbaren Sonnendurchmessers und der Entfernungen sind ja verkehrt proportional.

***) VI. Bd., pag. 371. ff.

Richtung der Pole Ny sein wird. In dem zweiten Quadranten wird aber die entgegengesetzte Tendenz auftreten, wodurch die Axe der Polarität bis gegen F hin wieder in die ursprüngliche Lage zurückkehrt. Da aber der Planet infolge der rascheren Bewegung in NF in diesem Quadranten nicht so lange verweilt, so wird, wenn der Planet in F angekommen ist, die Axe der Polarität noch nicht in die Richtung Fx, sondern erst nach Fz gekommen sein, und die Richtung der Apsidenlinie wird senkrecht auf Fz, daher um einen kleinen Winkel entgegengesetzt der Bewegung des Planeten zurückgewichen sein. Dadurch entsteht eine Retrogradation der Apsiden.*)

Keplers anziehende Kräfte sind daher im Effecte wesentlich verschieden von der Attraction bei Newton; sie wirken ja auf einer Seite anziehend, auf der anderen abstossend; es ist aber weiters nicht zu übersehen, dass Keplers Kräfte in der Richtung der Tangente, d. i. der Bewegungsrichtung wirken. Allerdings sind auch schon bei Kepler diese Kräfte, obzwar er sie in ihrer Wirkungsweise mit den magnetischen Kräften vergleicht, nicht sehr verschieden von dem Gewichte und bei ruhenden Körpern mit diesen identisch. Auch führt er für dieselben bereits den Namen „gravitas“ ein, eine gravitas, die sich als solche von der Newton'schen im Principe viel weniger unterscheidet als in der Anwendung. Im Principe ist seine gravitas eine Kraft oder ein Vermögen, durch welches die Körper das Bestreben haben, sich zu nähern und gegeneinander zu bewegen; die Kraft ist bei näheren Körpern stärker als bei weiter von einander entfernten; die Annäherung ist eine wechselseitige: beide Körper bewegen sich gegeneinder, und zwar sind die von ihnen zurückgelegten Wege verkehrt proportional den Massen; dieselbe Kraft bewirkt, dass die Körper auf der Erde gegen den Erdmittelpunkt gezogen werden, weil die Erde rund ist und gegen andere Punkte des Erdinneren gezogen würde, wenn die Erde nicht rund wäre; dieselbe Kraft bewirkt, dass der Mond die Gewässer der Erde anzieht (Ebbe und Flut), und dass sich diese Gewässer zum Monde bewegen würden, wenn die Erde sie nicht festhalten würde. Diese für seine Ansicht charakteristische Stelle führe ich hier vollständig an:

*) Es ist merkwürdig, dass trotz dieser vollständig klaren Auffassungsweise über den Parallelismus der Richtungen Kepler die Thatsache, dass der Mond uns beständig dieselbe Seite zuwendet, nicht als Axendrehung des Mondes ansieht; im Gegentheile behauptet er, dass, da der Mond keinen Trabanten hat, eine Drehung desselben um seine Axe überflüssig ist (VI. Bd., pag. 362). Infolge dessen drehen sich beim Monde die magnetischen Axen so, dass sie auf der einen Seite anders gerichtet sind, wie auf der anderen: „tractum denique hunc fibrarum sibi ipsi per totum Lunae circuitum propemodum parallelum; ut translata Luna in locum oppositum fiat permutatio plagarum (VI. Bd., pag. 387).

Vera igitur doctrina de gravitate his innititur axiomatibus:*)

Omnis substantia corporea, quatenus corporea, apta nata est quiescere omni loco, in quo solitaria ponitur extra orbem virtutis cognati corporis.

Gravitas est affectio corporea mutua inter cognata corpora ad unitionem seu conjunctionem (quo rerum ordine est et facultas magnetica) ut multo magis Terra trahat lapidem, quam lapis petit Terram.

Gravia (si maxime Terram in centro mundi collocemus) non feruntur ad centrum mundi ut ad centrum mundi, sed ut ad centrum rotundi cognati corporis, Telluris scilicet. Itaque ubicunque collocetur seu quocunque transportetur Tellus facultate sua animali, semper ad illam feruntur gravia.

Si Terra non esset rotunda, gravia non undiquaque ferrentur recta ad medium Terrae punctum, sed ferrentur ad puncta diversa a lateribus diversis.

Si duo lapides in aliquo loco mundi collocarentur propinqui invicem extra orbem virtutis tertii cognati corporis, illi lapides ad similitudinem duorum magneticorum corporum coirent loco intermedio, quilibet accedens ad alterum tanto intervallo, quanta est alterius moles in comparatione.

Si Luna et Terra non retinerentur vi animali aut alia aliqua aequipollenti, quaelibet in suo circuitu, Terra ascenderet ad Lunam quinquagesima quarta parte intervalli, Luna descenderet ad Terram quinquaginta tribus circiter partibus intervalli, ibique jungerentur: posito tamen, quod substantia utriusque sit unius et ejusdem densitatis.

Si Terra cessaret attrahere ad se aquas suas, aquae marinae omnes elevarentur et in corpus Lunae influerunt.

Im Principe mit Newtons Gravitation so ähnlich, besteht doch in der Anwendung ein fundamentaler Unterschied: die geschilderte Wirkungsweise tritt nur bei ruhenden Körpern auf. Sowie sich die Körper bewegen, wird die Kraft verändert; das Princip der Unabhängigkeit der Kraft von der Bewegung, die Addition der Wirkungen bei coexistierenden Kräften tritt bei Kepler noch nicht auf; die Kräfte wirken stets in der Richtung der Bewegung; die gravitas ist also auch nicht

*) III. Bd., pag. 151 in der Einleitung zur Astronomia nova. Schon in seinem Jugendwerke: Somnium sive Astronomia lunaris (1593 vollendet) spricht er von einer gravitas, die er in den späteren Noten folgendermassen präcisiert; Gravitatem ego definio virtute magneticae simili, attractionis mutuae. Hujus vero attractionis major vis est in corporibus inter se vicinis, quam in remotis (VIII. Bd., pag. 47). Dieser sehr geistreich durchgeführte Traum stellt die himmlischen Erscheinungen dar, wie sie von einem Beobachter vom Monde aus gesehen würden. Die Schrift ist ganz vom Hauch der Phantasie des jugendlichen Kepler durchweht, und man dürfte nicht sehr irren, wenn man sie als Vorbild zu gewissen modernen Schilderungen betrachtet, die sich von Keplers Somnium nur in zwei Punkten unterscheiden, dass sie nämlich noch viel phantastischer sind, und dass sie der wissenschaftlichen Strenge ermangeln.

schlechthin die Ursache der beobachteten Bewegung.*) Sie ist vorhanden, wird aber dadurch modificiert, dass die Sonne nicht ruht, sondern sich um ihre Axe dreht; durch diese Axendrehung wird die Richtung und Wirkung der Kräfte geändert, und die Umdrehung der Körper um die Sonne nach den geänderten, aus der Erfahrung entnommenen Regeln bewirkt. Si Sol non convolveretur circa axem suum, nullus etiam primariorum planetarum circa Solem esset circumiturus, sed pars eorum adnavigaret ad Solem perpetuo, donec uniretur ipsi ad contactum, pars, quae posticum Soli obvertit, expelleretur versus fixas .... Corpore Solis converso virtus etiam ista convertitur ... secum etiam circumducit illum ... Trahendo quippe et repellendo retinet, retinendo circumducit. Es ist daher auch die Axendrehung der Erde die Ursache der Drehung des Mondes um diese; die Axendrehung des Jupiter die Ursache der Bewegung seiner Satelliten, und da sich um den Mond kein Körper mehr bewegt, für diesen eine Axendrehung nicht mehr nötig und daher auch nicht vorhanden.**)

Das dritte seiner berühmten Gesetze fand Kepler erst viel später. Zweiundzwanzig Jahre, nachdem er seine Untersuchungen über die Beziehungen zwischen den Entfernungen und den mittleren Bewegungen der verschiedenen Planeten in seinem Mysterium Cosmographicum begonnen hatte, fand er die wahre Beziehung. Viele vergebliche Versuche hatte er inzwischen noch gemacht, und zunächst die Harmonie der Welten nach Pythagoräischem Vorbilde aus dem Reiche der Töne entnehmen wollen. Auch diese verschiedenen Bestrebungen hat Kepler gesammelt und in seinem Werke Harmonices mundi niedergelegt.

Zunächst beginnt er hier wieder mit den regulären Körpern; aber sie genügen ihm nicht mehr; Cubus und Oktaeder durchschneiden die Planetenbahnen, Dodekaeder und Ikosaeder reichen nicht bis zu denselben; nur das Tetraeder berührt beiderseits. Ebenso aber genügt ihm das im Mysterium Cosmographicum aufgestellte Gesetz zwischen den Entfernungen und den mittleren Bewegungen (s. pag. 155) nicht mehr, und die harmonischen Beziehungen, welche in der Musik bestehen, führen, hierauf angewendet, auch zu keinem Resultate. Die in den ersten sieben Colonnen

*) Daher auch die Ersetzung des Gewichtes durch die „natürliche Inertie", welche den Körper in der Bahn erhält. Ob diese „Inertie" mit dem Galileischen Beharrungsvermögen identisch ist, oder als jene modificierte Anziehung anzusehen ist, wird nicht ganz klar. „Dictum est pro pondere considerandam esse naturalem illam et materialem renitentiam seu inertiam ad deserendum locum, semel occupatam, quae eripit planetam velut e manibus Solis rotati, ut illam prensantem vim non exacte sequatur (VI. Bd., pag. 374).

**) VI. Bd., pag. 345. S. auch die Anmerkung pag. 193.

der folgenden Tabelle angeführten Zahlen sind die von Kepler mitgetheilten, der Erfahrung entnommenen Werte;*) aus diesen leitet er die täglichen Wege δ_1, δ_2 ab,**) die jedoch von keiner weiteren Bedeutung sind. Dass μ nicht gleich ist $\frac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2)$, ist klar; Kepler nimmt***)

$$\sqrt{\mu_1 \mu_2} - \mu = \tfrac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2) - \sqrt{\mu_1 \mu_2}.$$

Daraus würde folgen

$$\mu = 2\sqrt{\mu_1 \mu_2} - \tfrac{1}{2}(\mu_1 + \mu_2).$$

Kepler leitet zunächst die in der nächstfolgenden Colonne enthaltenen Relativzahlen ν_1, ν_2 ab, deren arithmetisches und geometrisches Mittel $\nu' = \frac{1}{2}(\nu_1 + \nu_2)$ und $\nu'' = \sqrt{\nu_1 \nu_2}$, sodann $\nu = \nu'' - \frac{1}{2}(\nu' - \nu'')$. Um hieraus auch die mittleren Bewegungen gemäss ihren relativen Verhältniszahlen zu erhalten, gelten nun die folgenden Beziehungen:

$\mathfrak{h}_1 : \mathfrak{h}_2 = 64 : 81$	$\mathfrak{h}_2 : \mathfrak{4}_1 = 1 : 2$	
$\mathfrak{4}_1 : \mathfrak{4}_2 = 6561 : 8000$	$\mathfrak{4}_2 : \mathfrak{\sigma}_1 = 5 : 24$	
$\mathfrak{\sigma}_1 : \mathfrak{\sigma}_2 = 25 : 36$	$\mathfrak{\sigma}_2 : \mathfrak{\delta}_1 = 2 : 3$	$\mathfrak{h}_1 : \mathfrak{\delta}_1 = 1 : 32$
$\mathfrak{\delta}_1 : \mathfrak{\delta}_2 = 2916 : 3125$	$\mathfrak{\sigma}_2 : \mathfrak{P}_1 = 2 : 5$	$\mathfrak{\delta}_2 : \mathfrak{P}_2 = 5 : 8$
$\mathfrak{P}_1 : \mathfrak{P}_2 = 243 : 250$	$\mathfrak{P}_2 : \mathfrak{\xi}_1 = 3 : 5$	
$\mathfrak{\xi}_1 : \mathfrak{\xi}_2 = 5 : 12$	$\mathfrak{P}_2 : \mathfrak{\xi}_2 = 1 : 4$	

wobei die langsamsten Bewegungen (im Aphel) mit dem Index 1, die schnellsten (im Perihel) mit dem Index 2 versehen sind. Hieraus resultieren die in der mit $\log \lambda_1$, λ_2 überschriebenen Colonne enthaltenen Zahlen. (Kepler hat alle mit 139968 multipliciert).

	T	μ	a_1	a_2	a	μ_1	μ_2
♄	10759ᵈ20	120″45	10052	8968	9510	1′ 53″	2′ 7″
♃	4332·62	299·13	5451	4949	5200	4 44	5 15
♂	687·00	1886·52	1665	1382	1524	28 44	34 34
♁	365·25	3548·19	1018	982	1000	58 6	60 13
♀	224·70	5767·65	729	719	724	95 29	96 50
☿	87·97	14732·42	470	307	388	201 0	307 3

	δ_1	δ_2	ν_1	ν_2	ν'	ν''	$\frac{1}{2}(\nu' - \nu'')$	ν
♄	1065	1208	64	81	72·5	72·00	0·25	71·75
♃	1477	1638	6561	8000	7280·5	7244·90	17·80	7227·1
♂	2627	3161	25	36	30·5	30·00	0·25	29·75
♁	3486	3613	2916	3125	3020·5	3018·692	0·904	3017·788
♀	4149	4207	243	250	246·5	246·475	0·0125	246·4625
☿	4680	7148	5	12	8·5	7·746	0·377	7·369

*) V. Bd., pag. 283 und 286.

**) Nach der Formel $\delta_1 = a\,\mu_1$; $\delta_2 = a\,\mu_2$; eigentlich hätte der Krümmungshalbmesser $a\,(1 - e^2)$ in den Endpunkten der Axe genommen werden sollen.

***) Tanto minor geometrico medio, quanto medium geometricum minus est quam medium inter utramque. (V. Bd., pag. 280.)

	$\log \lambda_1, \lambda_2$	$\log \lambda$	V	a'	μ_1', μ_2'	$\frac{1}{2}(n+m)$	$\frac{1}{2}(n-m)$	e'
♄	0·00000 0·10230	0·04964	0·9980	9556	80 90	85	5	562
♃	0·40333 0·48945	0·44533	1·0090	5206	81000 89444	85222	4222	258
♂	1·17070 1·32906	1·24624	1·0050	1523	50 60	55	5	138
♁	1·50515 1·53521	1·52005	1·0024	1000	93531 96825	95178	1647	17
♀	1·72700 1·73933	1·73314	0·9997	721	98590 100000	99295	705	5
☿	1·96118 2·34139	2·12962	0·9723	392	63250 98000	80625	17375	85

Aus den Werten von λ_1 λ_2 folgt dann der Wert von λ aus*)

$$\nu_1 : \nu_2 : \nu = \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda.$$

Für diese Untersuchungen wird an Stelle des Verhältnisses der mittleren Bewegungen im Perihel und Aphel das Quadrat dieses Verhältnisses zugrunde gelegt [es ist $\nu_1 : \nu_2 = (\mu_1 : \mu_2)^2$] und so ausgeglichen, dass die oben angeführten harmonischen Zahlen streng erfüllt werden. Das Verhältnis

$$V = \left(\frac{\mu_2}{\mu_1}\right)^2 : \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)$$

wäre ohne diese Ausgleichung gleich 1; durch die Ausgleichung wird es merkwürdigerweise nur wenig geändert; die resultierenden Werte habe ich in der Colonne V eingetragen.

Kepler legt die ausgeglichenen Werte der λ an Stelle der μ der weiteren Untersuchung zugrunde; er bildet nun $\lambda^{\frac{2}{3}}$ und multipliciert mit dem für die Erde giltigen Werte $\lambda_0^{\frac{2}{3}}$, so dass für die Erde die Grundzahl 1·000 erhalten wird, womit dann die in der Colonne a' eingetragenen Zahlen resultieren, welche thatsächlich mit den Zahlen der Colonne a recht gut stimmen. Es ist dies natürlich, da ja die λ sehr nahe den μ entsprechen; es ist das Verhältnis $\mu : \lambda$ für die verschiedenen Planeten gleich 107·45, 107·28, 107·01, 107·14, 106·63, 109·31, so dass es bis auf kleine Abweichungen für die inneren Planeten ziemlich gleichgiltig ist, ob man die wirklichen mittleren Bewegungen μ oder die „ausgeglichenen" λ verwendet.

Kepler konnte nunmehr sein drittes Gesetz als res certissima exactissimaque aussprechen: Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich wie die dritten Potenzen der mittleren Entfernungen von der Sonne.

*) V. Bd., pag. 283 und 319.

Das fünfte Buch der Harmonices mundi leitet er hiemit ein und fügt die beiden anderen Gesetze hinzu. Dieser Text lautet:*)

Simul autem demonstratum est a me, orbitam planetae esse ellipticam, et Solem, fontem motus, esse in altero focorum hujus ellipsis, itaque fieri, ut planeta, absoluto totius circuitus quadrante a suo aphelio, praecise mediocre habeat intervallum a Sole, inter maximam in aphelio et minimum in perihelio .... Sequitur amplius, quod duo quicunque arcus eccentrici diurni verissimi, aequaliter vere distantes, alter ab aphelio, alter a perihelio, juncti aequent duos diurnos medios**) .... demonstravi in Martialibus, proportionem apparentium arcuum diurnorum unius eccentri satis praecise duplam eversam esse proportionis suorum intervallorum a Sole***) .... Rursum hic aliqua pars mei Mysterii Cosmographici, suspensa ante 22 annos, quia nondum liquebat, absolvenda et huc inferenda est .... res est certissima exactissimaque, quod proportio, quae est inter binorum quorumcunque planetarum tempora periodica, sit praecise sesquialtera proportionis mediarum distantiarum, id est orbium ipsorum.

Mit den „ausgeglichenen" Werten der ν (welche den harmonischen Verhältnissen der Töne entsprechen) leitet Kepler neuerdings durch

$$\sqrt{\frac{\nu_1}{\nu_2}} = \frac{\mu_1'}{\mu_2'} = \frac{m}{n}$$

ausgeglichene Werte der mittleren Bewegungen im Perihel und Aphel ab und setzt dann nach seinem physikalischen Gesetze wieder die Distanzen umgekehrt proportional den mittleren Bewegungen; also:

$$\frac{a' + e'}{a' - e'} = \frac{n}{m}, \text{ woraus } \frac{e'}{a'} = \frac{n - m}{n + m},$$

woraus mit den bereits abgeleiteten Werten von a' die Werte von e' und hiemit $a' + e'$ und $a' - e'$ (Aphel- und Perihelddistanz) in Einheiten der Erdbahnhalbaxe folgen.†) Dass Kepler die Quadrate der μ benützt, kann nicht auffallen, denn es verhalten sich bei ihm die Wege genügend genau (satis praecise) umgekehrt wie die Quadrate der Distanzen; hingegen sind zwei Umstände auffällig: erstens, dass er zur Bestimmung der e' wieder auf die Quadratwurzeln aus den Verhältniszahlen ν übergeht, und zweitens, dass die Quadrate der μ thatsächlich den ein-

*) V. Bd., pag. 278.

**) Es ist $(1 - e\cos E)\frac{dE}{dt} = \frac{dM}{dt}$, daher für $E_1 = 180^0 - E$: $\frac{dE}{dt} + \frac{dE_1}{dt} = 2\frac{dM}{dt}$ bis auf Grössen von der Ordnung $e\frac{d^2E}{dt^2}$.

***) $dv = A\frac{dt}{r^2}$.

†) V. Bd., pag. 319.

fachen harmonischen Verhältnissen 1 : 2, 5 : 24, 2 : 3, 2 : 5, 3 : 5, 1 : 4, 1 : 32, 5 : 8 entsprechen.

Scheinbar mit der Geschichte der Planetentheorien nur in losem Zusammenhange stehend, aber dennoch auf dieselbe von nachhaltigem Einflusse, ist die Erfindung der Logarithmen. Denn indem die Multiplication und Division auf die Addition und Subtraction der Logarithmen zurückgeführt wurde, konnten ungesucht die Beziehungen zwischen den Vielfachen der Logarithmen, d. h. den Potenzen der Zahlen, ebenso wie früher die Multipla der Zahlen selbst fast durch den blossen Anblick erkannt werden. In seinen Planetentafeln (Tabulae Rudolphinae) gibt Kepler als Einleitung, um die Berechnungen zu erleichtern, eine solche Logarithmentafel.*) Diese enthält fünf Colonnen: I = Arcus quadrantis, II = Sexagesima scrupula, III = Logarithmi, IV = Quadrivicenae part. et scrup., V = Partes et sexages. privativorum, z. B.:

$$I = 70^0\ 20'\ 0''; \quad II = 56'\ 30''; \quad III = 6010{\cdot}39; \quad IV = 22^p\ 36';$$
$$V = 1^0\ 3'\ 43''.$$

Zum Verständnis dieser Tafel sei Folgendes bemerkt: Nach dem heutigen Gebrauche wäre V (in Sexagesimaltheilen der Einheit) das Argument der Tafel; dann ist III = $\log_n$ V (auf 7 Decimalen, von denen die letzten 2 durch einen Punkt abgetrennt sind); ferner ist II = 1 : V (ebenfalls in Sexagesimaltheilen der Einheit); I = arc sin II = arc cosec V und IV = 24 II. Es wäre daher, in Decimalen umgesetzt:

$$V = 1{\cdot}061944; \quad \log V = 0{\cdot}0261018 = \log \operatorname{cosec} 70^0\ 20'; \quad II = 0{\cdot}94167;$$
$$III = \log_n V = 0{\cdot}0601039.$$

Zur Rechnung werden nach Bedarf die Zahlen aus den Colonnen V (wenn grösser als 1) oder II (wenn kleiner als I) entnommen.**) Sehr grosse Zahlen werden durch Auflösung in das Sexagesimalsystem für Colonne II oder V passend gemacht, wobei dieselben auch verschiedene Benennungen erhalten können (z. B. 56° 30′ in II), wenn nur in dem Resultate auf diesen Umstand entsprechend Rücksicht genommen wird.

Eine zweite Tafel gibt Logarithmen und Antilogarithmen, welche die natürlichen Logarithmen der sinus und cosinus sind, also:

Logarith = $\log_n$ cosec Arg.; Antilogarith = $\log_n$ sec Arg.

Der $\log_n$ cot Arg. heisst Mesologarithmus und wird in einer Specialtafel für die ersten 10° (Tangenten für die Breiten der Planeten) tabuliert.

---

*) Der Canon mirificus von Neper erschien einige Jahre vorher (1614).

**) Natürlich kann mit den Logarithmen der reciproken Werte ebenso gerechnet werden, wie mit den Logarithmen selbst, denn es ist $\log \frac{1}{xy} = \log \frac{1}{x} + \log \frac{1}{y}$ und wenn die Logarithmen der reciproken Werte tabuliert sind, so erhält man aus der Summe der Logarithmen der reciproken Werte sofort $x\,y$.

Das 5. und 6. Buch der Epitome Astronomiae Copernicanae und die Tabulae Rudolphinae geben nunmehr die theoretischen Principien der Planetenbewegungen und die aus denselben abgeleiteten Tafeln. Für diese gibt er die folgenden Elemente:

	Mittlere Länge 1600	Siderische Umlaufszeit*)	Mittlere tägliche tropische Bewegung*)
Saturn	$6^s\ 28^0\ 26'\ 39''$	$29^a\ 174^d\ 4^h\ 58^m\ 25^s\!.5$	$0^0\ 2'\ 0''\!.590$
Jupiter	5 10 44 35	11 317 14 49 31·9	0 4 59·266
Mars	10 7 14 47	1 321 23 31 56·8	0 31 26·653
Erde**)	9 20 55 23	365 6 9 26·72	0 59 8·329
Venus	11 22 23 11	224 17 53 2·2	1 36 7·828
Mercur	2 6 47 19	87 23 15 36·0	4 5 32·590

	Grösste Entfernung	Kleinste Entfernung	Mittlere Entfernung	Numerische Excentric.	Grösste Gleichung optische	Grösste Gleichung physische
Saturn	10·05147	8·96860	9·51000	0·05700	$3^0 16' 7''$	$3^0 15' 57''$
Jupiter	5·45074	4·94926	5·20000	0·04822	2 45 53	2 45 45
Mars	1·66465	1·38234	1·52350	0·09263	5 19 14	5 18 30
Erde	1·01800	0·98200	1·00000	0·01800	1 1 53	1 1 53
Venus	0·72914	0·71912	0·72414	0·00694	0 23 48	0 23 48
Mercur	0·46956	0·30656	0·38806	0·21000	12 11 23	12 1 57

	Neigung der Bahn	Ort des aufsteig. Knotens	Ort des Aphels***)	Jährl. trop. Bewegung des Knotens	Jährl. trop. Bewegung des Aphels
Saturn	$2^0 32' 0''$	$20^0 59' 59''$ ♋	$25^0 57' 36''$ ♐	71″45	75″68
Jupiter	1 19 20	5 25 58 ♋	6 52 1 ♎	3·50	47·18
Mars	1 50 30	16 44 32 ♉	28 59 54 ♌	39·74	66·95
Erde	—	—	5 44 8 ♋	—	61·63
Venus	3 22 0	13 0 45 ♊	1 14 22 ♒	47·00	78·05
Mercur	6 54 0	12 25 22 ♉	12 49 48 ♐	85·24	104·82

Die Tafeln selbst enthalten nur die zur Berechnung des heliocentrischen Ortes nötigen Daten, demnach die Mittelpunktsgleichung und den Radiusvector, aber, um die Auflösung der transcendenten Gleichung $M = E + e \sin E$ zu umgehen, mit der excentrischen Anomalie als Argument. Die Tafeln haben vier Columnen: in der ersten „Anomalia

*) Die Jahre sind egyptische Jahre zu 365 Tagen; die siderischen Bewegungen um 0″.1396 kleiner.

**) Tropische Umlaufszeit $365^d\ 5^h\ 49^m\ 15^s\!.77$; Bewegung im Aphel 57′ 13″, im Perihel 61′ 3″.

***) Länge der Bahn (Ω, i und Π) für 1600. Die Werte aus den Rudolfinischen Tafeln; die in den Epitome angegebenen Werte weichen von diesen nicht unbeträchtlich ab.

eccentri cum aequat. parte physica" ist nebst dem Argumente der Wert $\triangle = e \sin E$ enthalten; die mittlere Anomalie folgt dann aus $M = E + \triangle$. Die zweite Columne „Intercolumnium cum logarithmo" enthält den Coefficienten $x = (v_2 - v_1) : (M_2 - M_1)$ in Sexagesimaltheilen, so dass für die Interpolation

$$v - v_1 = x\,(M - M_1)$$

ist und die Multiplication durch den beigefügten natürlichen Logarithmus des reciproken Wertes auch umgangen werden kann. Die dritte Columne „Anomalia coaequata" enthält die zur gegebenen excentrischen Anomalie gehörige wahre Anomalie (nebst den Differenzen der aufeinanderfolgenden Werte); die vierte Columne „Intervallum cum logarithmo" den zur excentrischen Anomalie gehörigen Radiusvector nebst dessen natürlichem Logarithmus.*) Die Tafel der Breiten gibt für das Argument der Breite (wahre Länge des Planeten — Länge des Knotens): 1. Die „Inclinatio", d. i. die heliocentrische Breite b; 2. den Mesologarithmus, d. i. $\log_n \cot b$; 3. „Reductio", d. i. die Reduction auf die Ekliptik, und 4. „Curtatio", d. i. die Kürzung des Logarithmus des Radiusvectors. Für die Berechnung hat man:

$$M = E + e \sin E \qquad v - \Omega = u$$

$$r \cos v = a\,[\cos E - e] \qquad \sin b = \sin u \sin i$$

$$r \sin v = a\sqrt{1 - e^2} \sin E \qquad l - \Omega = u - \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} i^2 \sin 2u$$

$$\log r_1 = \log r + \log \cos b.$$

Auch für die Bewegung des Mondes um die Erde gelten, wie schon erwähnt, dieselben Gesetze, wie für die Bewegung der Hauptplaneten um die Sonne. Aber eine Schwierigkeit bietet hier die Veränderlichkeit der Excentricität, welche in Form einer Veränderlichkeit der grössten Gleichung auftritt. Die grösste Gleichung, wenn sie zur Zeit der Syzigien auftritt, ist ja eine andere, als wenn sie zur Zeit der Quadraturen auftritt. Gerade dieser Umstand, welcher für die epicyklische Theorie keine wesentlichen Schwierigkeiten bereitete, war für Keplers physikalische Theorie ein schwer zu überwindendes Hindernis. Mit einer elliptischen Bahn konnte er diese Ungleichheit ebenso wie die Variation nicht gut vereinigen. Heute wissen wir ja, dass die Bahn des Mondes nur sehr wenig Ähnlichkeit mit einer Ellipse hat; aber die Messungen der Monddurchmesser hatten zu Keplers Zeiten noch nicht die Sicherheit, um jene Schlüsse zu gestatten, welche durch andere Methoden der Messung der Entfernungen bei den Planeten erzielt wurden. Und so kommt es, dass die Kepler'sche Mondtheorie noch weitaus nicht das leistet, was seine Planetentheorien

*) Auszüge aus diesen Tafeln sind in der Ausgabe von Frisch (im VI. Bande) enthalten.

leisten; sie ist eben auch nichts weiter, als eine empirische Darstellung der beobachteten Längen unter Zugrundelegung der elliptischen Hypothese.

Kepler unterscheidet drei verschiedene Gleichungen: 1. Die Anomalia soluta ist die elliptische Bewegung. Ist der Mond in L (Fig. 25), die Richtung des Apogäums ABD, so wird die zum Winkel $DBL = E_1$ gehörige Zeit gemessen durch die Fläche DAL und die optische Gleichung ist ALB; die grösste optische und die grösste physische Gleichung sind je $2^0\,30'$. 2. Die Strahlen der Sonne bewirken eine Verstärkung der Wirkung, die inaequalitas menstrua; diese zerfällt in zwei Theile; der erste Theil die inaequalitas temporanea, der zweite Theil die perpetua.

Der erste Theil tritt auf ausserhalb der Syzigien. Ist AH oder AG (nach einer oder der anderen Seite) die Richtung zur Sonne, und steht der Mond in derselben Richtung, also in den Syzigien, so verschwindet die zweite Ungleichheit. Ist zur Zeit der Syzigien die Richtung des Apogäums AD senkrecht auf AH, so tritt eben der Fall der grössten Gleichung in den Syzigien auf; sie ist $5^0\,0'$. Fällt aber die grösste Gleichung zu einer Zeit, wo die Richtung zur Sonne HAG mit der Richtung des Apogäums AD zusammenfällt, d. h. fällt die grösste Gleichung in die Quadraturen, so ist sie um die Hälfte grösser, nämlich $7^0\,30'$. Kepler misst daher die Grösse derselben durch eine in die Richtung AH fallende Strecke AC, welche, mit dem Mondorte L verbunden, die Grösse dieser Gleichung bestimmt. Denn, steht dann der Mond in derselben Richtung AH, so verschwindet die Gleichung, da die drei durch die angegebene Strecke und den Mondort bestimmten Punkte in einer Geraden liegen. Würde aber auf AH eine constante Strecke AC angenommen sein, so würde die grösste aus derselben resultierende Gleichung einen constanten Wert in allen Quadraturen — auch in jenen, in denen der Mond in den Apsiden ist — erreichen. Da dieses nicht der Wahrheit entspricht, so muss AC veränderlich sein, und zwar so, dass es verschwindet, wenn $HAD = 90^0$ ist (Quadraturen in den Apsiden) und ein Maximum wird für $HAD = 0^0$ oder 180^0 (Quadraturen zur Zeit der grössten Anomalia soluta), in welchem Falle die grösste elliptische Gleichung um die Hälfte, d. i. um den Betrag der physischen Gleichung vermehrt erscheint. Für die Grösse AC nimmt daher Kepler die Projection von AB auf AH und für das Mass die Fläche ACL. Die Berechnung wird aber einfacher, wenn man das Dreieck ACL als Differenz zweier anderer BZL und BZA auffasst; es ist nämlich:

$$ACL = \tfrac{1}{2}\,AC \,.\, Ll' = \tfrac{1}{2}\,BZ\,(Ll - ll') = \tfrac{1}{2}\,BZ \,.\, Ll - \tfrac{1}{2}\,BZ \,.\, ZA$$

und ferner

$$BZL = \tfrac{1}{2}\varepsilon \cos(\odot - \pi) \,.\, a \sin(\mathfrak{C} - \odot) \,.\, \frac{360^0}{a^2\pi} =$$

$$= \tfrac{1}{2} e \,[\sin(\mathfrak{C} - \pi) + \sin(\mathfrak{C} + \pi - 2\odot)]$$

$$AZB = \tfrac{1}{2}\varepsilon \cos(\odot - \pi) \,.\, \varepsilon \sin(\odot - \pi) \,.\, \frac{360^0}{a^2\pi} = \tfrac{1}{2} e^2 \sin 2(\odot - \pi).$$

Dieses zweite Dreieck AZB, dessen Berechnung auch übergangen werden kann, nennt Kepler particula exsors;*) sein grösster Wert ist (für $CAB = 45^0$) gleich $0^0\,3'\,25''$. Der Betrag von AZB wäre von BZL abzuziehen. Da

$$\mathfrak{C} + \pi - 2\odot = (2\,\mathfrak{C} - 2\odot) - (\mathfrak{C} - \pi) = 2D - M$$

wenn $\mathfrak{C} - \odot = D$ und $\mathfrak{C} - \pi = M$ die Distanz zwischen Mond und Sonne und die mittlere Anomalie des ersteren bedeuten, so wird die Fläche des Dreieckes ACL:

$$\tfrac{1}{2} e \sin M + \tfrac{1}{2} e \sin(2D - M).$$

Der Maximalwert folgt für $M = 90^0$ und $D = 270^0$ oder für $M = 270^0$ und $D = 90^0$ gleich $2^0\,30'$. Auch hier tritt ein Theil der Mittelpunktsgleichung $\frac{1}{2} e \sin M$ zur Anomalia soluta hinzu, so dass e eigentlich zu klein ist; bei Tycho ist dieser Theil $\pm \rho \sin M$, wo ρ der Halbmesser des Kreises AA_1B ist (Fig. 13).

Der zweite Theil, die aequatio perpetua, hängt nur von der linea copularum AH ab; es ist die Tychonische Variation. Kepler misst sie durch die Fläche $ERXA$, wenn R der Schnittpunkt des mit dem Halbmesser $AB = \varepsilon$ beschriebenen Kreises mit dem Radiusvector AL des Mondes ist. Es folgt daher der numerische Wert $\varepsilon \sin(\mathfrak{C} - \odot) \,.\, \varepsilon \cos(\mathfrak{C} - \odot)$, daher

$$\tfrac{1}{2}\varepsilon^2 \sin 2D \,.\, \frac{360^0}{a^2\pi} = e^2 \,.\, \sin 2D.$$

Der Coefficient (welcher hier nur $6'\,36''$ wäre) wird aber so weit vergrössert, dass er die Variation wirklich darstellt; der Vergrösserungsfactor ist bei Kepler $7\frac{3}{4}$, es ist daher die geometrische Repräsentation der Mondbahn bei Kepler auch nur eine Fiction, genau so wie bei Tycho; der Wert der Variation ist eigentlich $51' \sin 2D$.

Der Coefficient derselben ist gegen Tychos Annahme nicht unbeträchtlich vergrössert und nahe um $12'$ zu gross. Den Wert hatte Kepler aber nicht aus Beobachtungen abgeleitet, sondern aus physikalischen Gründen. Er nimmt nämlich — ziemlich willkürlich — an, dass der Mond unter der blossen Einwirkung der Erde in einem siderischen

*) VI. Bd., pag. 472; mit $e = 0{\cdot}04362$ wird $\frac{1}{2} e^2 = 3'\,18''$; auf das Zeichen braucht in dieser Darstellungsweise nicht speciell Rücksicht genommen zu werden, da die trigonometrischen Functionen es mit bestimmen.

Jahre genau 12 Umläufe*) vollführen würde; den Überschuss über diese 12 Umläufe 132° 45′ schreibt er der Einwirkung der Sonne zu, so dass auf einen Viertelumlauf 2° 41′ kommen. Hieraus wird der Wert der Variation folgendermassen abgeleitet: Der Betrag 2° 41′ entspricht der Summe aller Einzelwirkungen, d. h. der Fläche des Viertelkreises selbst; es wird daher

$$\text{Variation: } 161' = \tfrac{1}{2}\varepsilon^2 \sin 45^2 : \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 \pi = 1 : \pi$$

und daraus

$$\text{Variation} = 161' : \pi = 51'3.$$

Die mannigfachen Veränderungen, welche Kepler im Laufe der Zeiten an der Mondtheorie vornahm und welche mit einer Transformation der Tychonischen Epicykeln begannen, finden sich gesammelt im dritten Bande der Ausgabe von Frisch unter dem gemeinsamen Titel „De Luna". Es würde zu weit führen, auf diese Details hier einzugehen; es mag nur bemerkt werden, dass er für die Bestimmung der Variation zuerst den folgenden Weg einschlug: der grösste Wert der Evection 2° 29′ 30″ entsteht durch die Summation der sinus über einen Viertelkreis; der grösste Wert der Variation durch die Summation der sinus über einen Achtelkreis; es müsse sich daher die Variation zur Evection verhalten, wie diese betreffenden Summen.**) Die Darlegung ist durch die gleichzeitige Einführung des für 1° giltigen mittleren Wertes 1′ 40″ etwas getrübt.

Die vierte Ungleichheit des Mondes in Länge, die jährliche Gleichung hatte Kepler in derselben Weise wie Tycho, aber bereits in ihrer wahren Grösse, berücksichtigt.***) Kepler gibt in den Rudol-

*) Der Mond vollführt in einem siderischen Jahre = 365ᵈ25656, wenn seine siderische Bewegung nach Kepler 13° 10′ 35″ täglich angenommen wird, 13 Umläufe + 132° 45′ 45″; es kommen daher von diesem Überschusse auf einen Umlauf 10° 12′7, auf einen Viertelumlauf 2° 33′2. Nun ist die Summe der sämmtlichen Rechtecke (Kepler nimmt statt dessen hier die Dreiecke RAX), wenn es sich um die Summation der Wirkungen handelt, durchaus nicht der Viertelkreis, sondern

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^2 \sin 2D \, dD = 2e^2$$

und — alle anderen Schlüsse als richtig vorausgesetzt — wäre dann

$$\text{Variation} : 153'2 = e^2 \sin 45^2 : 2e^2 = 1 : 4$$

oder die Variation gleich 38′3, merkwürdigerweise nahe richtig.

**) III. Bd., pag. 645. Da die Summe der sinus bis 45° gleich 17·13, die Summe derselben bis 90° gleich 57·79 ist (für jeden ganzen Grad des Quadranten), so würde

$$\text{Variation} : 149'5 = 17{\cdot}13 : 57{\cdot}79,$$

somit die Variation gleich 44′5 folgen. Es ist nicht klar, warum Kepler diesen jedenfalls besseren Wert nicht adoptierte.

***) Es scheint nur auf einem Irrtum zu beruhen, wenn Dreyer behauptet, dass erst Horrox den wahren Betrag der jährlichen Gleichung fand. (S. die deutsche

finischen Tafeln drei Tabellen für die Zeitgleichung. Die erste ist die unveränderte Tychonische für den Mond (die zweite pag. 112); die zweite Kepler'sche theile ich zunächst im Auszuge mit:

II. Pars aequationis a Tychone rejecta.*)

	a +	b −	a +	b −	a +	b −	a +	b −	a +	b −	a +	b −	
	0^s		1^s		2^s		3^s		4^s		5^s		
0^0	$0^0\ 0'$	$0^0\ 0'$	$1^0\ 3'$	$1^0 42'$	$1^0 48'$	$2^0 55'$	$2^0\ 4'$	$3^0 21'$	$1^0 46'$	$2^0 53'$	$1^0\ 1'$	$1^0 40'$	30^0
5	0 11	0 18	1 12	1 57	1 53	3 3	2 3	3 20	1 41	2 44	0 52	1 24	25
10	0 22	0 35	1 20	2 11	1 57	3 10	2 2	3 17	1 34	2 33	0 42	1 8	20
15	0 32	0 53	1 28	2 23	2 0	3 15	1 59	3 13	1 27	2 21	0 32	0 51	15
20	0 43	1 10	1 36	2 36	2 2	3 18	1 56	3 8	1 19	2 8	0 21	0 35	10
25	0 53	1 26	1 42	2 47	2 3	3 21	1 52	3 1	1 10	1 54	0 11	0 17	5
30	1 3	1 42	1 48	2 55	2 4	3 21	1 46	2 53	1 1	1 40	0 0	0 0	0
	− | +		− | +		− | +		− | +		− | +		− | +	
	11^s		10^s		9^s		8^s		7^s		6^s		

Aus der ersten Tafel erhält man mit dem Argumente $\odot$ = wahre Sonnenlänge die Reduction der ekliptikalen Bögen auf aequatoreale; aus der ersten Colonne der zweiten Tafel entnimmt man mit dem Argumente wahre Anomalie der Sonne, also mit $\odot - \pi = \odot - 95^0\ 30'$, die Mittelpunktsgleichung, so dass die Summe $\mathrm{I} + \mathrm{II}\,a$ (mit den entsprechenden Zeichen) die wirkliche, bei allen Zeitreductionen zu verwendende Zeitgleichung ist. Sie stimmt mit der Tychonischen bis auf die Constante $-\ 7^m653$, welche Kepler weglässt, überein und ist in der ersten Colonne der dritten Tafel mit dem Argument wahre Länge der Sonne eingetragen.

Kepler fand aber, dass man mehr als das Doppelte von der wahren Zeitgleichung weglassen müsse, wenn alle Beobachtungen dargestellt werden sollen. Tycho Braheus observata sua in Luna conciliare aliter non potuit, nisi abjiceret aequationis temporis illam partem, quae est propter aequationes Solis .... At ne sic quidem Braheus omnia

---

Übersetzung von M. Bruhns, pag. 359.) Wolf (Handbuch der Astronomie, 1890, I. Bd., pag. 455) schreibt die Entdeckung der jährlichen Gleichung überhaupt Kepler zu. Riccioli hat bereits in seinem Almagestum novum die Verdienste Tychos und Keplers ganz richtig hervorgehoben (I. Bd., pag. 180). Allerdings lässt er dieselben nicht als Verdienste gelten, denn er so wie Bullialdus verwerfen diese Art der Modification der Zeitgleichung, für welche sich ein Grund aus der Bewegung der Sonne nicht geben lässt (Unterschiede zwischen wahrer und mittlerer Zeit müssen eben dieselben für den Mond wie für jeden anderen Himmelskörper sein), und die Finsternisse stimmen ihm angeblich auch ohne die erwähnte Correction.

*) a = Astronomica, b = Physica.

observata tuetur, quin potius obtasset, ut multo majus esset id, quod abjicit: et ecce haec nostra praesens aequatio superat illam amplius quam duplo.*) Den Überschuss, welcher zur Tychonischen Zeitgleichung für den Mond (Tafel I) hinzugelegt werden muss, gibt die Colonne b der Tafel II, ebenfalls mit dem Argumente $\odot - 95^0\,30'$, und es ist also $\mathrm{I} + \mathrm{II}\,b$ die wahre, für den Mond zu verwendende Zeitgleichung, welche, in Zeit umgesetzt, mit dem Argumente $\odot$ in der zweiten Colonne der dritten Tafel enthalten ist.

Es ist also, wenn Z die wahre Zeitgleichung, Z_1 die Tychonische, Z_2 die Kepler'sche für den Mond bedeuten und x, y die betreffenden den beiden Colonnen der Tafel II entnommenen Werte sind:

$$Z = Z_1 + x; \quad Z_1 = Z - x$$
$$Z_2 = Z_1 + y = Z - x + y$$

und da y, wie man leicht findet, gleich $-\,1{\cdot}626\,x$ ist, so wird:

$$Z_2 = Z - 2{\cdot}626\,x.$$

Es ist aber (s. pag. 113) die Reduction der zur Berechnung verwendeten Zeit auf die mittlere Anomalie

nach Tycho: $M_1 - M = \mu\,(Z_1 - Z) = -\,\mu\,x$

nach Kepler: $M_2 - M = \mu\,(Z_2 - Z) = -\,2{\cdot}626\;\mu\,x$
$= 2{\cdot}626\,(M_1 - M) = +\,11{.}'8 \sin v_\odot.$

Die für die Berechnung der ersten Ungleichheit (Aequatio soluta) für den Mond nötigen Formeln geben

$$v = M - 2\,e \sin M + \tfrac{5}{4}\,e^2 \sin 2\,M.$$

Bringt man hier noch die zweite Ungleichheit und die Variation an, wobei man die particula exsors vernachlässigt,**) so wird:

$$v = M - 2\,e \sin M + \tfrac{5}{4}\,e^2 \sin 2\,M - \tfrac{1}{2}\,e \sin (2\,D - M + 7{\cdot}75\,e^2 \sin 2\,D,$$

wobei eigentlich, da wieder die mittlere Anomalie M_2 für eine andere Zeit verwendet wird (in den trigonometrischen Functionen, die mit e und e^2 multipliciert erscheinen, braucht auf diesen Umstand nicht Rücksicht genommen zu werden):

$$v = M_2 - \tfrac{5}{2}\,e \sin M + \tfrac{5}{4}\,e^2 \sin 2\,M - \tfrac{1}{2}\,e \sin (2\,D - M) + 7{\cdot}75\,e^2 \sin 2\,D,$$

daher, wenn für M_2 sein Wert $M + 11{.}'8 \sin v_\odot$ eingesetzt und für die Coefficienten ihre numerischen Werte substituiert werden:

$$v = M - 6^0\,15{.}'0 \sin M + 8{.}'2 \sin 2\,M - 1^0\,15{.}'0 \sin (2\,D - M) + 51{.}'0 \sin 2\,D + 11{.}'8 \sin v_\odot.$$

Die Constanten des Mondes sind:

---

*) VI. Bd., pag. 436.

**) Eine Vernachlässigung ist es ohnedies nur nach der Darstellungsweise Keplers.

	Umlaufszeit				Mittlere tägliche Bewegung			langsamste stündliche Bewegung		schnellste Bewegung	
Siderisch . .	27^d	7^h	43^m	5^s1	13^0	$10'$	$35''0188$	$30'$	$15''$	$36'$	$0''$
Anomalistisch	27	13	18	35·0	13	3	53·9459	29	58	35	42
Breite . . .	27	5	5	35·8	13	13	45·6591	—		—	
Synodisch . .	29	12	44	3·5	12	11	26·6916	—		—	
Apogäum . .	3231	6	0		0	6	41·08	—		—	
Knoten . . .	6798	3	50		0	3	10·64	Excentricität 0·04362			

Die Kepler'sche Mondtafel zerfällt nebst den Bewegungen der Argumente in drei Theile. Der erste betrifft die Anomalia soluta und ist mit dem Werte der grössten Gleichung $= 5^0\ 0'$ genau so eingerichtet, wie die Tafeln der Planeten. Sie gibt in drei Columnen die Anomalia eccentri cum aequationis parte physica, in der zweiten das Intercolumnium, in der dritten die Anomalia coaequata. Das Intervallum (Radiusvector) wird nicht gegeben, weil an Stelle desselben eine Specialtafel der Parallaxen tritt. Die zweite Tafel für die Evection ist auszugsweise die folgende:

Argumentum menstruum				Scrupula annua, menstrua	Argumentum annuum				Particula exsors
Subtrahe		Adde		a					b
0^0	180^0	180^0	360^0	$0'\ 0''$	90^0	90^0	270^0	270^0	$0'\ 0''$
10	190	170	350	10 25	80	100	260	280	1 11
20	200	160	340	20 31	70	110	250	290	2 12
30	210	150	330	30 0	60	120	240	300	2 57
40	220	140	320	38 34	50	130	230	310	3 22
50	230	130	310	45 58	40	140	220	320	3 22
60	240	120	300	51 58	30	150	210	330	2 57
70	250	110	290	56 23	20	160	200	340	2 12
80	260	100	280	59 5	10	170	190	350	1 11
90	270	90	270	60 0	0	180	180	360	0 0

Sie enthält die Grösse $a = 60' \sin x$ und $b = 3'\ 25'' \sin 2x$ mit dem Argumente x; $x = \odot - \pi$ = Argumentum annuum gibt die particula exsors und die scrupula annua s. Aus derselben Colonne entnimmt man mit dem Argumente $x = D$ = argumentum menstruum die scrupula menstrua S, und dann ist die Correction $\frac{5}{2} . s . S$. Es ist, nachdem der Betrag $2\ e \sin M$ als Anomalia soluta berücksichtigt wurde, die Evection

$$\tfrac{1}{2}\ e \sin M + \tfrac{1}{2}\ e \sin (2\ D - M) = e \sin D \cos (\odot - \pi)$$

und da $S = 60' \sin D$; $s = 60' \cos (\odot - \pi)$, während $e = 2^0\ 30' = 2{\cdot}5$ ist, so wird, wenn S als in Bogenminuten und Secunden ausgedrückt erscheint und s als Bruchtheil im Sexagesimalsystem aufgefasst wird, 2·5 ein numerischer Coefficient sein.

Über die Variation und jährliche Gleichung ist schon früher das Nötige erwähnt worden.

Die Kepler'sche Theorie der Breiten des Mondes wird am klarsten aus seiner Tafel selbst, von welcher hier zunächst ein Auszug folgt:

Distantia Solis a ☊ vel ☋	I Augment. Anguli soluti	II Inclinatio limitis menstrui	III Adde Prosth. ☊ Pro Tychone	IV Adde Prosth. ☊ Pro Ecl. etiam salvandis	
0⁰	18′ 0″	18′ 0″	0⁰ 0′ 0″	0⁰ 0′ 0″	180⁰
10	17 28	17 44	0 33 32	0 3 54	170
20	15 54	16 55	1 2 51	0 25 58	160
30	13 30	15 36	1 25 12	1 3 54	150
40	10 34	13 47	1 37 15	1 34 48	140
45	9 0	12 44	1 39 46	1 39 46	135
50	7 26	11 34	1 37 23	1 34 56	130
60	4 30	9 0	1 26 50	1 5 6	120
70	2 6	6 9	1 4 53	0 26 48	110
80	0 32	3 8	0 34 12	0 4 2	100
90	0 0	0 0	0 0 0	0 0 0	90
			Subtrahe		

Schreibt man an Stelle der veränderlichen Neigung $5^0 9' - 9' \cos 2D$, wie sie bei Tycho auftritt: $5^0 + 18' \sin D^2$, so entsteht die erste Kepler'sche Form. Mit dem Argumente D hat man die Prosth. Nodorum x aus III und das Increment der Breite y aus I zu entnehmen;*) dann ist das corrigierte Argument der Breite $B = ☾ - ☊ + x$; mit diesem wird aus der Tafel der Sinus (für die Evection) der Wert entnommen (die scrupula menstrua S), und durch Multiplication mit 5^0 erhält man die Breite β. Das aus y resultierende Increment erhält man gleich $\frac{1}{5} \beta . y$. Es ist daher nicht zu übersehen, dass in dieser ersten Methode der Breitenbestimmung die Überschrift $☉ - ☊$ ungiltig ist.

Die Bedeutung der Colonne IV und die zweite Methode wird aus dem Folgenden klar:

In erster Linie handelte es sich um die Darstellung der Finsternisse; in diesen aber ist sowol der Mond als auch die Sonne nahe dem Knoten und daher D nahe 0. In diesem Falle aber ist das Zusatzglied der Neigung in der Tychonischen Darstellung gross und ziemlich constant**) (f); das Zusatzglied ist 18′ gegenüber der Neigung 5^0 und die

*) Wie leicht zu sehen, ist hier die ganze Colonne umzukehren, d. h. die Tafelwerte sind bez. für $0^0 : 0' 0''$; für $45^0 : 9' 0''$; für $90^0 : 18' 0''$.

**) Zum besseren Verständnisse führe ich hier die beiden, für diesen Punkt wesentlichen Stellen wörtlich an; die in Klammern eingeschlossenen Buchstaben geben

Änderung dieser Neigung nur 32″ (Kepler hat 16″) für $D = 10^0$ (*h*); hingegen ist die prosth. nodi von der Null aus stark anwachsend, und während für $B = 1^0$ das Increment der Breite 18′ sin 1^0 nur 19″ ist, wird die Verschiebung der Knoten 106′ sin $2^0 = 3'\ 34''$ (*k*). Daraus entsteht die Unbequemlichkeit, dass grosse Verschiebungen der Knoten stattfinden, wo es nicht notwendig ist (*g*) (ein Übelstand, der ganz analog demjenigen ist, der sich bei der späteren Berechnung der Elementenstörungen immer wieder fühlbar gemacht hat).

Die Grenzen der Mondesfinsternisse sind zwischen den Abständen vom Knoten 12^0 und 17^0 eingeschlossen, und diesen entsprechen Knoten-

die Stellen, auf welche der Text sich bezieht. In den Rudolfinischen Tafeln findet sich die folgende Bemerkung (Kepler, Opera, VI. Bd., pag. 588):

Non est autem res adhuc ex omni parte liquida (*a*). Tycho enim, cum angulo parvo inclinatam habeat orbitam lunae in copulis, etiam parvo angulo Lunam emittit e copulis, cum nodis Lunae existentibus. Id vero deprehendi ego valde adversum esse observationibus eclipsium, ut quae omnino testantur de angulo tanto, quanta fit in quadraturis Lunae latitudo; quasi una et eadem inclinatio hujus eccentri ad eclipticam maneat toto illo mense, quo Sol obambulat loca nodorum, Lunaque non tantum in magnam tunc latitudinem $5^0\ 18'$ evadat in quadris, sed etiam aequali ei angulo incipiat excurrere a Sole (*b*). Atqui si constans semper maneret angulus magnus per totum iter Lunae a Sole ad ejus quadratum, non posset Luna, cum nodos invenit in octantibus, latitudinem nihilo minus habere parvulam, quam tamen Tycho observationibus idoneis comprobavit (*c*).

Ferner findet sich eine hinterlassene Bemerkung vom 14./24. Mai 1627, in welcher es heisst (VI. Bd., pag. 648):

In illa igitur limes sic libratur, ut, cum ☉ est cum limite, maxima (*d*) sit ejus inclinatio et fere immobilis (*e*). At cum ☉ versatur circa nodos, inclinationis incrementa sint magna (*f*). Ex hanc re sequitur illud incommodi, quod prosth. nodorum sit magna, ubi non opportebat (*g*) .... Cum nodus est cum Sole, maxima debet esse inclinatio limitis. Et ita habet tabula, quia est dist. ☉ a ☊ 0^0. Est inclinatio 18′ 0″ et in 10 sequentibus gradibus non ultra 16″ demitur de hac maxima inclinatione limitis (*h*). Cum vero Sol est 90^0 a ☊ incrementum inclinationis limitis est 19′ et in gr. 10 fit 3′ 4″ (*i*). Quodsi dispensamus inclinationem 18′ ad modulum sinuum, sic ut ex sinu gradus unius 1745 nanciscamur modum inclinationis 0′ 19″, etsi hinc prosth. nodi fit 3′ 34″ (*k*). Certe si aliter dispensamus inclinationem, ut variationem, sic ut initio sit quantitas insensibilis, erit etiam prosth. nodi circa ☌ ☉ ☊ quantitas insensibilis (*l*). [In margine: Falleris (*m*).] Et hoc requirunt eclipses. Nam termini lunarium eclipsium sunt 12^0 et 17^0 quibus hoc pacto competit prosth. $39\frac{1}{2}$ et $54\frac{1}{2}$, per quos arcus multum deminuitur vel augetur latitudo, sc. per 3′ et 5′ (*n*). Et cum hoc non ferant eclipses (*o*), quid melius faciemus, quam ut inclinationem etiam in ☌ ☉ ☊ faciamus pene immobilem, libreturque limes in arcu non semidiametri, sed diametri, quod per se est concinnius, non subito relegere vestigia ab austro in boream, sed post cunctationem ob moram (*p*). Illud solum considera, an tabula lat. menstruae nitatur eodem fundamento (*q*). Et videtur quod sic, nam gradus 16 ☾ a ☉ (*r*), cum est ☌ ☉ ☊, addit 5′ latitudini (*s*). Sed cave ne aliud videatur, aliud sit. Opportet non ☾ a ☉ mittere, sed ☉ a ☊. Hic igitur in tota suprema linea additur nihil, Luna cum Sole versante (*t*). Est igitur etiam haec tabula menstrua mutanda (*u*).

verschiebungen von $106' \sin 24^0$ bis $106' \sin 34^0$, d. i. $39\frac{1}{2}'$ bis $54\frac{1}{2}'$, durch welche Breitenverschiebungen von $3'$ bis $5'$ entstehen (*n*). Diese Veränderungen, meint nun Kepler, vertragen die Finsternisse nicht (*o*), und da scheint er nun zunächst einen Versuch gemacht zu haben, die Schwankungen der Knoten empirisch nach dem Verhältnisse $\sin 2D^2$ statt $\sin 2D$ auszugleichen (die Zahlen sind für kleine D noch kleiner); der empirische Betrag dieser Gleichung der Knoten ist in Colonne IV eingetragen; diese Gleichung wird aber nicht weiter benützt (sie sollte wahrscheinlich nur vicarierend für III eintreten), was vielleicht daraus zu erklären ist, dass diese Untersuchungen gleichzeitig mit dem Drucke der letzten Bogen der Rudolfinischen Tafeln in Ulm entstanden. Kepler meint, wenn man über die Neigung so verfügen könnte, dass ihre Veränderungen auch im Beginne (d. h. wenn das Argument der Breite klein ist) klein bliebe, dann notwendig auch die prosth. nodi eine unmerkliche Grösse bliebe (*l*). In den Einleitungen zu den Rudolfinischen Tafeln fügt er nun hinzu, dass er darauf verfiel, dass in der Zeit, wenn die Sonne in der Nähe der Knoten weilt, die Neigung während eines ganzen Monates nahe constant bliebe (*b*). Wenn aber dies der Fall wäre, so könnte dann die Neigung keinesfalls kleiner sein, wenn der Knoten, also auch die in der Nähe befindliche Sonne, in den Octanten wäre, wie es die Tychonischen Beobachtungen erfordern (*c*), und so fiel er wieder in die der Tychonischen äquivalente Theorie zurück (relapsus in aequipollentiam Tychonicam), welche sich von dieser nur durch die Vereinigung der Constanten $9'$ mit dem Gliede $9' \cos 2D$ unterscheidet, wobei er jedoch die Tafel IV einschaltete.

Die Beziehung, in welche Kepler die Sonnenorte zu den Mondknoten bringt, hat also ihre Ursache nicht etwa in der Unrichtigkeit der Tychonischen Mondbreiten, wie dies Dreyer behauptet,*) welche ja, wie pag. 116 nachgewiesen, fast völlig richtig sind, sondern einzig und allein in dem Streben, die grossen Knotenverschiebungen, welche relativ kleinen Werten von D in der Nähe der Knoten entsprechen und jedenfalls etwas Befremdliches hatten, zu umgehen.

Wieso Kepler auf seine zweite Darstellung kam, ist aus den Rudolfinischen Tafeln nicht ersichtlich; im Gegentheile bemerkt er, dass die Untersuchungen noch nicht abgeschlossen, die Sache noch nicht ganz klar sei (*a*); wol aber gibt die Fortsetzung jener Notizen, die einige Tage später entstanden sein mag, einigen Aufschluss. Zur oben erwähnten Notiz über die Verringerung der prosth. nodorum fügt er in einer Randbemerkung hinzu, dass es ein Irrtum sei (*m*). Ein mit diesem vielleicht im Zusammenhange stehender Irrtum findet sich übrigens schon früher,

*) l. c. pag. 362.

wo er bemerkt, dass, wenn die Sonne 90° vom Knoten ist, die Neigung die grösste wäre (*d*) (dabei also immer vorausgesetzt, dass der Mond in der Nähe der Knoten ist, denn wenn die grösste Neigung stattfindet, d. i. in den Quadraturen, und die Sonne cum limite, d. i. in dem Orte der grössten Breite, 90° vom Knoten steht, so wird sich der Mond im Knoten befinden); dann aber ist die Breite des Mondes stark veränderlich, nicht aber fere immobilis (*e*); auch ist dann die Veränderlichkeit der Neigung (incrementum inclinationis limitis) klein, entgegengesetzt der Behauptung Keplers (*i*).

Nun aber kommt er auf die richtige Darstellung: er nimmt die Neigung in der Conjunction der Sonne mit den Mondknoten nahe unbeweglich und nimmt für den Coefficienten des Incrementes $18' \cos(\odot - \Omega)$ (*p*); dann aber muss die Tafel der Breiten geändert werden (*q* und *u*); dass hier an Stelle des Argumentes der Breite die Entfernung der Sonne vom Monde auftritt, also *D*, ersieht man ebenfalls (*r*, *t*). Hieraus entsteht aber ebenfalls in der Entfernung $D = 16^0$ für $\odot - \Omega = 0$ die Breite $18' \sin 16^0 = 4{\cdot}5'$ (*s*), was aber im Widerspruche mit dem früher Gesagten (*o*) steht, wenn nicht etwa diese Bemerkung sich auf die Verschiebung der Knoten bezieht. Hier ist also nunmehr das Zusatzglied zu der aus der Neigung 5° entstehenden normalen (ungestörten) Breite $= 5^0 \sin u$ in der Form $18' \cos(\odot - \Omega) \sin D$.

Aus der Tafel wird mit dem Argumente $\odot - \Omega$ die Inclinatio limitis menstrui $\Pi = 18' \cos(\odot - \Omega) = \Delta$ entnommen, und mit dem Argumente $\mathbb{C} - \odot = D$ der Betrag $\sin D$ (aus der vorhergehenden Tafel der Evection) die scrupula menstrua *S*, dann ist die wahre Breite

$$\beta = 5^0 \sin u + \Delta \,.\, S.$$

Überdies gibt Kepler auch eine Tafel mit doppeltem Eingange, die die Correction $\Delta \,.\, S$ sofort mit den beiden Argumenten *D* und $\odot - \Omega$ gibt.

Schreibt man die pag. 116 erwähnte Formel für die wahre Breite in der Form:

$$\begin{aligned} b &= 5^0\,9' \sin u + 9' \sin(2D - u) \\ &= 5^0 \sin u + 9' [\sin u + \sin(2D - u)] \\ &= 5^0 \sin u + 18' \cos(D - u) \sin D \\ &= 5^0 \sin u + 18' \cos(\odot - \Omega) \sin D \end{aligned}$$

so ist die Identität der Tychonischen und Kepler'schen Form sofort ersichtlich.

Es wurde bereits früher auf die verschiedenen Auffassungen hingewiesen, welche die Bewegung der Äquinoctien fand. Kepler war eher geneigt, die Bewegung der Äquinoctien als völlig gleichmässig anzusehen, wofür er zahlreiche Gründe anführt; doch zeigten die Beob-

achtungen zu entschieden ein Schwanken, und Kepler glaubte im Gegensatze zu Tycho, dieser Abweichung von der Gleichmässigkeit eine Realität zuschreiben zu müssen. So nahm er eine mittlere Schiefe AB (Fig. 26), welche er aus der physischen Hypothese bestimmte, dass die Summe der Flächenräume der heissen und der kalten Zone gleich sei der Fläche der beiden gemässigten Zonen. *) Die Praecession entsteht dann durch eine Drehung des Poles B des Äquators um die mittlere Lage A des Poles der Ekliptik. Um aber auch die Schwankungen der Schiefe zu erklären, nimmt Kepler an, dass sich der wahre Pol C der Ekliptik in einem kleinen Kreise um den mittleren Pol A dreht; den Halbmesser und die Geschwindigkeit bestimmt er aus den Beobachtungen von Ptolemäus und Regiomontan; die Resultate sind:**)

$$AB = \varepsilon_0 = 24^0\,17'\,42''; \quad AC = \rho = 2^0\,3'\,44''.$$

Die Umlaufszeit des Poles B beträgt 26017 Jahre, also 50″ jährlich, da die Bewegung von Ptolemäus bis Regiomontan, d. i. in 1614 Jahren, $22^0\,20'$ war; die Bewegung des Poles C in dem kleinen Kreise war in der Zwischenzeit $12^0\,17'$ retrograd siderisch oder $10^0\,3'$ direct tropisch, daher jährlich 27″4 retrograd siderisch oder 22″6 direct tropisch, folglich die siderische Umlaufszeit 47303 Jahre, die tropische hingegen 57815 Jahre.

In den Rudolfinischen Tafeln werden jedoch diese Werte geändert. Es werden fünf verschiedene Hypothesen tabuliert, was darauf hindeutet, dass Kepler der Bestimmung der Constanten keinen apodiktischen Wert beilegt. In der That kann man den Beobachtungen ohne einen 1′ übersteigenden Fehler durch alle fünf Hypothesen genügen. Sie sind, für ε_0, ρ, und das Argument $BAC = C$:

	ε_0	ϱ	Epoche Christi $= C_0$	$1000\,\gamma'$
I	$23^0\,40'\,55''$	$0^0\,12'\,24''$	$359^0\,14'\,40''$	$135^0\;4'\;0''$
II	24 17 40	1 47 40	110 27 0	4 37 47
III	24 17 40	1 47 40	107 35 0	6 25 36
IV	24 17 40	0 47 10	127 51 0	32 1 26
V	23 54 5	0 23 35	102 24 0	48 13 53.

Die wahre Schiefe der Ekliptik wird, wenn t in Jahren ausgedrückt wird:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - \rho \cos (C_0 + \gamma\, t).$$

Für die Kometenbahnen nimmt Kepler im Gegensatze zu Tycho gerade Linien an. Wäre die Erde unbeweglich, so müsste sich die geradlinige Bewegung der Kometen dadurch manifestieren, dass die scheinbare Bahn am Himmel genau ein grösster Kreis wäre. Dieses ist nun aber nicht der Fall, und die Abweichung rührt nach Kepler

*) VI. Bd., pag. 272.
**) VI. Bd., pag. 86.

von der Bewegung der Erde her. Daher sein Ausspruch: So viele Kometen am Himmel stehen, so viele Beweise für die Bewegung der Erde. Die Bewegung der Kometen ist nun allerdings nicht geradlinig; aber die Abweichung eines Parabelastes von der geraden Linie in jener Gegend, wo die Beobachtungen der Kometen nach ihrem Austreten aus den Sonnenstrahlen stattfinden konnten, ist nicht gerade so gross, dass sich nicht wirklich eine Gerade hätte finden lassen, welche die Beobachtungen mässig gut dargestellt hätte. In dem letzten Theile der Bahn, wo die Kometen bereits in grösserer Entfernung von der Sonne sind, rührt die Krümmung der scheinbaren Bahn thatsächlich von der Bewegung der Erde her. Dass die Bahn in der Sonnennähe eine sehr starke Krümmung hat, musste allerdings, wenigstens theilweise, bei den in sehr grosser Nähe von der Sonne beobachteten Kometen zutage treten. Allein vor den Kometen von 1607 und 1618 waren nur sechs Kometen derart beobachtet worden, dass man auch an eine Bestimmung der Bahn denken konnte und auch diese nur durch kurze Zeit (s. das hierüber im nächsten Abschnitte Gesagte). Der erste Komet, der in beiden Ästen seiner Bahn gesehen worden war, war der Komet von 1680, und da war es noch viel näher gelegen, die beiden Äste als nicht zusammengehörig zu betrachten, wie es auch thatsächlich Cassini that.

Kepler bestimmt die Kometenbahn in folgender Weise:

Legt man durch die geradlinige Bahn eine auf die Ekliptik senkrechte Ebene, welche hier Kürze halber als die Bahnebene des Kometen bezeichnet werden soll, so wird dieselbe die Erdbahn in einem Punkte Ω (Fig. 27) schneiden, welcher bestimmt ist: 1. durch die Richtung $S\Omega$, welche hier kurz als die „Richtung des Spurpunktes" bezeichnet werden soll;*) 2. durch die Richtung der Spur ΩX (oder der durch den Sonnenmittelpunkt dazu parallel gelegten Geraden); 3. durch die Neigung i der Bahn gegen die Ekliptik (Winkel zwischen dieser geradlinigen Bahn und ihrer Projection); 4. durch die Entfernung des Knotens K von Ω oder statt dessen durch den senkrechten Abstand irgendeines Punktes der Bahn von der Ekliptik. Würde die Spur der Kometenbahn die Erdbahn nicht schneiden, so würde z. B. die Lage und Länge des von der Sonne auf dieselbe gefällten Perpendikels die Richtung des Spurpunktes und der Spur ersetzen; doch tritt dieser Fall bei Kepler nicht auf.

In der Bahn selbst ist nun noch die Zeit des Durchganges durch den Knoten K oder durch irgendeinen anderen Punkt und die Geschwindigkeit des Kometen anzugeben, um die Bewegung des Kometen vollständig

*) Kepler hat diese Bezeichnungen ebensowenig wie Hevel, der die Keplersche Theorie auf zehn Kometen anwendet; sie wurden hier nur wegen der Kürze der späteren Darstellung gewählt.

zu definieren. Aber die Bewegung ergab sich aus den Beobachtungen nicht gleichmässig, und es ist daher erforderlich, den Abstand der Kometen von K für verschiedene Zeitpunkte oder den Abstand der Projection des Kometen von Ω, sie möge Kürze halber die curtierte Bewegung *(e)* heissen, anzugeben. Doch nimmt Kepler ein näherungsweise giltiges Gesetz an: Im Anfange ist die Bewegung gleichmässig, später wachsen die Geschwindigkeiten nach dem Gesetze der Tangenten oder nach einem anderen, ähnlichen Gesetze. In welchen Punkt der Bahn der „Anfang" zu setzen ist, welches das Gesetz der Bewegung vorher war, ob der Anfang der Zählung der Geschwindigkeiten (d. h. die gleichmässige Bewegung) mit dem Anfange der Erscheinung des Kometen zusammenfällt, bleibt unentschieden.

Um nun die Bahn des Kometen zu bestimmen, gibt Kepler dreissig Theoreme, aus welchen auf die relative Lage der Kometenbahn gegenüber der Erdbahn geschlossen wird. Diese Theoreme, so scharfsinnig sie auch zusammengestellt sind, geben immerhin nur eine Directive für die Schlüsse, keineswegs aber eine unzweideutige Bestimmung der Bahn selbst; die Berechnung muss doch immer von Fall zu Fall aus den gegebenen Beobachtungen vorbereitet werden. Einzelne der Theoreme haben übrigens auch mehr den Zweck, Einwürfe gegen seine Theorie zu widerlegen. So wird in dem Theorem 21 gezeigt, dass trotz der geradlinigen Bewegung ein Komet in sieben Monaten alle Zeichen des Thierkreises durchlaufen haben kann. Allerdings war angeblich früher ein Komet gesehen worden, der alle Zeichen des Thierkreises in einem Monat durchwandert haben sollte, was aber Kepler für eine unbegründete, irrige Darstellung hält.

Diese Theoreme wiedergeben, hiesse das betreffende Capitel aus Keplers Werk „De Cometis libelli tres" abschreiben. Es hat dieses aber umsoweniger Zweck, als schon Kepler bei der Untersuchung der Bewegung des Kometen von 1618 zu Versuchen seine Zuflucht nehmen musste, ein Verfahren, welches auch Hevel später noch einschlug.

Für den Kometen von 1607 schlägt Kepler den folgenden Weg ein: Zwischen dem 28. und 29. September war der Komet der Erde am nächsten, weil seine Bewegung am schnellsten war. Die Richtung dieses Sehstrahles war aber gegen $18\frac{1}{2}^0$ ♌ gerichtet; die Bahnebene steht senkrecht zur kürzesten Entfernung, daher ist die Richtung der Spur ΩX gegen $18\frac{1}{2}^0$ ♏ gerichtet; diese Richtung hatte der Sehstrahl vom 7. October, welcher demzufolge in der Bahnebene des Kometen lag. Daher ist der Spurpunkt der Ort der Erde vom 7. October, woraus sich die Richtung des Spurpunktes $14^0\ 17'$ ♈ ergibt. Da weiters für diesen Kometen die grössten Breiten mit der kleinsten Entfernung des Kometen

von der Erde zusammenfallen, so versucht Kepler die Annahme, dass die Bewegung des Kometen parallel zur Ekliptik erfolgt wäre, und findet diese Annahme durch die Beobachtungen bestätigt (allerdings nicht völlig streng, da die Perpendikel gegen das Ende der Bewegung zu wachsen). Die Orte des Kometen in seiner Bahn werden nun endlich dadurch bestimmt, dass für die Stellung T_1 der Erde (28./29. September) der Komet in der Erdnähe, seine Projection C_1 daher in dem von T_1 auf die Spur ΩX gefällten Perpendikel liegt. Wählt man daher für die Festlegung der Bahn die folgenden Elemente: die Länge von Ω, d. h. die Richtung von $S\Omega$ (mit Ω bezeichnet), die Länge von ΩX $(= x)$, wobei als Richtung der Spur diejenige in der Richtung der Bewegung (für den Kometen von 1607 in der Richtung des Pfeiles) gezählte angenommen wird; die Neigung i, d. i. die Neigung der Bahn gegen ihre Projection (also stets kleiner als 90°), u. zw. positiv auf der Seite der positiven Breiten, *) so dass, wenn das Perpendikel pP positiv, nämlich auf der Seite der positiven Breiten liegt, die in der Figur angegebene Neigung negativ wäre; weiters den Abstand des Knotens K vom Spurpunkte Ω $(= K)$ positiv in der Richtung der Bewegung; so gelten für den Kometen von 1607 die folgenden Elemente:

$$\Omega = 14^0\ 17'\ \Upsilon \qquad K = -\ 8{\cdot}5558$$
$$x = 18\ \ 30\ \ \mathfrak{m} \qquad i = +\ 6^0\ 15',$$

K und i aus den Perpendikeln p und den curtierten Bewegungen e von September 29 und October 26 berechnet.

Zählt man die Perpendikel p positiv auf Seite der positiven Breiten und die e positiv auf der Seite der positiven K, und bezeichnet man die heliocentrische Länge der Erde mit L (die Erdbahn kann dabei natürlich als kreisförmig mit dem Radius 1 angesehen werden), die heliocentrischen Coordinaten des Kometen mit l, b, r, die geocentrischen mit λ, β, Δ (r und Δ als curtierte Entfernung), so hat man die folgenden Formeln zur Berechnung des heliocentrischen Ortes aus den Elementen:

$$p = (e - K) \operatorname{tg} i$$
$$r \sin (\Omega - l) = e \sin (\Omega - x)$$
$$r \cos (\Omega - l) = 1 + e \cos (\Omega - x).$$

Da weiters

$$T\Omega S = 90^0 - \tfrac{1}{2}(\Omega - L); \quad T\Omega p = (\Omega - x) - [90^0 + \tfrac{1}{2}(\Omega - L)]$$

und die Sehne $T\Omega = s = 2 \sin \frac{1}{2}(\Omega - L)$ ist, so wird zur Berechnung des geocentrischen Ortes:

*) Zeichenunterschiede kommen natürlich bei Kepler nicht vor; sie sind hier nur wegen der allgemeinen Giltigkeit der unter Rücksichtnahme auf dieselben abgeleiteten Formeln gewählt.

$$\Delta \sin (x - \lambda) = -2 \sin \tfrac{1}{2} (\Omega - L) \cos [x - \tfrac{1}{2} (\Omega + L)]$$
$$\Delta \cos (x - \lambda) = e + 2 \sin \tfrac{1}{2} (\Omega - L) \sin [x - \tfrac{1}{2} (\Omega + L)]$$
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{p}{\Delta}.$$

Wenn $e = 0$, $K = \infty$, so wird selbstverständlich p constant.

Für den Kometen von 1618 war die Discussion der Beobachtungen nicht so einfach. Kepler fand es für notwendig, zunächst eine geocentrische Bahn zu berechnen, für welche er aus den Beobachtungen von 1618 November 29 und 1619 Jänner 3 die Länge des aufsteigenden Knotens $16^0\,18'$ ♏, die Neigung gleich $63^0\,20'$ fand (gegen die Ekliptik). Hiemit rechnet er sodann eine Ephemeride mit ausgeglichenen geocentrischen Bewegungen, welche er bei der späteren Darstellung der wahren Bahn benützt. Das Argument der Breite am 24. November gleich $3^0\,51'$, am 20. Jänner gleich $102^0\,4'$ gibt für die Bewegung in der Zwischenzeit $98^0\,13'$; die tägliche Bewegung ist anfänglich $2^0\,12'$, steigt langsam an und ist zwischen dem 4. und 5. December $3^0\,21'$, nimmt dann wieder ab und ist am Ende der Sichtbarkeit des Kometen $37'$.

Schon diese Darstellung ist durchaus keine ausreichende. Gemäss dem Orte des Knotens musste die grösste Breite (Argument der Breite 90^0) zwischen dem 5. und 6. Jänner auftreten; da die Beobachtung am 3. Jänner die Breite gleich $63^0\,13'$ gab, so würde die grösste Breite von dieser nicht sehr verschieden ($63^0\,15'$) am 5. oder 6. Jänner sein; die Beobachtung ergab am 6. Jänner $62^0\,0'$. Die meisten Beobachtungen waren aber nur sehr roh (pleraeque observationes fuerunt crassae*). War dieses einerseits ein Grund, derartige Abweichungen als zulässig erscheinen zu lassen, so war andererseits an eine Parallaxenbestimmung nicht zu denken. Kepler begnügte sich daher auch in dieser Richtung mit rohen Näherungen. Sein Verfahren war etwa das folgende: Aus zwei um etwa 24 Stunden von einander entfernten Beobachtungen wird der Ort für eine andere, zwischenliegende Beobachtungszeit interpoliert und mit dem beobachteten Orte verglichen. Waren die Beobachtungen am Abendhimmel (im Westen), so musste die zwischenliegende Beobachtung, wenn dieselbe am Osthimmel stattfand, einen zu tief liegenden Ort, d. h. eine zu grosse Länge ergeben; wenn sie aber ebenfalls im Westen angestellt worden war, musste sie wegen der geringeren Zenitdistanz einen gegenüber den beiden anderen etwas erhöhten Ort, daher wieder eine zu grosse Länge ergeben. Wäre die Distanz des Kometen mit derjenigen des Mondes vergleichbar, so konnte sich allerdings eine derartige Differenz nicht verbergen, da sie ja bis zu $1\frac{1}{2}^0$ und mehr betragen konnte. Kepler

*) VII. Bd., pag. 92.

konnte eine solche Differenz nicht constatieren und schloss daraus, dass der Komet bedeutend weiter sein musste, als der Mond. Nun unternahm er eine grössere Anzahl von Versuchen, welche ihn endlich auf die folgende Bahn führten, die die Beobachtungen selbst, sowie die täglichen Geschwindigkeiten ziemlich gut wiedergab — besser als irgendeine andere, denn Kepler meint, wenn man eine andere Bahn versuchen würde, würden die Resultate nicht so befriedigend sein:

$$\Omega = \text{Ort der Erde am 8./9. Jänner 1619}$$
$$x = 9\tfrac{1}{4}^0\,\Omega\,; \quad i = 33^0\,49'\,;$$

die weiteren Constanten sind nicht angegeben, lassen sich aber aus den folgenden Daten leicht finden:

	24. November 1618	18. Jänner 1619
Angenommene geocentrische Länge des Kometen	18° 2′ ♏	23° 16′ ♋
Länge der Sonne	2 0 ♐	23 0 ♑
Geocentrische Breite des Kometen	— 3 26	+ 58 30

Nimmt man für den Ort der Erde bei ihrem Durchgange durch die Kometenbahn 15° ♋, so wird $\Omega = 15^0$ ♋, und damit findet sich für die beiden obigen Daten:

Δ	0·5176	0·4753
e	— 0·6041	+ 0·5052
p	— 0·0310	+ 0·7756

und daraus $i = 36^0\,1'$; $K = -\,0{\cdot}5614$.

V.

VON KEPLER BIS NEWTON.

Zwei von einander getrennt verlaufende Untersuchungsreihen sind nunmehr zu betrachten: Weitere Bemerkungen über die Bewegung der Planeten und die Untersuchungen über die Bewegung der Kometen.

Die neuen Bahnen, in welche Kepler die Planetentheorien gelenkt hatte, waren so merkwürdig und eigenartig, dass es selbstverständlich nicht fehlen konnte, dass andere Astronomen diese Theorien nicht ohne genauere Prüfung adoptierten. Dann aber hieng das Resultat der Prüfung wesentlich von der Genauigkeit der objectiven Prüfung selbst, ebensosehr aber auch von der subjectiven Stellungnahme der Astronomen ab, und so herrschte unter den Nachfolgern Keplers ziemliche Meinungsverschiedenheit. Einzelne, die sich mit den Ansichten Keplers nicht befreunden konnten, kehrten noch immer zur alten Ansicht der Epicykeln zurück. Zu diesen gehörte vorzugsweise Lansberg,*) der seine Tabulae perpetuae motuum coelestium unter Zugrundelegung des Copernicanischen Systems, aber unter Beibehaltung der Epicykeln berechnete. Seine Darstellung hat übrigens gegenüber den früheren den Vorzug der grösseren Gleichmässigkeit. Die Bahnen aller Himmelskörper sind nach ihm excentrische Kreise, derart, dass die Excentricität veränderlich ist; der Mittelpunkt des Kreises bewegt sich in dem kleinen Kreise *mnp* (Fig. 9) mit der doppelten Geschwindigkeit des Planeten in seiner Bahn. Nur für den Mond ist die Bewegung des Kreismittelpunktes nicht die doppelte siderische,

*) Philipp Lansberg, geboren 1561 in Gent, war protestantischer Prediger, beschäftigte sich viel mit Astronomie und gab astronomische Tafeln heraus, die ihrer relativen Güte wegen ziemlich lange im Gebrauche waren; sie wurden sogar den viel genaueren Rudolfinischen Tafeln wiederholt vorgezogen, was hauptsächlich dem Umstande zuzuschreiben ist, dass sie den Venusdurchgang vom 24. November 1619 richtig gaben, während die Kepler'schen hier einen Fehler zeigten. Es ist eine Erfahrung, die man sehr häufig machen kann, dass man eher zehn gröbere Fehler übersieht, als einen kleineren, wenn dieser letztere zufällig ein wichtiges Ereignis betrifft. Lansberg starb 1632 in Middelburg.

sondern die doppelte Entfernung von Sonne—Mond. Ferner tritt noch die Variation mit der Amplitude von 41' 10'' hinzu, während die jährliche Gleichung unberücksichtigt bleibt. Endlich nimmt Lansberg für den Mond eine Libration im Halbmesser (P_1) (P_2) an. Seine Elemente sind:

	Grösste Excentricität	Kleinste	Radius der Erdbahn	Radius der Planetenbahn
Saturn	0·1140	0·0570	0·1007	1·0000
Jupiter	0·0916	0·0458	0·1852	1·0000
Mars	0·0970	0·0485	0·6586	1·0000
Erde	0·0422	0·0349	1·0000	1·0000
Venus	0·0349	0·0145	1·0000	0·7193
Mercur	0·0947	0·0523	1·0000	0·3573

Für den Mond ist die grösste Excentricität 0·1334, die kleinste 0·0860.

Auch Riccioli*) ist hieher zu zählen. Da dieser überdies mit einer kleinen Abweichung das Tychonische System adoptierte, so wurde seine Darstellung natürlich wieder übermässig compliciert. Er stellt die Bewegung der Planeten ebenfalls durch eine veränderliche Excentricität dar, deren Veränderung hier aber nicht in einem Kreise, sondern in der Richtung der Apsidenlinie selbst stattfindet. Hingegen ist in seinem (geocentrischen) Systeme selbstverständlich noch eine epicyklische Bewegung erforderlich, welche noch dadurch compliciert erscheint, dass der Halbmesser des Epicykels periodisch veränderlich ist, und zwar mit derselben Periode, wie die Veränderlichkeit der Excentricität.

Die erwähnte Abweichung vom Tychonischen System besteht darin, dass sich wol Mercur, Venus und Mars um die Sonne und mit dieser um die Erde bewegen, Jupiter und Saturn hingegen direct um die Erde. Eine Anwendung hatte Riccioli von seiner Theorie nicht gemacht. Bemerkt mag nochmals werden, dass er die jährliche Gleichung des Mondes, wie schon erwähnt, verwarf.

Für die Einführung der elliptischen Theorie schien ein grosses Hindernis die Complicirtheit der Darstellung durch das Auftreten der physischen Ungleichheit, welche sich in dem Kepler'schen Probleme ausdrückt. Es tritt daher das Bestreben auf, die Bewegung in der Ellipse unter Zugrundelegung einfacherer, den Beobachtungen entsprechender Gesetze zu erklären. In dieser Richtung sind nun zwei wiederholt auftretende Versuche zu erwähnen: 1. Die Zerlegung der elliptischen Bewegung in zwei Kreisbewegungen und 2. die Ersetzung des Kepler'schen Problems durch die Hypothese der gleichförmigen Bewegung um den zweiten Brennpunkt.

*) Johann Riccioli, geboren 1598 zu Ferrara, Mitglied des Jesuitenordens, dem er seit dem sechzehnten Jahre angehörte. Er lebte in dem Ordenshause in Bologna, wo er sich vorzüglich mit Astronomie beschäftigte. Er starb 1671.

Der erste Versuch, die elliptische Bewegung in zwei Kreisbewegungen zu zerlegen, rührt von D. Fabricius*) her und verdient schon deshalb eine besondere Beachtung, weil Apelt**) diesen Versuch so darstellte, als ob Fabricius nahe daran gewesen wäre, Kepler in der Entdeckung der elliptischen Theorie zuvorzukommen. Dem ist nun durchaus nicht so; Fabricius war mit Kepler in einem sehr regen Briefwechsel, auf den schon wiederholt hingewiesen wurde; der Antheil Fabricius' bestand nun darin, dass er immer wieder Zweifel in die Kepler'schen Annahmen setzte; aber nicht, weil er Besseres an die Stelle zu setzen hatte, sondern weil er an der Theorie der kreisförmigen Bahnen festhielt und ihm das Abweichen von derselben zu befremdlich vorkam. Besonders charakteristisch für seine Ansicht sind die beiden Briefe vom 20. Jänner 1607 (Fabricius an Kepler) und vom 1. August 1607 (die Antwort Keplers).***) Nun mag es allerdings sein, dass Kepler hin und wieder durch diese Einwürfe zu neuen Ideen angeregt wurde; wer aber den Briefwechsel genau verfolgt, wird finden, dass Fabricius' Briefe — und bei dem langsamen Verkehre jener Zeiten ist dies gar nicht zu verwundern — stets kamen, wenn Kepler bereits auf anderer Fährte war. Die letzten beiden Briefe zeigen aber mit völliger Klarheit, dass Fabricius noch immer an die elliptische Theorie nicht glauben wollte, als Kepler dieselbe schon völlig abgeschlossen hatte; und nachdem er infolge des Briefes vom 1. August 1607 seine Einwürfe nicht mehr zu halten vermochte, bestand für ihn die Frage, ob sich die elliptische Bewegung nicht aus kreisförmigen zusammensetzen lasse.

In den Pulkowaern Papieren, die sich auf Kepler beziehen, fand Apelt eine Notiz mit dem Datum „2. October 1608", welche eine „Hypothesis ♂ nova a D. F. inventa" enthält, wonach die Bewegung in der folgenden Weise stattfinden würde: In einem Kreise vom Halbmesser $CO = R$ (Fig. 28) bewegt sich der Mittelpunkt eines kleinen Epicykels vom Halbmesser $ON = \rho$; in dem Umfange des letzteren mit der doppelten Geschwindigkeit in der entgegengesetzten Richtung der Planet; dann beschreibt derselbe eine Ellipse. Da nämlich $NOM = 2\,OCA$, daher, wenn $Ox \parallel CA$, $NOx = NCA = NTM$ ist, so wird

$$DM : DN = CT : CN$$

und da NC die constante Grösse $R + \rho$ hat, so liegen die Punkte N in

*) David Fabricius, geboren 1564 zu Esens in Ostfriesland, ebenfalls Geistlicher, beschäftigte sich viel mit Astronomie und ist besonders bekannt durch seinen eifrigen Briefwechsel mit Kepler. Er wurde 1617 von einem Bauern aus Rache ermordet.

**) Die Reformation der Sternkunde, Jena 1852, pag. 314.

***) Kepler, Opera, III. Bd., pag. 108.

einem Kreise mit diesem Halbmesser. Bezeichnet man die Coordinaten der Curvenpunkte M mit y, diejenigen der Kreispunkte N mit y_1, so wird

$$y : y_1 = R - \rho : R + \rho$$

welches die Eigenschaft einer Ellipse ist. Da nun für diese

$$\frac{y}{y_1} = \frac{b}{a} = \sqrt{1 - e^2} = \frac{R - \rho}{R + \rho}$$

wird, so ist

$$e = \frac{2\sqrt{R\rho}}{R + \rho} \quad \text{oder} \quad \frac{\rho}{R} = \frac{1 - \sqrt{1 - e^2}}{1 + \sqrt{1 - e^2}} = \tfrac{1}{4} e^2 + \tfrac{1}{8} e^4.$$

Wählt man daher $\rho : R = \frac{1}{4} e^2$, so wird die epicyklische Bewegung mit der wahren Bahn übereinstimmen. Setzt man voraus, dass sich die Sonne nicht im Mittelpunkte der Ellipse, sondern in einem Brennpunkte befindet, so wird allerdings zu einer gegebenen wahren Anomalie der richtige Radiusvector folgen, natürlich aber werden diese polaren Coordinaten nicht der richtigen Zeit, d. h. der richtigen mittleren Anomalie, entsprechen. Da für diesen Fall

$$\begin{aligned} r \sin v' &= (R - \rho) \sin M &&= a\,[\sin M - \tfrac{1}{2} e^2 \sin M] \\ r \cos v' &= (R + \rho) \cos M + \varepsilon &&= a\,[\cos M + e] \\ r \sin (M - v') &= a\,[e \sin M + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2M] \\ r \cos (M - v') &= a\,[1 - \tfrac{1}{4} e^2 + e \cos M + \tfrac{1}{4} e^2 \cos 2M] \end{aligned}$$

ist, so folgt

$$v' = M - e \sin M + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2M$$

woraus sofort ersichtlich ist, dass schon die von der ersten Ordnung der Excentricität abhängigen Glieder nur mit dem halben Betrage auftreten. Fabricius selbst blieb dieser Umstand nicht verborgen. Riccioli erwähnt auch diese Hypothese in seinem Almagestum novum, bemerkt aber von Fabricius: „Sed addit, nec meram aequabilitatem motuum, nec praecisionem omnimodam obtinuisse.“ *)

Die Einführung des zweiten Brennpunktes der Ellipse als punctum aequans rührt von Bullialdus**) her. Jedoch ist in seiner Darstellung dieses Gesetz nicht unmittelbar ersichtlich. In seiner „Astronomia Philolaica“ stellt er die Bewegung der Planeten in der folgenden Weise dar: Schneidet man einen schiefen Kreiskegel so, dass der eine Brennpunkt des elliptischen Schnittes in die Axe des Kreiskegels fällt, so wird diese Ellipse die Bahn des Planeten sein; die Bewegung findet so statt, dass sich die Sonne im zweiten Brennpunkt, ausserhalb der Axe, befindet und

*) l. c. pag. 270.

**) Ismael Bullialdus, geboren 28. September 1605 zu Loudin (Departement Vienne), studierte Theologie und Mathematik, machte dann weite Reisen durch ganz Europa und zog sich darauf in die Abtei St. Victor in Paris zurück, wo er 1694 starb.

die Geschwindigkeit gleichmässig um die Axe des Kegels, d. h. in den zur Basis parallelen Kreisschnitten, ist.

Seien die auf der Axe $S M_1$ (Fig. 29) des schiefen Kreiskegels von S gezählten Entfernungen $S M_0 = \eta_0$, $S M = \eta$, $S M_1 = \eta_1$ und die Radien der zu diesen Entfernungen gehörigen Kreise ρ_0, ρ, ρ_1; sei die Neigung der Axe $S M$ gegen die Basis β, d. h. wenn $E_1 S F_1$ der zur Basis senkrechte Axenschnitt ist, $S M_1 F_1 = S M_0 F_0 = S M F = \beta$. Wird nun der Kegel durch eine auf dem Axenschnitt senkrecht stehende Ebene geschnitten, und sei die Neigung der Axe gegen diese Ebene α, so wird, wenn $E_0 F_1$ die Spur dieser Schnittebene auf den Axenschnitt ist, $M_1 P F_1 = \alpha$ sein. Seien die Abschnitte $E_0 P = d$, $P F_1 = b$, so wird

$$b = \rho_1 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}; \quad d = \rho_0 \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \quad \text{und} \quad \rho_1 \eta_0 = \rho_0 \eta_1.$$

Für einen in der Entfernung $P Q = x$ geführten zur Basis parallelen Schnitt $E F$ wird

$$\rho = \frac{\rho_1}{\eta_1} \eta = \frac{\rho_0}{\eta_0} \eta$$

$$d + x = (d + b) \frac{\eta - \eta_0}{\eta_1 - \eta_0} = (d + b) \frac{\rho - \rho_0}{\rho_1 - \rho_0}.$$

Die zugehörige Ordinate $Q K = y$ der Ellipse $E_0 K F_1$ ist bestimmt durch die Ordinate $Q K_0 = y$ des Kreises $E K_0 F$; setzt man daher $M Q = z$, so wird

$$z = x \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}; \quad y^2 = (\rho + z)(\rho - z) = \rho^2 - x^2 \frac{\sin \alpha^2}{\sin \beta^2}$$

und wenn man den aus der Gleichung für $x + d$ für ρ folgenden Wert einsetzt:

$$y^2 = \left[\rho_0 + (\rho_1 - \rho_0) \frac{x + d}{b + d}\right]^2 - x^2 \frac{\sin \alpha^2}{\sin \beta^2}.$$

Setzt man nun

$$b + d = 2a; \quad b - d = 2\varkappa; \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = c$$

$$\rho_0 = c d; \quad \rho_1 = c b,$$

so wird

$$\frac{y^2}{c^2} = \left[a - \varkappa + \frac{\varkappa}{a}(x + a - \varkappa)\right]^2 - x^2.$$

Führt man weiters an Stelle der Abscissen x andere

$$x_1 = x - \varkappa$$

ein, so geht diese Gleichung über in

$$\frac{y^2}{c^2} = \left(a + \frac{\varkappa}{a} x_1\right)^2 - (x_1 + \varkappa)^2 = a^2 + \left(\frac{\varkappa^2}{a^2} - 1\right) x_1^2 - \varkappa^2$$

$$\frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y^2}{c^2(a^2 - \varkappa^2)} = 1.$$

Der Schnitt ist demnach eine Ellipse, für welche die grosse Axe a und die lineare Excentricität $\varepsilon^2 = (1 - c^2)\, a^2 + c^2 \varkappa^2$ ist. Es ist aber $\frac{1}{2}(b - d) = \varkappa$ der Abstand des Punktes P, in welchem die Kegelaxe die Schnittebene trifft, von dem Mittelpunkte O der Ellipse, und da

$$\varepsilon^2 - \varkappa^2 = (1 - c^2)\, b\, d$$

ist, so wird für $c < 1$ der Brennpunkt der Ellipse zwischen P und E_0, für $c > 1$ zwischen P und O liegen, und wenn $c = 1$ ist, wird der Brennpunkt in P hineinfallen. Dieses letztere tritt daher nur dann ein, wenn $\alpha = \beta$ ist.*)

Zieht man Ep_1 parallel zur Axe des Kegels, so wird $Mp = d$, daher $Ep = \rho - d$ und für $x = z = \varkappa$, d. h. wenn der zur Basis parallele Schnitt durch den Mittelpunkt O geht, wird $E'p' = \rho - d = \varkappa = OM'$.

In dieser Ellipse nimmt Bullialdus die Bewegung gleichmässig um die Axe des Kegels. Der mathematische Ausdruck hiefür ist, dass der in dem Kreise EK_0F zurückgelegte Winkel EMK_0 proportional der Zeit ist. Setzt man daher $\sphericalangle EMK_0 = \mu t = M$, so wird die Bewegung in der Ellipse bestimmt; es lässt sich hieraus der zu einer gewissen Anomalie M gehörige Kreis aus der Gleichung für ρ bestimmen. Es ist nämlich

$$\rho = (a - \varkappa)\left(1 + \frac{\varkappa}{a}\right) + \frac{\varkappa}{a} z = \frac{1}{a}(a^2 - \varkappa^2) - \frac{\varkappa}{a}\rho \cos M$$

$$\rho = \frac{a^2 - \varkappa^2}{a + \varkappa \cos M}.$$

Bezeichnet man mit r, w Radiusvector und wahre Anomalie, die zur mittleren Anomalie M (Zeit t) gehören, so ist:

$$r \sin w = y = \rho \sin M$$

$$r \cos w = 2\varkappa - z = 2\varkappa + \rho \cos M$$

$$r \sin (M - w) = 2\varkappa \sin M = 2\, a\, e \sin M$$

$$r \cos (M - w) = 2\varkappa \cos M + \rho = a\,[1 + e \cos M - e^2 \sin M^2]$$

$$w = M - 2\, e \sin M + e^2 \sin 2M$$

und der Unterschied gegen die elliptische Theorie wird

$$w - v = -\tfrac{1}{4} e^2 \sin M$$

würde also für Mars ebenfalls auf 7.7 steigen.

Es ist aber, weil $PQ = MQ$, $QK = QK_0$ und $\sphericalangle PQK = MQK_0 = 90^0$: $\triangle QPK \cong QMK_0$, daher auch $\sphericalangle QPK = \sphericalangle QMK_0$,

*) l. c. pag. 33. Später, pag. 422, werden auch die parabolischen und hyperbolischen Schnitte untersucht, jedoch ohne Beziehung auf die Bewegungen der Himmelskörper.

folglich $\sphericalangle E_0 PK = M = \mu t$; d. h. die Bewegung erfolgt um den Brennpunkt P gleichmässig. Demgemäss nennt Bullialdus den Winkel, unter welchem das Ellipsenstück PJ (Fig. 31) vom Brennpunkt F aus gesehen wird, motus medius, den Winkel KBJ die anomalia aequata, den Winkel KAJ angulus ad Solem.*) Allein unmittelbar darauf findet sich die mittlere Anomalie KH auf dem umschriebenen Kreise (Ph) aufgetragen, und es ist dann $BE = Bh \cos KH$ angegeben; hienach würde folgen:

$$AE = r \cos w_1 = a \cos M + \varepsilon$$
$$JE : hE = b : a; \quad EJ = r \sin w_1 = b \sin M$$
$$r \sin (M - w_1) = a [2 e \sin M + \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2M]$$
$$r \cos (M - w_1) = a [1 + e \cos M - \tfrac{1}{2} e^2 \sin M^2]$$
$$w_1 = M - 2 e \sin M + \tfrac{3}{4} e^2 \sin 2M = v - \tfrac{1}{2} e^2 \sin 2M$$

die Darstellung daher schlechter. Doch zieht Bullialdus nicht diese Consequenzen aus seiner Annahme, sondern er folgert: sin tot : Excentr. = sin KH: Gleichung (x), daher

$$x = e \sin M \quad \text{und} \quad \text{anomalia aequata} = M - e \sin M,$$

d. h. er substituiert hier den Ort im Kreise für seine Hypothese. Um nun aber der elliptischen Bewegung Rechnung zu tragen, fügt er, wie es Fabricius that, eine epicyklische Bewegung hinzu; er nennt jedoch diesen nicht, sondern sagt: Ad majorem calculi facilitatem, rationem excogitavimus, qua Ellipsis in circulos resolvi possit.**) Er wählt den Halbmesser des Epicykels $\rho = \frac{1}{2} e^2$ (nur für die Sonne scheint hier ein Irrtum zu sein), aber den Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung in einem der Brennpunkte, die Sonne im anderen; es treten demnach drei Ungleichheiten auf:

$$\sin x = e \sin M; \qquad x = M - M_1$$
$$\sin x_1 = e \sin (M_1 - x); \qquad x_1 = M_1 - M_2$$
$$\sin x_2 = \rho \sin 2M; \qquad x_2 = M_2 - v.$$

Dabei ist (Fig. 31) $HFK = M$; $HBK = M_1$; $HAK = M_2$; $JAK = v$ und $FHB = x$; $BHA = x_1$; $HAJ = x_2$. Entwickelt man zunächst, so folgt:

$$\operatorname{tg} x_1 = \frac{e \sin M_1}{1 + e \cos M_1} = e \sin M_1 - \tfrac{1}{2} e^2 \sin 2M_1$$
$$= e \sin (M - x) - \tfrac{1}{2} e^2 \sin 2M = e \sin M - e^2 \sin 2M$$

und daher

$$x = M - M_1 = e \sin M$$
$$x_1 = M_1 - M_2 = e \sin M - e^2 \sin 2M$$
$$x_2 = M_2 - v = \tfrac{1}{4} e^2 \sin 2M.$$

---

*) l. c. pag. 43 und 45. Die Darstellung auf pag. 45 ist etwas unklar, da der Fusspunkt E des Perpendikels JE in den Brennpunkt F fällt.

**) l. c. pag. 46.

Würde man hier addieren, so erhielte das von e^2 abhängige Glied den Factor $\frac{3}{4}$, wäre demnach wie oben um $\frac{1}{2} e^2 \sin 2M$ zu klein.*) Nun begeht aber hier Bullialdus zwei Fehler: Die Ellipse entsteht, wenn in jedem Punkte der von BHh aus zurückgelegte Weg des Planeten der doppelte des vom Epicykelmittelpunkte zurückgelegten, also $2M_1$, ist. Ist daher $hHJ = 2M$, so wird keine Ellipse beschrieben, und da M_1 nicht proportional der Zeit ist, so wird in diesem Falle die Bewegung im Epicykel ungleichmässig vorausgesetzt werden müssen. Da aber das Glied von der Ordnung des Quadrates der Excentricität ist, so sind die entstehenden Abweichungen von der Ellipse nur von der dritten Ordnung der Excentricität, daher belanglos. Wichtiger aber ist der zweite Fehler: Bullialdus nimmt die Gleichung x_2 mit dem entgegengesetzten Zeichen; dann wird die ganze Gleichung

$$x = 2e \sin M - \tfrac{5}{4} e^2 \sin 2M$$

und dieses entspricht thatsächlich der elliptischen Bewegung. Aber diese Rechnung gibt den Planetenort J_1 ($J_1 AH = JAH$) und nicht den wahren Ort J; denn es ist

$$v' = M + X = M - (M - M_1) - (M_1 - M_2) + (v' - M_2) =$$
$$= M - FHA + HAJ_1.$$

Dass x_2 mit dem entgegengesetzten Zeichen angenommen wurde, mag dem Umstande entsprungen sein, dass nur unter dieser Annahme die Identität mit den aus der elliptischen Theorie Keplers gefolgerten Werten stattfand; indem aber hiedurch eine ausreichende Übereinstimmung mit der Kepler'schen Theorie (den Beobachtungen) folgte, hielt Bullialdus seine Zerlegung und somit auch seine Hypothese, dass der zweite Brennpunkt ein punctum aequans wäre, für einen theoretisch richtigen Ersatz des zweiten Kepler'schen Gesetzes. Die Radienvectoren berechnete er dann nicht aus der mittleren Anomalie mit Hilfe der Dreiecke, sondern aus der wahren Anomalie in der Ellipse. Den Fehler hätte er natürlich nur entdecken können, wenn er die aus der geometrischen Darstellung folgende Entfernung mit den aus den Beobachtungen folgenden verglichen hätte.

Ein wesentliches Interesse bietet die Methode, welche Bullialdus zur Bestimmung des Aphels einschlägt.**) Seien wieder drei heliocentrische Orte und die Distanzen beobachtet oder aus den Beobachtungen direct ermittelt, während aus den Zwischenzeiten sich die zugehörigen mittleren Bewegungen ableiten lassen. Seien die drei wahren, bez. mittleren heliocentrischen Längen l_1, l_2, l_3; m_1, m_2, m_3 und die mittleren Anomalien

*) Der Unterschied $BJ - Bh = \frac{1}{4} e^2$ ist in dem Producte mit e zu vernachlässigen.

**) l. c. pag. 50.

M_1, M_2, M_3. Zunächst setzt Bullialdus die beiden Reductionen x und x_1 als gleich voraus und vernachlässigt die Reduction x_2 wegen des Epicykels, d. h. er vernachlässigt alle Glieder zweiter Ordnung der Excentricität. Dann folgt für die vom Kreismittelpunkte B (Fig. 31) aus gesehenen Längen $\frac{1}{2}(l_1 + m_1) = l_1'$; $\frac{1}{2}(l_2 + m_2) = l_2'$; $\frac{1}{2}(l_3 + m_3) = l_3'$ und dann ist

$$\begin{aligned} l_1' &= m_1 + e \sin M_1 \\ l_2' &= m_2 + e \sin M_2 \qquad (a) \\ l_3' &= m_3 + e \sin M_3. \end{aligned}$$

Bekannt sind für die beobachteten Zwischenzeiten $m_2 - m_1 = m_{21}$; $m_3 - m_2 = m_{32}$; ebenso $l_2 - l_1 = l_{21}$ und $l_3 - l_2 = l_{32}$, und dann wird, ohne dass man l_1' l_2' l_3' zu kennen braucht:

$$\begin{aligned} l_2' - l_1' &= \tfrac{1}{2}[(l_2 - l_1) + (m_2 - m_1)] \\ l_3' - l_2' &= \tfrac{1}{2}[(l_3 - l_2) + (m_3 - m_2)]. \end{aligned}$$

Da auch $M_2 - M_1 = m_{21}$; $M_3 - M_2 = m_{32}$ ist, so erhält man durch Subtraction der Gleichungen *(a)*:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2} l_{21} - \tfrac{1}{2} m_{21} &= \alpha = 2e \cos \tfrac{1}{2}(M_2 + M_1) \sin \tfrac{1}{2} m_{21} \\ \tfrac{1}{2} l_{32} - \tfrac{1}{2} m_{32} &= \beta = 2e \cos \tfrac{1}{2}(M_3 + M_2) \sin \tfrac{1}{2} m_{32}. \end{aligned}$$

α und β sind bekannte Grössen. Beschreibt man mit dem Halbmesser e einen Kreis, in welchem $O\Pi$ (Fig. 30) die Richtung des Aphels sei; trägt man mit den Anomalien $\Pi OA = M_1$, $\Pi OB = M_2$, $\Pi OC = M_3$ die drei Orte A, B, C ein und fällt die Perpendikel Om, On auf AB, AC, so wird $\Pi Om = \frac{1}{2}(M_2 + M_1)$; $\Pi On = \frac{1}{2}(M_3 + M_2)$. Weiters sind die Sehnen

$$AB = 2e \sin \tfrac{1}{2} m_{21}; \quad BC = 2e \sin \tfrac{1}{2} m_{32}$$

und daher, wenn $B\pi \parallel O\Pi$ gezogen wird und die Perpendikel Aa, Cc auf $B\pi$ gefällt werden, so dass $\sphericalangle BCc = \sphericalangle \Pi On$; $\sphericalangle BAa = \sphericalangle \Pi Om$ ist:

$$Aa = \alpha; \quad Cc = \beta.$$

Die Verbindungslinie AC wird aber von der Geraden $B\pi$ in einem Punkte b geschnitten, so dass

$$Ab : Cb = Aa : Cc = \alpha : \beta$$

ist, und hiemit ist die Grundlage für die von Bullialdus angegebene Lösung gegeben:

Aus den beobachteten Längen und den hinreichend genau bekannten mittleren Bewegungen werden die Grössen α, β bestimmt; in einem beliebigen Kreise werden die Punkte A, B, C entsprechend den mittleren Bewegungen m_{21}, m_{32} eingetragen, und die Sehne AC in b in dem gegebenen Verhältnisse $\alpha : \beta$ getheilt. Die Gerade Bb gibt die Richtung der Apsidenlinie, und die aus dem Kreismittelpunkte O zu Bb parallele Gerade $O\Pi$ ist die Richtung des Aphels, die Winkel zwischen $O\Pi$ und den Radienvectoren OA, OB, OC sind die zu den drei Orten

gehörigen mittleren Anomalien. Die Lösung selbst kann nun nach dieser Angabe auch durch Rechnung erfolgen. Nimmt man den Halbmesser des Kreises zunächst gleich 1, so werden die Sehnen AB, BC, AC und mit den Verhältniszahlen $\alpha : \beta$ die Lage von b, also auch der Winkel $AB\pi$ bekannt. Da aber $AO\pi = 2\,AB\pi$ ist, so wird $AOA' = 2AB\pi - AOB$; $AOq = AB\pi - \frac{1}{2}AOB$; $\Pi OA = 90^0 - AOq$. Damit werden die drei mittleren Anomalien bekannt und man kann e aus einer der beiden Gleichungen

$$e = \tfrac{1}{2}\alpha \sec \tfrac{1}{2}(M_2 + M_1) \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2} m_{21} = \tfrac{1}{2}\beta \sec \tfrac{1}{2}(M_3 + M_2) \operatorname{cosec} \tfrac{1}{2} m_{32}$$

ermitteln. Mit dem gefundenen Werte von e folgt auch $\rho = \frac{1}{4} e^2$, und nun können die drei Theile x, x_1, x_2 für jeden Ort separat berechnet werden; man erhält $l' = l + x_1 - x_2$, mit welchen Werten die Rechnung wiederholt werden kann. Bullialdus hat die folgenden Elemente:

	a	ϱ	e	Erdbahnhalbaxe
Saturn	99916	84	5774	10480
Jupiter	99939	61	4921	19200
Mars	99786	214	9239	65683
Erde	99992	8	1784	100000
Venus	72398	—	575	100000
Mercur	38207	393	7693	100000.

Die Kepler'sche Darstellung der Mondbewegung hält Bullialdus für unzutreffend; schon im Anfange seiner Darstellungen spricht er sich dahin aus, dass die Sonne nicht als Motor zu betrachten ist: Verum non efficit Sol hanc velocitatem, et motus rationem, sed tota pendet a systemate motus planetae, et ordinatione itineris illius.*) Noch deutlicher spricht er sich bei Gelegenheit der Auseinandersetzung seiner Mondtheorie aus. Nos vero causam illius inaequalitatis menstruae in motum, quo Luna a terra transfertur, retulimus. . . A cognitione vero nostra longius recedunt illae, quae ex abstrusis mysteriis incidentiae luminis, aut rationum Harmonicarum depromuntur. Nec sane perspicuum cuiquam est, quare in illuminationes Solis hanc inaequalitatem rejiciamus, cum Luna a Sole aequaliter fere semper illuminetur.**) Er nimmt als Mondbahn eine Ellipse, für welche der eine Brennpunkt, in dem sich die Erde befindet, in einer kreisförmigen Bewegung begriffen ist, so dass die Excentricität in den Syzigien am kleinsten, in den Quadraturen am grössten ist. Dadurch werden die beiden ersten Ungleichheiten (Mittelpunktsgleichung und Evection) erklärt. Für die Variation, welche er Reflexio nennt, nimmt er eine schwingende Bewegung des Apogäums an, durch welche der Mondort (dessen Anomalie immer vom instantanen Apogäum gezählt wird) nach

*) l. c. pag. 22.

**) l. c. pag. 156.

der einen oder anderen Seite verschoben wird. Die jährliche Gleichung tritt bei Bullialdus nicht auf.

Die nach seiner Theorie berechneten Tafeln nennt er Tabulae Philolaicae. Sie scheinen nie in Verwendung gekommen zu sein.

Sethus Wardus verwendet in seiner „Astronomia geometrica" dasselbe Gesetz. Auch er hält die Einführung des zweiten Brennpunktes als Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung für einen theoretisch richtigen und aequivalenten Ersatz für das Kepler'sche Gesetz der Proportionalität der Flächen mit der Zeit. Das Verdienst, diese Schwierigkeit der Keplerschen Darstellung umgangen zu haben, schreibt er Bullialdus zu. Sein Werk ist jedoch nicht ohne Interesse. Im 9. Capitel versucht er aus fünf Distanzen eines Planeten von der Sonne und den Zwischenwinkeln die Elemente (Lage und Grösse der Axen), ohne Rücksicht auf die gleichmässige Bewegung in der Zwischenzeit, zu bestimmen. Die Aufgabe ist natürlich überbestimmt; denn durch fünf Distanzen und die Zwischenwinkel sind fünf Ellipsenpunkte gegeben; es wäre daher die Ellipse bestimmt, ohne Rücksicht darauf, dass der Brennpunkt gegeben ist. Zu dieser Fragestellung: Bestimmung der Ellipse aus fünf heliocentrischen Orten war er wahrscheinlich durch die einige Zeit vorher durch Pascal gelöste Aufgabe geführt worden, eine Ellipse durch fünf gegebene Punkte zu zeichnen. Die von Wardus gegebene Lösung ist aber keineswegs befriedigend. Glücklicher war er in der Lösung der Aufgabe: aus drei beobachteten grössten Elongationen eines inneren Planeten seine elliptische Bahn zu bestimmen. Sei S (Fig. 32) die Sonne und entsprechend der als bekannt vorausgesetzten Theorie der Erdbewegung A, B, C drei Erdorte zu den Zeiten der drei beobachteten grössten Elongationen. Durch die Beobachtungen sind die drei Richtungen $SAx = \alpha$, $SBy = \beta$, $SCz = \gamma$ gegeben. Die Richtungen Ax, By, Cz sieht er nun als Tangenten an die elliptische Bahn des inneren Planeten an,*) wodurch die Aufgabe darauf zurückgeführt erscheint, eine Ellipse zu construieren, wenn ein Brennpunkt und drei Tangenten gegeben sind. Fällt man die Perpendikel Sa, Sb, Sc aus dem Brennpunkte auf die drei Tangenten, so bestimmen die Fusspunkte a, b, c den der Ellipse umschriebenen Kreis. Der Mittelpunkt O des durch diese drei Punkte gehenden Kreises ist gleichzeitig der Mittelpunkt der Ellipse und bestimmt daher durch die Verbindungslinie SO die Richtung der grossen Axe und die Excentricität OS; der Durchmesser des durch abc gehenden Kreises ist gleichzeitig die grosse Axe der Ellipse.

Im Gegensatze zur Astronomia Philolaica von Bullialdus und der Astronomia geometrica von Wardus hat Graf Pagani in seinem Werke „La Theorie des Planètes contre le Sentiment des Astronomes"

*) Was allerdings auch nicht ganz richtig ist.

nicht einen einzigen nennenswerten Gedanken. Hingegen versichert er, dass Kepler zu seiner Theorie nur dadurch gelangt war, dass er die Eigenschaften der Ellipsen nicht ausreichend kannte, und dass er selbst, Pagani, viele dieser Eigenschaften und damit auch die gleichmässige Bewegung der Planeten um den zweiten Brennpunkt entdeckt habe.*) Es gibt eine grössere Anzahl derartiger Werke, welche am besten überhaupt nicht genannt werden; da aber das eben angeführte, so wie noch zwei ähnliche, von Treu über Kometen hin und wider angeführt erscheinen, so ist es vielleicht nicht unangezeigt, auf den Inhalt oder eigentlich die Inhaltslosigkeit dieser drei Schriften hinzudeuten.

In der Abhandlung „De l'origine et du progrès de l'astronomie" (Mémoires de l'académie royale des sciences, Tome VIII, pag. 42) führt J. D. Cassini**) an Stelle der Ellipse eine andere Curve als Planetenbahn ein, die seither als Cassinische Ellipse oder Lemniscate eine grosse Bedeutung in der Analysis gewann. Sur ce que l'on avait cy-devant reconnu par plusieurs observations que la vitesse réelle des planettes augmente à proportion qu'elles approchent du soleil, et qu'elle diminue à mésure qu'elles s'en éloignent; l'on a inventé une ligne pour servir d'orbite aux planettes. Cette ligne est une manière d'ellipse dans laquelle les rectangles fait par les lignes tirées de la planette à l'un et à l'autre foyer sont toujours égaux; au lieu que dans les ellipses ordinaires ce sont les sommes des deux distances des foyers qui sont toujours égales entr' elles.

Ist (Fig. 34) $A P_2 P_1 B$ diese Linie, so wird $S P_2 \,.\, F P_2 = a^2$, daher $F P_2 = a^2 : r$ anzunehmen sein; ist dann wieder die Bewegung um den Brennpunkt F als gleichmässig anzusehen (was Cassini allerdings nicht ausspricht), so wäre, wenn die wahre Anomalie $A S P_2$ mit w bezeichnet wird,

$$r \sin w = \frac{a^2}{r} \sin M \qquad r \sin (M - w) = 2 a e \sin M$$

$$r \cos w = \frac{a^2}{r} \cos M + 2 a e \qquad r \cos (M - w) = \frac{a^2}{r} + 2 a e \cos M.$$

Hieraus erhält man zunächst bis auf Grössen erster Ordnung

$$r = a (1 + e \cos M)$$

---

*) Die Astronomia philolaica erschien 1645, die Astronomia geometrica 1656, Paganis Schrift 1657.

**) J. D. Cassini, geboren 1625 zu Perinaldo (District Nizza), bezog 1641 die Universität Bologna, wo er 1650 als Nachfolger Cavalleris Professor der Astronomie wurde. 1669 wurde er von Colbert als Director der neugegründeten Sternwarte nach Paris berufen, wo er bis zu seinem 1712 erfolgten Tode wirkte. Doch hatte er in seinen letzten Lebensjahren das Augenlicht fast ganz verloren.

folglich

$$r \sin (M - w) = 2\,a\,e \sin M$$
$$r \cos (M - w) = a\,(1 + e \cos M)$$
$$w = M - 2\,e \sin M + e^2 \sin 2\,M = v - \tfrac{1}{4}\,e^2 \sin 2\,M,$$

demnach die Darstellung dem Wesen nach von derselben Genauigkeit, wie die erste Bullialdi'sche Darstellung (pag. 223).

Cassini gab die erste directe Lösung der Aufgabe, aus drei heliocentrischen Orten und den Zwischenzeiten die elliptische Bahn*) zu bestimmen, unter der Voraussetzung allerdings, dass die Bewegung um den zweiten Brennpunkt gleichmässig erfolgt. Seine Lösung besteht in Folgendem: Seien m_1, m_2 die mittleren, w_1, w_2 die wahren Bewegungen in den Zwischenzeiten; man zeichne einen Kreis von beliebigem Halbmesser $SB = SB'$ (Fig. 33) und trage von den Endpunkten eines Durchmessers BB' aus nach den beiden Seiten die beiden wahren Bewegungen von B, die mittleren von B' aus auf, so dass arc $BA = w_1$; arc $BC = w_2$; arc $B'A' = m_1$; arc $B'C' = m_2$ ist. Sei der Schnittpunkt der Verbindungslinien BA' und $B'A$ in a, derjenige der beiden Linien BC' und $B'C$ in c; fällt man von B aus ein Perpendikel BO auf die Verbindungslinie ac, so ist $SO : SB = \varepsilon : a$, d. h. wenn man SB als die grosse Halbaxe der Bahn ansieht, so wird OS die Excentricität; macht man $OF = OS$, $OM = ON = SB$, so ist O der Mittelpunkt der Ellipse, S der Ort der Sonne, F der Mittelpunkt der gleichmässigen Bewegung, M das Aphel, N das Perihel und SB die Richtung des Planeten für die mittlere Beobachtung, d. h. FSB die für diese giltige wahre Anomalie, und wenn man die Ellipse MPN zeichnet, PFM die zugehörige mittlere Anomalie. Cassini gibt diese Construction im Journal des Savants für 1669; einen geometrischen Beweis gibt N. Mercator in den Phil. trcts. für 1670 (Bd. IV, pag. 1168); wo er von dem bereits von Wardus bewiesenen Satze ausgeht, dass

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} M : \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v = \text{Apheldistanz} : \text{Periheldistanz}.$$

Macht man nämlich (Fig. 34) $P_1 S = P_1 s$, so ist $Fs = 2\,a$; $FS = 2\,\varepsilon$; da aber

$$\frac{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} (FSs + FsS)}{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} (FSs - FsS)} = \frac{Fs + FS}{Fs - FS}$$

und $\sphericalangle P_1 Ss = \sphericalangle P_1 sS$ ist, so wird:

$$FSs + FsS = AFs = M; \quad FSs - FsS = FSs - P_1 Ss = v;$$
$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2} M : \operatorname{tg} \tfrac{1}{2} v = (2\,a + 2\,\varepsilon) : (2\,a - 2\,\varepsilon) = (a + \varepsilon) : (a - \varepsilon) = AS : BS.$$

Zur Berechnung möge jedoch ein anderer ebenfalls von N. Mercator angegebener Weg angeführt werden. Sei nämlich S (Fig. 34) die Sonne,

*) Dabei nimmt er als Planetenbahn die einfache Kepler'sche Ellipse an.

F der Brennpunkt der gleichmässigen Bewegung und daher $P_1 S P_2 = w$, $P_1 F P_2 = m$. Beschreibt man aus dem Brennpunkte S mit dem Halbmesser $A B = 2a$ einen Kreis und verlängert $S P_1$, $S P_2$ bis zu dessen Peripherie nach p_1, p_2, so wird, wenn man die Winkel $P_1 p_1 F = \alpha$, $P_2 p_2 F = \beta$ setzt, auch $P_1 F p_1 = \alpha$, $P_2 F p_2 = \beta$ und $S P_1 F = 2\alpha$, $S P_2 F = 2\beta$. Nun ist aus den Dreiecken $P_1 S m$, $P_2 F m$:

$$w + 2\alpha = m + 2\beta\,; \quad m - w = 2(\alpha - \beta)$$

und aus den Dreiecken $S p_1 n$, $F p_2 n$:

$$w + \alpha = p_1 F p_2 + \beta\,; \quad p_1 F p_2 - w = \alpha - \beta = \tfrac{1}{2}(m - w)$$

$$p_1 F p_2 = n = \tfrac{1}{2}(m + w).$$

Hat man daher drei Planetenorte P_1, P_2, P_3, zwischen denen die wahren Bewegungen w_1, w_2 und die mittleren Bewegungen m_1, m_2, bekannt sind, so kann man die Winkel

$$n_1 = \tfrac{1}{2}(m_1 + w_1)\,; \quad n_2 = \tfrac{1}{2}(m_2 + w_2)$$

finden, und die Aufgabe ist nun auf die folgende reduciert: In einem Kreise, dessen Mittelpunkt S ist, sind die drei Punkte p_1, p_2, p_3 der Lage nach gegeben, da arc $p_1 p_2 = w_1$, arc $p_2 p_3 = w_2$ ist; man soll einen Punkt F finden, von welchem aus die Bögen $p_1 p_2$, $p_2 p_3$ unter den Winkeln n_1, n_2 erscheinen. Mercator bemerkt aber, dass Cassinis Zeichnung einfacher ist wie die Rechnung, aber „diagrammata requirat enormis magnitudinis". Es ist jedoch nicht schwer, die Identität der Construction mit der Rechnung nachzuweisen, d. h. darzuthun, dass die Cassinische Construction nichts anderes ist, als eine graphische Lösung des Problems des Rückwärtseinschneidens.

Setzt man die Sehnen $p_1 p_2 = a_1$; $p_2 p_3 = a_2$; ferner $p_2 F = r$; $\sphericalangle p_1 p_2 p_3 = p$; $p_2 p_1 F = z_1$; $p_2 p_3 F = z_2$, so ist bekanntlich:

$$r = \frac{a_1 \sin z_1}{\sin n_1} = \frac{a_2 \sin z_2}{\sin n_2}$$

und wenn

$$\frac{a_2 \sin n_1}{a_1 \sin n_2} = t$$

gesetzt wird:

$$\frac{\sin z_1}{\sin z_2} = t\,; \quad \frac{\sin z_2 - \sin z_1}{\sin z_2 + \sin z_1} = \frac{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(z_2 - z_1)}{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(z_2 + z_1)} = \frac{1 - t}{1 + t}$$

wobei

$$z_1 + z_2 = 360^0 - (n_1 + n_2 + p) = 360^0 - (n_1 + n_2 + 90^0 - \tfrac{1}{2} w_1 + 90^0 - \tfrac{1}{2} w_2)$$
$$= 180^0 - (\tfrac{1}{2} m_1 + \tfrac{1}{2} m_2)$$

ist. Schreibt man für a_1, a_2 ihre Werte $2R \sin \frac{1}{2} w_1$ und $2R \sin \frac{1}{2} w_2$ (den Halbmesser des Kreises gleich R gesetzt), so wird

$$t_1 = 2 \frac{\sin \frac{1}{2} w_1}{\sin n_1}\,; \quad t_2 = 2 \frac{\sin \frac{1}{2} w_2}{\sin n_2}\,; \quad t = \frac{t_2}{t_1}$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(z_2 - z_1) = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} \operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(z_2 + z_1) = \frac{t_1 - t_2}{t_1 + t_2} \cot \tfrac{1}{2} z$$

wenn $z = 180^0 - (z_1 + z_2)$ ist; z_1, z_2 können daher als Basiswinkel eines Dreieckes angesehen werden, in welchem die diesen Winkeln gegenüberliegenden Seiten t_2 und t_1 und der Winkel an der Spitze $z = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)$ ist. Dieses ist aber die Cassinische Construction, denn es ist, wenn der Halbmesser SB (Fig. 33) gleich 1 ist, in den Dreiecken $BB'a$, $BB'c$:

$$Ba = \frac{2 \sin \frac{1}{2} w_1}{\sin \frac{1}{2}(w_1 + m_1)} = t_1; \quad Bc = \frac{2 \sin \frac{1}{2} w_2}{\sin \frac{1}{2}(w_2 + m_2)} = t_2$$

$$aBc = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2) = z$$

daher $\sphericalangle Bac = z_1$; $\sphericalangle Bca = z_2$; $aBO = 90^0 - z_1$; $\sphericalangle OBS = \beta' = 90^0 - z_1 - \frac{1}{2} m_1 = 90^0 - (z_1 + \frac{1}{2} m_1)$. In Fig. 34 ist aber:

$$\beta + (90^0 - \tfrac{1}{2} w_1) = 180^0 - (n_1 + z_1)$$

$$\beta = 90^0 - z_1 - (n_1 - \tfrac{1}{2} w_1) = 90^0 - (z_1 + \tfrac{1}{2} m_1).$$

Es ist daher β' aus Figur 33 gleich β aus Figur 34. Setzt man nun in Figur 33 $OS = e'$, $OB = r'$, $\sphericalangle OSB = A'$ so wird:

in Figur 33:	in Figur 34:
$e' \sin A' = r' \sin \beta$	$2\varepsilon \sin v = r \sin \beta$
$e' \cos A' = 1 - r' \cos \beta$	$2\varepsilon \cos v = R - r \cos \beta$
$r' = t_1 \sin z_1$	$r = \frac{a_1 \sin z_1}{\sin n_1} = \frac{2R \sin \frac{1}{2} w_1}{\sin n_1} \sin z_1 = R t_1 \sin z_1$

folglich wenn der bisher beliebige Halbmesser $R = 2a$ gesetzt wird*): $e' = \varepsilon : a = e$; $A' = v$; $r = 2r'$.

Bei dieser Bestimmung wird die wahre Grösse der Bahn erst durch die Kenntnis eines Radiusvectors erlangt. Sind drei Radienvectoren bekannt, so ist das Problem überbestimmt; zwei können zur Prüfung der Resultate oder der angenommenen Hypothese der gleichförmigen Bewegung um den zweiten Brennpunkt dienen.

Halley löste die Aufgabe, aus drei Radienvectoren und den Zwischenwinkeln die elliptische Bahn ohne weitere Hypothese über die Geschwindigkeit der Bewegung zu bestimmen.**) Die Aufgabe ist geometrisch die folgende: Es ist der Brennpunkt S (Fig. 39) einer Ellipse und drei Punkte derselben, A, B, C, gegeben; man soll die Ellipse construieren. Bei

*) Für das Rückwärtseinschneiden aus den Winkeln w_1, w_2, n_1, n_2 kann R natürlich beliebig sein; nur wird dann, wenn FS gefunden ist, $OA = \frac{1}{2}R$ die Halbaxe sein. Die Dreiecke BSO, p_2SF der beiden Figuren sind einander ähnlich; die Seiten des ersteren sind 1, e', r'; die des zweiten für $a = 1 : 2, 2e', 2r'$.

**) Phil. trcts. Bd. XI (1676), pag. 683. Edmund Halley, geboren am 8. November 1656 zu London, bezog 1673 die Universität Oxford, und ging 1676 im Auftrage der Regierung nach St. Helena zur Beobachtung des südlichen Himmels. 1703 wurde er Professor in Oxford und 1720 Director der Sternwarte in Greenwich, wo er 1742 starb. Seine eigentliche Wirksamkeit fällt demnach erst in die nächste Epoche.

Halley tritt hier schon die analytische Methode auf: Angenommen F sei der zweite Brennpunkt; bezeichnet man die drei Radienvectoren von der Sonne aus mit r_1, r_2, r_3, diejenigen vom zweiten Brennpunkte mit ρ_1, ρ_2, ρ_3, so ist

$$r_1 + \rho_1 = r_2 + \rho_2 = r_3 + \rho_3 = 2a$$

folglich

$$r_2 - r_1 = \rho_1 - \rho_2 = 2\alpha; \quad r_2 - r_3 = \rho_3 - \rho_2 = 2\beta.$$

Hieraus folgt, dass S, F Punkte einer Hyperbel sind, deren reelle Halbaxe α aus den gegebenen Radienvectoren r_1, r_2 gefunden werden kann und deren Brennpunkte A, B sind; und ebenso, dass S, F Punkte einer zweiten Hyperbel sind, deren reelle Halbaxe β aus den gegebenen Radienvectoren r_2, r_3 bekannt werden und deren Brennpunkte B, C sind. Die Construction dieser Hyperbeln bietet weiter keine Schwierigkeiten.

Halley bemerkt, dass nebst den Schnittpunkten S und F noch andere auftreten, dass es aber von Fall zu Fall nicht schwer sein wird, jenen auszuwählen, welcher den Bedingungen des Problems entspricht. Hiezu ist zunächst zu bemerken, dass stets nur einer der Schnittpunkte als Brennpunkt anzusehen ist. Von jeder der beiden Hyperbeln II und III*) (Fig. 39) muss nämlich ein Ast durch S gehen; nun sind weiters zwei Fälle möglich. Schneiden sich die beiden Äste II und III nur in S und in keinem zweiten Punkte, so werden sich die beiden anderen Äste II', III' ebenfalls in einem Punkte F schneiden, welcher der zweite gesuchte Brennpunkt ist. Ein Schnittpunkt eines durch S gehenden Astes III mit einem anderen durch F gehenden Aste II' entspricht der Aufgabe nicht; denn es ist für einen solchen Schnittpunkt f: $r_1 - r_3 = \sigma_3 - \sigma_1$, weil f und S auf verschiedenen Ästen der Hyperbel II liegen, daher $r_1 + \sigma_1 = r_3 + \sigma_3$ den Bedingungen der Aufgabe entsprechend. Hingegen ist $r_2 - r_1 = \sigma_2 - \sigma_1$, da f und S auf demselben Aste der Hyperbel III liegen; daher wird $r_1 - \sigma_1 = r_2 - \sigma_2$, was den Bedingungen der Aufgabe nicht entspricht. Der durch S und F bestimmte Kegelschnitt ist eine Ellipse. Rückt der Schnittpunkt F in die Unendlichkeit, so wird eine der beiden Asymptoten der Hyperbel III parallel mit der einen der Hyperbel II; die Richtung dieser Asymptote gibt die Richtung der Axe, und der durch A, B, C gehende Kegelschnitt wird eine Parabel. Schneiden sich hingegen die beiden durch S gehenden Äste II, III noch ein zweitesmal in der Endlichkeit in einem Punkte (F), so liegen alle vier Schnittpunkte der beiden Hyperbeln auf dem Aste III; die beiden auf dem Aste II' liegenden kommen nicht weiter in Betracht, weil für eines der Punktepaare AB, BC die Summe, für das andere die Differenz der Radienvectoren einander gleich

*) Wobei die Hyperbel II die Brennpunkte A und C, die Hyperbel III die Brennpunkte A und B hat.

werden; hingegen wird für den zweiten Punkt (F): $r_1 - r_3 = (\rho_1) - (\rho_3)$ und $r_2 - r_1 = (\rho_2) - (\rho_1)$, weil (F) und S auf demselben Aste für beide Hyperbeln liegen; daraus folgt:

$$r_1 - (\rho_1) = r_2 - (\rho_2) = r_3 - (\rho_3)$$

und der durch $A\,B\,C$ gehende Kegelschnitt ist eine Hyperbel, so aber, dass alle drei Punkte $A\,B\,C$ auf demselben Aste derselben liegen.

Ausser den beiden Hilfshyperbeln II und III ist jedoch noch eine dritte I möglich, deren Brennpunkte B, C sind, und für welche die grosse Axe durch die Differenz $r_2 - r_3$ bestimmt ist. Combiniert man diese mit einer der beiden anderen, so sieht man dass sich alle drei Hyperbeln noch in einem zweiten Punkte F (dem zweiten Brennpunkte) schneiden; von den $3 \times 4 = 12$ Schnittpunkten der drei Hyperbeln fallen demnach 6 in die Punkte S und F, während die 6 übrigen von einander getrennten für das Problem keine weitere Bedeutung haben.

Es ist dies jedoch keineswegs die einfachste Lösung der Aufgabe, wie schon La Hire*) bemerkt. Dieser gründet seine Lösung der Aufgabe auf ein bereits von Vieta gelöstes geometrisches Problem. Die Richtigkeit der Lösung von La Hire lässt sich am einfachsten in der folgenden Art darlegen: Da je zwei durch einen Brennpunkt gehende conjugierte Polaren eines Kegelschnittes aufeinander senkrecht stehen, so genügt es, das in der Verbindungslinie $A\,B$ liegende, zu A, B harmonische Punktepaar $\gamma\,\gamma_1$ zu suchen, für welches $S\gamma \perp S\gamma_1$ ist; dann ist γ oder γ_1 ein Punkt der Polare des Brennpunktes S in Bezug auf den gesuchten Kegelschnitt, d. h. ein Punkt der Richtlinie. Diese beiden Punkte werden aber durch die beiden Geraden $S\gamma$, $S\gamma_1$ selbst bestimmt, welche den Winkel $A\,S\,B$, bez. seinen Aussenwinkel halbieren. Ebenso erhält man zwei Punkte β, β_1 auf der Verbindungslinie $A\,C$ und zwei Punkte α, α_1 auf der Verbindungslinie $B\,C$. Je drei dieser Punkte müssen demnach auf einer geraden Linie liegen, und die vier Verbindungslinien $\alpha\beta\gamma$; $\alpha\beta_1\gamma_1$; $\alpha_1\beta_1\gamma$; $\alpha_1\beta\gamma_1$ bilden die vier Richtlinien der vier durch $A\,B\,C$ gehenden vier Kegelschnitte, deren Brennpunkt S ist.**) Drei dieser Linien theilen jedoch das Punktetripel $A\,B\,C$ in einen einzelnen Punkt und ein Punktepaar, die zu verschiedenen Seiten derselben liegen, so dass dieselben daher Hyperbeln bestimmen, für welche nur zwei der drei Punkte A, B, C auf demselben Aste liegen und die daher nicht weiter in Betracht kommen. Die Linie $\alpha\beta\gamma$ bestimmt den Kegelschnitt, für welchen die drei Punkte $A\,B\,C$ auf demselben Aste liegen. Fällt man auf diese Gerade das Perpendikel $S\delta$, so ist dieses die Richtung der Axe. Um auch die Grösse derselben zu finden, zieht La Hire $Ap \perp S\delta$, macht $pq = SA$; $\sphericalangle\,\delta St = \sphericalangle\,pSu = 45^0$, so

*) Journal des Savants, V. Bd. (1677), pag. 118.

**) La Hire construiert nur die äussere Richtlinie $\alpha\beta\gamma$.

sind die Perpendikel tT und uU auf die Axe die Scheiteltangenten. Die Richtigkeit dieser Construction ist leicht zu erweisen. Seien T, U die Endpunkte der grossen Axe, und wird $TSt = USu = 45^0$ gemacht, so ist

$$ST = tT = a - \varepsilon; \quad SU = uU = a + \varepsilon$$

und ist der Schnittpunkt der Verbindungslinie tu und TU in (δ), so wird, wenn $(\delta)T$ mit x bezeichnet wird:

$$x : (2a + x) = (a - \varepsilon) : (a + \varepsilon); \quad x = \frac{a}{\varepsilon}(a - \varepsilon)$$

$$(\delta)S = x + (a - \varepsilon) = \frac{a^2 - \varepsilon^2}{\varepsilon}$$

woraus folgt, dass die Entfernung $(\delta)S$ der Abstand der Richtlinie vom Brennpunkte ist, also (δ) mit δ zusammenfällt.

Weiters hat aber die Richtlinie die Eigenschaft, dass

$$SA : p\delta = TS : \delta T = US : \delta U = \varepsilon : a$$

ist; wird daher das Perpendikel Ap bis zum Schnittpunkte q mit tu verlängert, so wird auch

$$pq : p\delta = Tt : \delta T = \varepsilon : a,$$

daher $pq = SA$ sein.

Ganz ähnlich würde auch die Construction für die drei Hyperbeln sein.*) Macht man z. B. $Ap_3' \perp S\delta_3$, $p_3'q_3' = AS$ und verbindet $q_3'\delta_3$, so bestimmen die unter 45^0 gegen $S\delta_3$ geneigten Linien St_3, Su_3 die Scheiteltangenten t_3T_3, u_3U_3. Es ist selbstverständlich gleichgiltig,

*) Diese Hyperbeln sind nicht etwa bestimmt durch die vorhin ausgeschlossenen Schnittpunkte der Hyperbeläste II' und III. Wenn nämlich z. B. durch AB der eine Hyperbelast, durch C der zweite gehen soll, so müsste $r_1 - \varrho_1 = r_2 - \varrho_2 = \varrho_3 - r_3$ sein, woraus folgt, dass

$$r_2 - r_1 = \varrho_2 - \varrho_1; \; r_2 + r_3 = \varrho_2 + \varrho_3; \; r_1 + r_3 = \varrho_1 + \varrho_3$$

ist; d. h. der zweite Brennpunkt ist bestimmt, durch die Schnittpunkte der Ellipse, für welche A, C die Brennpunkte und $r_1 + r_3$ die grosse Axe, der Ellipse, für welche B, C die Brennpunkte und $r_2 + r_3$ die grosse Axe ist, mit derjenigen Hyperbel für welche A, B die Brennpunkte und $r_2 - r_1$ die grosse Axe ist. Hieraus folgt der geometrische Satz:

Wählt man von drei Punkten A, B, C je ein Paar als Brennpunkte von Ellipsen und Hyperbeln, welche durch einen gegebenen Punkt S gehen, so werden von den $\frac{1}{2}.4.5.6 = 60$ Schnittpunkten der drei Ellipsen und der drei Hyperbeln nebst den 15 in S hineinfallenden, noch vier immer reelle Schnittpunkte F, F_1, F_2, F_3 auftreten, in denen sich beziehungsweise alle drei Hyperbeln, u. zw. alle drei durch S hindurchgehenden oder alle drei nicht durch S hindurchgehenden Äste, und je zwei Ellipsen mit einer Hyperbel schneiden. Diese vier Schnittpunkte F, F_1, F_2, F_3 bilden mit S gemeinschaftlich je ein Brennpunktepaar von vier Kegelschnitten, welche durch die drei Punkte A, B, C gehen (von denen drei stets Hyperbeln sind, auf deren beiden Ästen A, B, C vertheilt sind, der vierte jedoch eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel auf deren einem Ast alle drei Punkte liegen) für welche das Quadrupel der vier zu S gehörigen Richtlinien ein vollständiges Vierseit bildet, dessen Diagonaldreieck ABC ist.

welcher der drei Punkte A, B, C zur Construction verwendet wird; die Endpunkte der bez. gleich SA, SB, SC gemachten Ordinaten in A, B, C liegen stets in denselben durch δ, δ_1, δ_2, δ_3 gehenden Geraden $\delta t u$, $\delta_1 t_1 u_1$, $\delta_2 t_2 u_2$, $\delta_3 t_3 u_3$.

Die durch Galilei und Marius begonnenen Untersuchungen über die Bewegung der Jupitersatelliten wurden hauptsächlich von Flamsteed und Cassini fortgeführt. Fast in jedem Jahrgange der Phil. trcts. gab Flamsteed Vorausberechnungen von Verfinsterungen der Satelliten; als Halbmesser der Satellitenbahnen nimmt er 5·43, 8·62, 14·03, 24·23 Jupiterhalbmesser.*) Er sowie Cassini suchten aus den Beobachtungen die Elemente der Satelliten zu verbessern; Cassini bemerkte, dass nicht alle Verfinsterungen eines Satelliten von der gleichen Zeitdauer sind (allerdings können für den ersten nie und für den zweiten nur manchmal Ein- und Austritte aus dem Schattenkegel des Jupiter beobachtet werden), dass daher die Satellitenbahnen entgegen der Annahme Galileis nicht in die Ebene der Jupitersbahn fallen. Er sagt: 1. That, at the end of March next, the Satellits will no more have any latitude in respect of Jupiters center, and that they will appear in a streight line in all their configurations between themselves and with Jupiter, and will eclipse one another: which, according to Galileo should have come to pass ever since the first months of this present year, when Jupiter passed from the North-side to that of the South, and not the next year, when Jupiter will have a great Southern latitude. 2. That the streight line of the Satellites will be inclined to the Ecliptique, contrary to the Galilaean Hypothesis. 3. That this disposition of the Satellites in a streight line in their encounter will last but a few days, though Galileo assure us, that it lasts many months. 4. That the next Summer the situation of the circles of the Satellites will be found inverted, in respect of that which they have now; for the superior Semicircles, which at present are turned to the South, will then be turned to the North: which will overthrow the hypothesis of Marius and Hodierna, who suppose them always turned the same way.**) Die Cassinische Darstellung erscheint jedoch durch den Umstand bedeutend getrübt, dass er als Anhänger des geocentrischen Systems die Bewegungen des Jupiter auf die Erde bezieht. Dass daraus auch Fehler in der Interpretation entstanden sein müssen, ist selbstverständlich.

---

*) Phil. trcts., Bd. VII (1673), pag. 6097. John Flamsteed, geboren 1646 zu Derby, wurde 1675 Director der neu erbauten Sternwarte in Greenwich, wo er bis zu seinem Tode (1719) wirkte.

**) Phil. trcts., Bd. X (1676), pag. 682 und ähnlich im Journal des Savants, Bd. IV (1674), pag. 245. Über die Annahme des Marius s. pag. 147.

Am 26. März 1655 hatte Huygens*) einen Saturntrabanten entdeckt; aus zwei Beobachtungen vom 16. und 30. März 1656 leitet er die Zeit einer kronocentrischen Conjunction 1656 März 23, 8^h Abend, ab. In derselben Weise fand er für die Zeit einer zweiten kronocentrischen Conjunction des Satelliten mit der Erde 1659 März 14, 8^h Abend. Sei nun (Fig. 35) E_1 der Ort der Erde zur Zeit der ersten Beobachtung, E_2 zur Zeit der zweiten, während die zugehörigen Saturnsorte S_1, S_2 sind, so ist der Winkel $S_1 p S_2 = \alpha$ die geocentrische Bewegung des Saturn in der Zwischenzeit. Zieht man $(A)(B) \parallel A_1 B_1$, so ist auch $(A) S_2 A_2 = \alpha$, daher die siderische Bewegung des Satelliten zwischen den beiden kronocentrischen Conjunctionen gleich $n \cdot 360^0 + \alpha$. Ist die Zwischenzeit t, so ist daher die tägliche siderische Bewegung

$$\mu = \frac{n \cdot 360^0 + \alpha}{t}.$$

Es war $n = 68$, $\alpha = 40^0\,48'$, $t = 1086^d$, womit $\mu = 22^0\,34'\,44''$ und die Umlaufszeit $15^d\,22^h\,39^m$ folgt. Da die siderische Bewegung des Saturn $2'\,0''$ ist, so wird die synodische Bewegung des Satelliten in Bezug auf die Sonne $22^0\,32'\,44''$ und die synodische Umlaufszeit $15^d\,23^h\,13^m$ Für die Epoche 1. Jänner 1653 ist der scheinbare Ort des Saturn $11^0\,41'\,\Omega$, Abstand des Satelliten vom Aphel B gleich $274^0\,21'$. Mit diesen Constanten gibt Huygens Tafeln für den Satelliten. Der von Huygens entdeckte Satellit ist, seiner Entfernung vom Saturn nach, der sechste. Vier weitere Satelliten des Saturn entdeckte Cassini: Im October 1671 den äussersten (achten), Ende 1672 den fünften;**) 12 Jahre später folgte die Entdeckung des dritten und vierten Satelliten. Im 15. Bande der Phil. trcts. (1686), pag. 299, gibt Cassini Correctionen für die schon früher von ihm ermittelten mittleren Bewegungen; es werden hienach, wenn die Bezeichnungen nach der Reihenfolge der jetzt bekannten acht Satelliten beibehalten werden, für den

	Mittlere Bewegung täglich	Mittlere Bewegung in vier Jahren	Umlaufszeiten	Epoche 31. Dec. 1685 (Paris)	Entfernung in Ringdurchmessern
3.	$190^0\,41'\,31''$	$10^s\,20^0\,56'$	$1^d\,21^h\,18^m5$	$A = 24^0\,50'\,\Upsilon$	0·964
4.	131 31 30	9 8 1	2 17 41·5	9 10 ♍	1·235
5.	78 41 50	4 16 38	4 13 47·25	9 39 ♍	1·740

*) Christian Huygens, geboren am 14. April 1629 zu Haag, studierte in Leyden die Rechte, machte dann 1649 mit dem Grafen von Nassau grössere Reisen durch ganz Europa, später 1663 und 1664 neuerdings nach Paris und London, gieng 1665 über Berufung Ludwig XIV. nach Paris, wo er bis 1681 blieb. In diesem Jahre kehrte er nach Haag zurück, wo er am 8. Juli 1695 starb. Für die Astronomie hat er sich besondere Verdienste durch die Entdeckung des Saturnringes und des Saturnsatteliten ferner durch Construction grosser Fernrohre erworben. Sein Hauptverdienst aber liegt in der Anwendung der Mathematik auf physikalische Probleme.

**) Phil. trcts., Bd. VII, pag. 5178, und Journal des Savants, Bd. V, pag. 38.

	Mittlere Bewegung täglich	Mittlere Bewegung in vier Jahren	Umlaufszeiten	Epoche 31. Dec. 1685 (Paris)	Entfernung in Ringdurchmessern
6.	$22^0\,34'\,38''$	$7^s\,15^0\,19'$	$15^d\,22^h\,41^m$	$A = 18^0\,1'\,\curlywedge$	4·000
8.	$4\,32\,17$	$5\,0\,6$	$79\,7\,54$	$16\,19\,\curlywedge$	11·621

Die Entfernungen, die aus dem dritten Kepler'schen Gesetze bestimmt sind, may be used as more accurate than those obtained by observations.

Die Bewegung des Huygens'schen Saturnsatelliten hatte bereits 1683 Halley neuerdings untersucht;*) er fand einen Durchgang des Satelliten durch das Perigäum (eine kronocentrische Conjunction des Satelliten mit der Erde) 1682 November 13, $17^h\,0^m$; heliocentrischer Ort des ♄ ($\odot S_2$, Fig. 36) $3^s\,21^0\,39'$ vom ersten Stern des ♈; Reduction auf den geocentrischen Ort $\odot S_2 E_2$ gleich $+ 2^0\,7'$, daher der geocentrische Ort des Saturn $3^s\,23^0\,46'$ und folglich der kronocentrische Ort der Erde und des Satelliten $S_2 s_2$ gleich $9^s\,23^0\,46'$ vom ♈. Für die von Huygens beobachtete Conjunction 1659 März 4 war der heliocentrische Ort des Saturn $\odot S_1$ in $6^s\,0^0\,41'$, die Reduction $\odot S_1 E_1$ gleich $- 2^0\,23'$, daher der kronocentrische Ort des Satelliten $11^s\,28^0\,18'$ vom ersten Stern des ♈. Der Satellit hatte daher siderisch in der Zwischenzeit von $8655^d\,9^h\,20^m$: 543 Umläufe $+ 295^0\,28'$ zurückgelegt, womit sich die Umlaufszeit $15^d\,22^h\,41^m\,6^s$, die mittlere tägliche siderische Bewegung $22^0\,34'\,38''3$, die jährliche Bewegung $22\,R + 320^0\,43'$ ergab.

Halley hatte aber bereits eine Ungleichförmigkeit in der Bewegung dieses Satelliten entdeckt; er fand, dass der Satellit im Apogäum um 3^0 schneller war, als die Rechnung es ergab, im Perigäum um $2\frac{1}{4}^0$ langsamer. Die Ursache schrieb er einer Excentricität der Bahn zu; da die Bewegung des Satelliten vom Perigäum s_1 (kronocentrische Conjunction mit der Erde) zum Apogäum (kronocentrische Opposition mit der Erde) durch den von der Erde aus westlichen (rechten) Theil der Bahn stattfindet, sich aber aus den Beobachtungen eine Beschleunigung der Bewegung in diesem Theile um $5\frac{1}{4}^0$ ergab, so schloss Halley, dass das Apokronion in der Richtung Sx gelegen sein müsste. Aus der Vergleichung der Beschleunigungen in seinen Beobachtungen mit denjenigen von Huygens fand Halley, dass das Apokronion näher zu $S_1 E_1$ als zu $S_2 E_2$ sein müsste. Obzwar er nun die Möglichkeit einer Bewegung des Apokronions aussprach, setzte er es vorerst doch als fest voraus (für eine Bestimmung der Bewegung fehlte natürlich jeder Anhaltspunkt), und zwar in $10^s\,22^0$ (so dass $x_1 S_1 E_1 = 28^0\,14'$, $x_2 S_2 E_2 = 36^0\,18'$ war) und die grösste Gleichung $2\frac{1}{2}^0$. Dadurch wird die mittlere Bewegung in der Zwischenzeit um $2^0\,45'$ kleiner zu nehmen, denn zu den wahren Orten $S_1 s_1$, $S_2 s_2$

**) Phil. trcts., Bd. XII (1683), pag. 82.

gehören die mittleren Orte $S_1\ \sigma_1$, $S_2\ \sigma_2$, und der durch das Perisaturnium gezählte Bogen $\sigma_1\ S\ \sigma_2$ ist um $2^0 45'$ kleiner. Infolge dessen wird die jährliche Bewegung um $7'$ kleiner; Halley setzt daher die jährliche Bewegung $22\ R + 320^0 36'$ und für die Epoche: letzter December 1682, Meridian von London; mittlerer Ort $= 280^0 15'$ vom ersten Stern des Υ.

Während die Theorie der Planeten bereits so weit gediehen war, dass die empirischen Gesetze der Bewegungen derselben — ohne Rücksicht auf Störungen — richtig gefunden worden waren, hatte die Kometenastronomie eigentlich erst begonnen. Zwei verschiedene Anschauungen waren durch Tycho und Kepler begründet worden: Nach dem ersteren bewegen sich die Kometen in Kreisen, nach dem letzteren in geraden Linien. Nach der Meinung Tychos mussten sie, falls sie sich nicht im Laufe ihrer Bahn auflösen, periodisch wiedererscheinen; nach Kepler werden die Kometen, wenn sie auch unvergängliche Himmelskörper wären, für die Erdbewohner transitorische Erscheinungen bleiben; sie erscheinen für kurze Zeit, um dann in unermesslicher Ferne zu verschwinden. Aber beide Hypothesen nahmen die beobachteten Kometen als Weltkörper an, deren Parallaxen unmerklich sind, die daher weit jenseits des Mondes zu setzen sind.

Gegen die von Regiomontan eingeführte Methode der Parallaxenbestimmung hatten sich bereits Tycho und Kepler ausgesprochen. Sie wandten andere Methoden an, welche die Parallaxen scheinbar mit grösserer Sicherheit zu bestimmen gestatteten — Tycho hatte eine grosse Reihe von Beobachtungen anderer Beobachter, die merkliche, sogar sehr grosse Parallaxen erhielten, geprüft und diese Bestimmungen widerlegt. Seine Rechnungen wurden von Claramontius, Professor der Philosophie in Pisa, in einem Werke, das er „Antitycho“ betitelte, angezweifelt. Claramontius hatte in der Astronomie keine weiteren Verdienste, wenigstens sind von ihm keine positiven Leistungen bekannt; aber in dem einen hatte er nicht ganz unrecht: die Tychonischen Widerlegungen, auf Neubestimmungen von Sternpositionen und Correctionen wegen Refraction und Sonnenparallaxe u. s. w. beruhend, sind keinesfalls beweisend in Fällen, wo es sich um sehr kleine Beträge handelt. Claramontius wurde seinerseits im „Hyperaspistes contra Antitychonem“ von Kepler widerlegt — und die Kepler'schen Widerlegungen von Riccioli angezweifelt. Bedenkt man, dass Kepler selbst noch die Parallaxe der Sonne zu $1'$ annahm, dass die Tychonischen Fixsternpositionen infolge der fehlerhaften Refraction und anderer Umstände noch um ziemliche Beträge fehlerhaft sein können, und dass die Methode der Parallaxenbestimmung selbst, wenngleich von einem bedeutenden, der Regiomontanischen Methode anhaftenden Mangel, der Abhängigkeit von der Zwischenzeit, befreit, doch

wieder von anderen wesentlichen Umständen (hauptsächlich der dabei nötigen Interpolation eines Kometenortes aus zwei anderen) beeinflusst wird; bedenkt man weiter, von unserem heutigen Standpunkte aus genommen, dass die erhaltenen Resultate thatsächlich als sehr wenig befriedigend anzusehen sind, weil sie ja sonst die Unrichtigkeit der Hypothese der kreisförmigen oder geradlinigen Bewegung (das Auftreten einer Krümmung wie bei Hevel) durch die Nichtübereinstimmung mit den aus den Parallaxen geschlossenen Distanzen ergeben hätten, so wird man die Resultate, zu denen Riccioli aus seinen Untersuchungen geführt wird, als nicht ungerechtfertigt ansehen.

Mit grosser Sorgfalt untersucht Riccioli das vorhandene Material für die Kometen von 1577, 1590, 1593, 1596, 1597 und 1618/19 und gelangt zu folgenden Schlüssen:*)

I. Aliquos Cometas infra Lunam fuisse, salva fide historica, negari non potest.

II. Nullus adhuc Cometarum demonstratus est absolute fuisse supra Lunam, sed ex hypothesi tantum probabili quidem, sed tamen incerta.

III. Nullus adhuc Cometarum demonstratione Mathematica, demonstratus est absolute fuisse infra Lunam, sed solum ex hypothesi aliqua probabili.

IV. Probabile est, aliquos Cometas fuisse supra Lunam, aliquos vero infra, etiam ex illis, de quorum loco ex nuda historia nihil constat.

V. Sive autem Cometae omnes fuerint infra Lunam, sive aliqui supra, aliqui infra, certum est, multos supra Vaporum seu Halituum Crepusculinorum altitudinem, seu supra supremam nostri Aeris regionem versatos esse.

Dieses war der Stand der Kometentheorien im Jahre 1620. Die Beobachtungen waren viel zu ungenau, um brauchbare Aufschlüsse über den Ort des Kometen zu geben. Es war ein vom Anbeginn erfolgloses Bemühen, Entfernungen eines Kometen aus täglichen Parallaxen ableiten zu wollen. Ja, wollte man heutzutage diesen Weg einschlagen: Entfernungen der Kometen aus täglichen Parallaxen ermitteln um aus den so gefundenen auf die Bahn zu schliessen, so würde man selbst mit den jetzigen Beobachtungen nur sehr zweifelhafte Erfolge erzielen. Die Beobachtungen der verwaschenen, unscharfen Kometenkerne unterliegen stets gegenüber den Beobachtungen anderer himmlischer Objecte einer grossen Unsicherheit. Es ist daher auch nicht zu verwundern, dass man aus den

*) Almagestum novum, II. Bd., pag. 119.

damaligen Kometenbeobachtungen mit Rücksicht auf die zulässigen Beobachtungsfehler schliessen konnte, was man wollte. Beobachtungsfehler bis zu $\frac{1}{4}^0$ schienen zulässig. Cassini hatte noch 60 Jahre später eine Darstellung der Kometenorte innerhalb dieser Grenzen für ausreichend gehalten; selbstverständlich konnte unter solchen Umständen die Abweichung der scheinbaren Bahn am Himmel vom grössten Kreise in vielen Fällen vollständig verschwinden oder zum mindesten als nicht sichergestellt betrachtet werden. Nichtsdestoweniger wurde bei jenen Kometen, welche längere Zeit sichtbar blieben, die auffallende Krümmung gegen das Ende der Bahn wahrgenommen: die Krümmung in der Erdnähe drückte sich in den rohen Zahlen jener Zeit nicht deutlich genug aus. Riccioli that nun, was unter diesen Umständen vielleicht das Beste war: er stellte keine Hypothese auf und verzichtete darauf, eine Bahn abzuleiten, für welche genügende Anhaltspunkte nicht vorhanden waren. Er beschränkte sich darauf, eine Naturgeschichte der Kometen zu geben, für eine Naturlehre der Kometen schien die Zeit noch nicht gekommen.

Anders fasste Hevel*) das Problem auf. Schon die Art und Weise, wie er die Entfernung der Kometen zu bestimmen suchte, ist erwähnenswert. Er legte eine Tafel an, welche die Höhenparallaxe für gegebene Zenitdistanzen und Entfernungen von der Erde (von 1 bis 10000 Erdhalbmessern) zu entnehmen gestattete. Es ist, wenn die Entfernung 2 Erdhalbmesser (von dem Erdmittelpunkte) ist, die Horizontalparallaxe $\pi = 30^0$; für 5 Erdhalbmesser $\pi = 11^0\,32'$; für 10: $\pi = 5^0\,44'$; für 60: $\pi = 57'\,18''$; für 100: $\pi = 34'\,23''$; für 1000: $\pi = 3'\,26''$; für 4000: $\pi = 52''$; für 10000 Erdhalbmesser $\pi = 21''$. Da sich bei kleinen Entfernungen die Höhenparallaxen in kleinen Höhen auch ziemlich rasch ändern, so werden durch die blosse tägliche Bewegung veränderliche Krümmungen in den Alignements eintreten. Obzwar dieselben infolge der Bewegung des Kometen in der Zwischenzeit auch nur durch Interpolation bestimmt werden können, so bleibt diese Methode für die Kometen jener Zeit noch immer die passendste, um wenigstens eine untere Grenze für die

*) Johann Hevel, geboren 1611 zu Danzig, studierte in Leiden Jurisprudenz und Mathematik, machte sodann weite Reisen, liess sich dann in seiner Vaterstadt nieder, wo er sich eine Sternwarte erbaute, die aber 1679 durch eine Feuersbrunst zerstört wurde, die auch zahlreiche seiner Manuscripte vernichtete; er baute darauf sofort eine zweite, an welcher er bis zu seinem 1688 erfolgten Tode beobachtete. Dabei war er von seiner öffentlichen Thätigkeit in seiner Vaterstadt stark in Anspruch genommen, da er Rathsherr und Bürgermeister war und Astronomie ursprünglich nur als Nebenbeschäftigung betrieb. Bemerkenswert ist, dass er seine Messinstrumente nicht mit Fernrohren versah, weil er die Beobachtungen mit freiem Auge für weniger täuschend hielt.

Entfernung anzugeben. Nichtsdestoweniger leitet Hevel aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungen für den Kometen von 1652 auch absolute Parallaxen ab. Die daraus folgenden Distanzen habe ich in der mit Δ überschriebenen Colonne der nächsten Tafel eingetragen. Obzwar sie mit anderen, aus der Bahn selbst gefolgerten Werten nicht sonderlich gut übereinstimmen und auch bei der Hevel'schen Bahnbestimmung selbst weiter keine Beachtung oder gar Verwendung finden, woraus wol geschlossen werden könnte, dass Hevel selbst den gefundenen Werten nicht volles Vertrauen entgegenbrachte, findet er sich doch zu dem Ausspruche veranlasst: Minime etiam dubito, quin hujus Cometae parallaxes, ejusque a Terra distantias absolute demonstrando, Doctissimo Ricciolo plene satisfecerim, atque sic lubens concessurum, sedem hujus phaenomeni rite et accurate nunc a nobis, et quidem mathematicè demonstratam esse, *) und daraus schliesst er für alle Cometen genuinos Cometas non esse meteora sublunaria sed corpora mere aetherea. **) Nur eine Anwendung macht Hevel von diesen Entfernungen: Er benützt sie, um daraus Schlüsse über die wahre Grösse des Kometen zu ziehen. Die beobachteten Durchmesser des Kometen (d_1 in der Tabelle) nehmen immer mehr und mehr ab; wäre der wahre Durchmesser des Kometen beständig derselbe geblieben, so müsste unter Zugrundelegung der gefundenen Distanzen Δ der Durchmesser d_2 sein; daraus schliesst Hevel, dass eine thatsächliche Vergrösserung des Kometen, also successive Auflösung desselben stattfand. ***) Dieser Schluss entbehrt nun aber jeder Begründung. Denn rechnet man mit den später angegebenen geocentrischen Distanzen, wie dieselben aus Hevels Bahn folgen, ebenfalls unter Zugrundelegung des beobachteten Durchmessers 30' für den 20. December und einem supponierten constanten wahren Durchmesser seinen scheinbaren Durchmesser, so folgen die in der Colonne d_3 mitgetheilten Werte (von Hevel nicht berechnet), deren Vergleich mit d_1 auf eine thatsächliche Verkleinerung des Kometen schliessen lassen würde. Weitere theoretische Folgerungen zieht Hevel aus der angeblichen Vergrösserung nicht, wol aber ergibt sich für ihn ein Beweis für die Möglichkeit der geradlinigen Bahnen hieraus: Wenn nämlich die Kometen geradlinige Bahnen beschreiben, so müssten sie sich ja aus der Unendlichkeit in die Unendlichkeit bewegen, d. h. die Welt müsste unendlich sein. Keineswegs, antwortet er, aus der Unendlichkeit kommen sie nicht, denn sie entstehen in dem Planetensystem, und in die Unendlichkeit gehen sie nicht, denn sie lösen sich auf. †)

*) Cometographia, pag. 317.
**) l. c. pag. 318.
***) l. c. pag. 562.
†) l. c. pag. 563.

Die Unzulässigkeit der Annahme einer Bewegungsform (sei dieselbe nun geradlinig oder parabolisch), welche sich in die Unendlichkeit erstreckt, dürfte vielleicht manchem befremdlich erscheinen; doch ist dieselbe keineswegs so auffällig, dass sie nicht einer Widerlegung bedurft hätte, und vielen erscheint auch heute noch die mit so ausserordentlicher Geschwindigkeit vor sich gehende, vorläufig als geradlinig betrachtete Bewegung des Sonnensystems im Weltraume aus demselben Grunde, wenn auch nicht als ein Unding, so doch als unfassbar. Man muss nur bedenken, dass die Unendlichkeit kein Erfahrungsbegriff ist und ausserhalb der Erfahrung gelegen ist. Die Erkenntnis derselben ist auch nicht apriorisch, sondern entsteht durch Abstraction, und zwar durch einen ziemlich hohen Grad von Abstraction aus den Erfahrungsbegriffen. Auch die Mathematik kennt, strenge genommen, nichts unendlich Grosses, sondern nur das unendlich Anwachsende, das Wachsen über alle Grenzen; und es gibt, selbst abgesehen von denjenigen, deren Gesammtwissen in dem sogenannten gesunden Menschenverstande besteht, viel mehr Individuen, als man denken sollte, denen der Begriff der Unendlichkeit der Welt nach Raum und Zeit völlig unfassbar ist. *)

1652	A	d_1	d_2	d_3	v	R	w
December 14	—	—	—	19′ 2″	110	5337	80°14′
17	—	—	—	26 8	98	5400	77 4
20	110	30·0	30′ 0″	30 0	88	5450	74 14
23	114	28·0	28 58	25 7	81	5510	71 34
26	189	24·0	17 28	18 40	78	5600	69 14
29	562	18·0	5 52	14 10	76	5680	67 4

*) Mancher Mathematiker wird vielleicht erstaunt gewesen sein, wenn er die ihm so geläufig gewordene Anschauung des Unendlichen bei nicht mathematisch geschulten Gelehrten auf Widerspruch stossen sieht. Zumeist findet man die Anschauung der Welt als ungeheuer grosser, aber begrenzter Kugel. Dass jenseits dieser Kugel ebenfalls ein Raum ist, und dass dieser Raum, wenn auch nicht erfüllt, so doch als erfüllt gedacht werden kann, wird nicht weiter beachtet. Das Fallenlassen der Kugelgestalt, das Endlose und Formlose ist ungeläufig; die Kugel wird eben so gross gedacht, dass jenseits derselben „nichts mehr ist“. Ähnliches gilt von der Zeit, welche sich übrigens, wenn man sie in die analytische Form des eindimensionalen Raumes bringt, unter den Raumbegriff subsumieren lässt. Andererseits aber stösst bei den Mathematikern im Anfange die hiemit im Widerspruche stehende Auffassung des einen unendlich fernen Punktes der Geraden, der unendlich fernen Geraden der Ebene, der imaginären Kreispunkte, sowie der geschlossenen Riemann'schen Kugelflächen, wie ich wiederholt zu bemerken Gelegenheit hatte, auf allerdings logisch leicht hebbare Schwierigkeiten. Die Lösung des analytischen Widerspruches liegt natürlich in ganz anderer Richtung, worüber ich mich hier jedoch nicht weiter ausbreiten kann.

1652	Δ	d_1	d_2	d_3	v	R	w
Jänner 1	1630	10·0	2′ 2″	11′13″	76	5790	64° 59′
4	3957	6·5	50	9 12	74	5900	63 4
7	8277	5·0	24	7 45	73	6000	61 20
10	15495	4·0	12	—	72	6100	59 40

Für die Erkenntnis der wahren Kometenbahn selbst bildet nun die Krümmung der scheinbaren Bahn, die Abweichung vom grössten Kreise ein wichtiges Element für Hevel. Nachdem er die Veränderlichkeit der Neigung und des Knotens an dem Kometen von 1652, mit dessen Untersuchung er seine Kometographie beginnt, festgestellt hatte, unterzieht er auch die früher beobachteten Kometen einer kritischen Untersuchung. Seien zunächst i, Ω Neigung und Knoten des durch zwei geocentrische Kometenorte gelegten grössten Kreises gegen die Ekliptik, i', Ω' die analogen Grössen, bezogen auf den Äquator, so werden sich je nach der Wahl der der Berechnung zugrunde gelegten Beobachtungen verschiedene Werte ergeben, und aus den erhaltenen Resultaten kann eine stetig veränderliche Reihe interpoliert werden. Es ergab sich für die Kometen von

Beobachtungszeit			Schwankungen von i			Schwankungen von Ω		
1531	14. Aug.	bis 23. Aug.	23° 17′	bis 23° 43′		14° 46′ ♏	bis	9° 8′ ♏
1532	2. Oct.	„ 8. Nov.	35 2	„ 32 20		28 48 ♍	„	3 13 ♎
1533	18. Juni	„ 25. Juni	62 34	„ 51 0		22 35 ♊	„	4 4 ♋
1577/8	13. Nov.	„ 26. Jänn.	29 10	„ 29 19		20 48 ♐	„	20 54 ♐
1618	8. Dec.	„ 29. Dec.	64 43	„ 63 19		13 52 ♏	„	14 52 ♏
1652/3	23. „	„ 7. Jänn.	73 59	„ 75 3		28 33 ♉	„	29 7 ♉

Hevel bemerkt hier, er würde noch mehr Beispiele wählen, wenn mehr Beobachtungen vorliegen würden, aber die meisten haben sich begnügt mit eitlen Vorhersagungen statt Beobachtungen. Aus den erhaltenen Resultaten zieht er den Schluss: Knoten und Neigung sind nicht fest, sondern beweglich. Dass auch die scheinbaren geocentrischen Bewegungen starken Schwankungen unterworfen sind, hatte schon Tycho beobachtet, und dasselbe fand sich bei allen späteren Kometen bestätigt. Die scheinbare Bewegung des Kometen von 1652 war zwischen dem 20. und 21. December 1652 gleich 11° 16′; zwischen dem 7. und 8. Jänner 1653 gleich 0° 29′. Dass die Bewegung der Kometen gerade im Anfange zumeist am raschesten ist, hält Hevel ganz richtig für zufällig, weil die Entdeckung derselben meist in ihrer Erdnähe stattfindet und sie dann, wenn einmal ihr Ort und die Richtung ihrer Bewegung bekannt ist, auch in grösseren Entfernungen, in welchen man sie gewiss zu entdecken nicht in der Lage ist, beobachtet werden können.

Die nächste Folge dieser Untersuchungen war das Resultat, dass sich eine geocentrische Kreisbahn oder eine excentrische Bahn mit den Beobachtungen nicht vereinbaren lässt. Aber die Eigentümlichkeit, dass bei allen Kometen gegen das Ende der Erscheinung die scheinbaren Bahnen eine auffallend starke Krümmung zeigen, hatte Hevel, sowie vor ihm Kepler zu der Ansicht der geradlinigen Bewegung geführt. Allerdings, bemerkt er, zeigen irdische Körper, Wurfgeschosse, Pfeile, dieselbe Erscheinung;*) da aber die Kometen sich in einem äusserst dünnen Mittel, dem Äther, bewegen und von diesem nur einen äusserst geringen Widerstand erfahren — Hevel hatte also ganz richtige Ansichten über die Ursachen jener beobachteten Krümmungen bei terrestrischen Objecten**) — da ferner die Kometen keine ponderositas et appetentia, d. i. Schwere gegen die Erde haben, so ist eine Ursache für eine thatsächliche Krümmung gegen das Ende der Bahn zu nicht vorhanden, und die Bahn wird, wenigstens sehr nahe, geradlinig sein. Corpora eo moventur, quo facilius possunt, atque minus impediuntur.***)

Zur Berechnung der Bahnen konnte Hevel von den zahlreichen früher gesehenen nur die folgenden acht der Rechnung unterwerfen: den von Regiomontan beobachteten von 1472, zwei von den drei Apianschen, nämlich die von 1531, 1532, die beiden Tycho'schen von 1577 und 1590, den von Wilhelm IV. von Hessen entdeckten von 1585, den Kometen von 1607 und den Kepler'schen von 1618. Zu diesen kamen dann noch die drei von ihm entdeckten von 1652, 1661 und 1665.

Seine Resultate erreichte er wesentlich durch Versuche; er führt zwar 21 von den von Kepler aufgestellten Theoremen an, prüft dieselben, findet einzelne nicht ganz einwurfsfrei;†) sie dienten ihm wol zur vorläufigen Orientierung über die Lage der Bahn, wobei aber immer noch ein ganz bedeutender Grad von Scharfsinn aufzuwenden war. Die numerischen Resultate selbst, so dass sie den Beobachtungen genügten, konnte er aber nur durch umfangreiche Rechnungen, d. h. durch zahlreiche Versuche erreichen.††)

---

*) l. c. pag. 566.

**) Der Widerstand des Mittels. Der Äther, den Hevel hier supponiert, und der später ebenfalls als im Weltraume vertheiltes widerstehendes Mittel erscheint, tritt übrigens nicht bei Hevel zum ersten Male auf, sondern schon bei Tycho (s. pag. 135).

***) l. c. pag. 571.

†) Etiam theorema 18 Kepleri vacillat., pag. 642.

††) Non res est adeo triobolaris; verum artis est, maximique (pag. 591). Calculo autem ea omnia rite ac diligenter pervestigare, longe operosius et molestius est, tum computatorem valde exercitatum, ob varios haud vulgares casus in isto calculo occurrentes sibi deposcit (pag. 746). Fateor Cometam hunc 1664 initio prae reliquis omnibus in hocce opere exhibitis, mihi multum multumque facessisse negotii (pag. 759).

Die Distanz drückt Hevel durchwegs in Erdhalbmessern aus. Zu diesem Zwecke ist natürlich zunächst wichtig seine Annahme über die Entfernung der Erde von der Sonne. Während Riccioli für die Sonnenparallaxe bereits den relativ kleinen Wert von $28\frac{1}{6}''$ angenommen hatte, nahm Hevel $40''$ und damit die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne 5157 Erdhalbmesser. Die Elemente (s. pag. 215) der 11 Kometenbahnen sind die folgenden:

σ	Ω	x	i	K	Zeit des Durchganges durch Ω	Zeit des Durchganges durch K	Grösster Fehler $\triangle\lambda$	Grösster Fehler $\triangle\beta$
1472	10°12′ ♋	15° 0′ ♊	+ 3° 8′	+ 340		Jänn. 22		
1531	26 30 ♓	28 40 ♍	+ 3 24				9′	51′
1532	21 50 ♈	15 0 ♍	+36 18	+2880	Sept. 1	Oct. 14	66	45
1577	24 0 ♈	26 15 ♍	+51 53	−2275	Dec. 12	Nov. 9	35	27
1585	(1)	12 13 ♌	+ 9 41	(1)	—	Oct. 22	8	4
1590	14 15 ♋	1 16 ♉	+26 21	−2142	März 7	Febr. 21	10	4
1607	12 21 ♈	8 0 ♏	+ 6 8	−2635	Sept. 16	(2)	33	(2)
1618	20 47 ♌	7 58 ♋	+41 10	−2873	Dec. 17	Nov. 27	(3)	(3)
1652	18 30 ♊	5 9 ♍	+43 30	+1185	Dec. 6	Dec. 23		
1665	20 48 ♏	22 41 ♉	(4)	(4)	April 12	(4)		

(1) Die Spur schneidet die Ekliptik nicht; Richtung des Perpendikels p_0 von der Sonne auf die Spur 12° 13′ ♈; Länge von p_0 gleich 6488 Erdhalbmessern.

(2) Die Beobachtungen beginnen bei $e = +465$ am 26. September; die Fehler in Breite sind für die letzten beiden Beobachtungen vom October 22 und 25, bez. 1° 18′ und 3° 10′.

(3) Die Fehler für die letzten beiden Beobachtungen sind $\triangle\lambda = 37'$ und 1° 23′; $\triangle\beta = 1°37'$ und 2° 26′.

(4) Neigung der Bahn — 0° 7′ (April 6); — 14° 51′ (April 20); für April 20: $e = +5386$; $p = +1251$.

Vergleicht man die Beobachtungen mit diesen Elementen, so bleiben noch mitunter ziemlich bedeutende Fehler; die grössten Fehler sind aus den beiden letzten Colonnen ersichtlich. Wenn aber auch nach Hevel bei den Kometen nicht wie bei den terristischen Objecten ein Grund für eine plötzliche Krümmung im letzten Theile der Bahn vorhanden ist, so ist damit noch keineswegs die Behauptung aufgestellt, dass die Bahn ganz und gar geradlinig sein müsse. Die Kometen, und insbesondere die beiden von 1607 und 1618 zeigen zum Schlusse ihrer Bahn sogar eine sehr beträchtliche Krümmung, und Hevel gelangt — allerdings nur durch Schlüsse — zu dem Resultate, dass die Kometenbahnen thatsächlich nicht geradlinig sind, sondern Kegelschnittslinien, und zwar (mit

Ausschluss der Kreise und Ellipsen) Parabeln oder Hyperbeln. Um jedoch seine Darstellung vollständig zu begreifen, wird es nötig, auch seine Anschauungsweise über die Natur der Kometen zu erwähnen.

Die Kometen entstehen nach Hevel in der Atmosphäre irgendeines Planeten oder auch der Sonne, und werden infolge der Rotation aus der Atmosphäre in tangentieller Richtung herausgeschleudert. Sie sind jedoch keine Kugeln, sondern bilden Scheiben (Fig. 38), welche beständig voll der Sonne zugekehrt sind, so dass also die Ebene der Scheibe stets senkrecht steht auf dem Radiusvector. Infolge dessen aber werden sie einerseits in ihrer geradlinigen Bewegung einen Widerstand des Äthers finden, welchen Hevel im ganzen Weltraume als äusserst dünn ausgebreitetes Medium annimmt, andererseits aber, ähnlich wie ein Schiff, dessen Längsaxe gegen die Richtung des Weges etwas gedreht ist, eine kleine Drehung in der Bahn erfahren. Die Bewegung wird weiters dort am schnellsten, wo die Ebene der Scheibe mit der Richtung der Bahn zusammenfällt (der Widerstand am geringsten), und dieses findet in der Sonnennähe statt, wo die Bahn senkrecht steht zum Radiusvector; je schiefer die Scheibe gegen deren Richtung (der Winkel zwischen beiden ist gleich dem Complement des Winkels w zwischen der Bahn und dem heliocentrischen Radiusvector R, welcher sich aus den Elementen leicht bestimmen lässt), desto kleiner die Geschwindigkeit. Die Richtigkeit dieses Satzes erweist er aus der Vergleichung der betreffenden Zahlen, welche für den Kometen von 1652 aus der Tafel (pag. 243) ersichtlich sind. v ist dort die tägliche Geschwindigkeit in der Bahn, R der heliocentrische Radiusvector, $90^0 - w$ die Neigung der Kometenscheibe gegen die Bewegungsrichtung (vgl. Fig. 38). Doch hält Hevel accessorische Störungen durch Veränderung des Wesens des Kometen, seiner Scheibe, seiner Grösse u. s. w., durch welche die Geschwindigkeit auch etwas früher oder später ihr Maximum erreichen kann, nicht für ausgeschlossen.

Quoniam Cometarum corpora disciformia sunt, et minime in spatio quodam plane vacuo, sed in aethere, hoc est, purissimo aere cursum deproperant, qui licet subtilissimus sit, tamen corpus habeat; motum eapropter eorum nec posse perpetuo esse aequabilem et uniformem, nec continenter, licet primus impetus impressus omnino rectus sit, in linea plane recta moveri; sed praeprimis ratione inclinationis disci, ejusque propensione ad corpus Solare nonnihil ab illo recto tramite declinare et deviare. Quare Cometas neutiquam in exquisita linea recta ut quidem Keplerus, aliique arbitrati sunt, sed in linea ex parte inflexa et incurvata, cujus concavitas perpetuo Soli prona est (quod bene notes velim) cursum capescere et absolvere, maxime necessum est.*) .... Alter (motus) autem

*) l. c. pag. 658.

pariter naturalis et intrinsecus est; non quidem ex eo quod Cometis aeque ac Terrestribus gravitatem attribuam; sed alia huic non prorsus dissimilis appetentia eis competat, ex qua Cometae omnes erga Solem, tamquam centrum Mundi, atque Planetarum Orbes, ceu istius centri peripherias, cujus propensiones instinctu alterum latus planum et expansum Cometarum, nullo non tempore, ex insita vi et virtute Solem versus, tamquam ad centrum universi, alterum vero rursus directe Planetarum Orbium sphaeras versus exponunt, atque obvertunt; sub qua directione se deinceps perseveranter conservant. . . . Hic, inquam, motus pariter naturalis et intrinsecus est, alias inclinatio disci Cometici a nobis apellatus. Haecque appetentia, sive hic motus, cujus beneficio Cometae perpetuo altero latere plano ad centrum universi, altero opposito ad Orbes Planetarum propendent, propemodum aemulatur acum magneticam. . . . Ut in illis (projectionibus et explosionibus globorum) gravitas, sic in his inclinatio disci, seu motus appetentiae Cometarum efficit,*) . . . sed eo in casu perpetuo sub media itineris via, ad verticem parabolae, hoc est, ut mentem meam recte aperiam, ubi radius ex centro Solis ad Trajectoriam perpendiculariter deducitur; ibidem dico, motum esse celerrimum. . . . Quo magis igitur Cometa a dicta illa linea perpendiculari, sive cis, sive ultra removetur, eo tardior motus est; licet, motus extrinsecus, impressusque impetus, ab ipso initio, Cometae inditus omnino aequabilis reapse sit, remotis scilicet omnibus et singulis impedimentis, ut in superioribus comprobavimus. Quod autem cursus Cometarum in medio lineae itinerariae circa verticem parabolae omnium sit concitatissimus, non aliunde, sane, oritur, quam a motu eorum intrinseco, sive a motu inclinationis disci. . . . Exinde quo longius radius iste, a puncto perpendiculi ex Sole in Trajectoriam incidit, eo acutior angulus est, . . . ibi inevitabili necessitate motus quoque tardior est.**) Dass nach dem Durchgange durch die Sonnennähe die Bewegung wieder verzögert werden muss, rührt davon her, dass die Scheibe sich wieder dreht und bei der Bewegung mehr Widerstand findet.

Die Drehung selbst erklärt Hevel wie Kepler durch eine Art magnetischer Kraft, welche von der Sonne ausgeht, quae alioquin nihil aliud est, quam appetentia, sive vis magnetica, per quam partes, a suo toto divulsae et separatae, denuo ad suum corpus integrum redeunt vel rediguntur. . . . Hic autem motus gravitatis ejus est naturae, quod quemadmodum alter ille violentus est, atque sensim debilitatur; sic hic naturalis est, atque paullatim invalescit.***) Dadurch wird nun eine parabolische Bahn erzeugt. Ob auch eine hyperbolische entstehen kann?

*) l. c. pag. 666/7.
**) l. c. pag. 669.
***) l. c. pag. 662.

Respondeo, motum hunc nonnunquam etiam in hyperbolicum degenerare posse, non adeo absonum nobis esse videtur; sed nolo hac de re tam subtiliter in praesens disputare: cum id perquam accurate ob defectum observationum discernere haud liceat; sufficiat nos demonstrasse, viam Cometarum plerumque nec lineam omnino rectam, nec circularem, nec ellipticam, sed praeter has, sectionem aliquam coni referre.... Attamen persuadeor, tramitem Cometarum magis ad parabolicam, quam hyperbolicam accedere sectionem.*)

In zwei Cardinalpunkten unterscheidet sich die Hevel'sche Theorie von der wahren: 1. Die Sonne befindet sich nicht im Brennpunkte. Seine Schlüsse sind immerhin mehr speculativ, und so hat er die Rechnung, welche nur eine Abweichung von der geraden Linie ergab, nicht weiter verfolgt und daher für die Form der krummen Linie keine weiteren Anhaltspunkte; allerdings ist es, wie schon erwähnt, fraglich, ob er, wenn er ähnlich wie Kepler für den Mars, seine Rechnungen für die Kometen weitergeführt hätte, brauchbare, positive Resultate erhalten hätte. 2. Hevel setzt allerdings die Geschwindigkeit der Kometen am grössten in der Sonnennähe, und je kleiner die Periheldistanz, desto schneller die Bewegung der Kometen: quo perpendiculum ad Solem brevius, eo Cometae cursus est concitatior, si constitutio sui corporis ad motum velocem satis est idonea;**) Hevel ist auch bemüht, eine Relation zwischen der Periheldistanz und der grössten Geschwindigkeit zu finden; aus der Vergleichung aller betrachteten Kometen kommt er jedoch zu keinem sicheren Resultate und spricht nur den Satz aus: adeo ut recte dixerim, dari in citerioribus illis remotionibus sectiones hyperbolicas, in ulterioribus vero parabolicas,***) womit die Form der Bahn von der Periheldistanz abhängig erscheint; weiters schliesst er noch, dass diejenigen Kometen, die aus einer grösseren Planetenatmosphäre kommen (wegen der grösseren Rotationsgeschwindigkeit) notwendig eine grössere Geschwindigkeit haben müssen, und umso grösser, je näher sie in dieser Atmosphäre dem Äquator waren. Aber die wahre Abhängigkeit zwischen Bahnform und Geschwindigkeit blieb ihm natürlich verborgen. In seinen Discussionen über gewisse fictive Kometenbahnen erscheinen ganz unmögliche Fälle; unter anderen tritt eine Kometenbahn auf, die die Erdbahn zweimal schneidet, in Punkten, die von der Sonne aus etwa unter einem Winkel von 45^0 gesehen werden, wobei er aber annimmt, dass Komet und Erde nahe gleichzeitig durch beide Punkte gehen, was natürlich unmöglich ist.†)

*) l. c. pag. 683.

**) l. c. pag. 705.

***) l. c. pag. 684.

†) Ist a die grosse Halbaxe, so ist die Geschwindigkeit g in dieser Bahn in der Entfernung r gegeben durch

Die geradlinige Bahn ist daher nur als eine Näherung anzusehen, und für die folgenden drei Kometen hatte Hevel auf diesen Umstand bereits Rücksicht genommen. Für den Kometen von 1661 suchte er zunächst wieder eine geocentrische Bahn, fand aber, dass sich für dieselbe zwischen dem 5. Februar und 28. März die folgenden Elemente ergaben: i zwischen $40^0\,21'$ und $25^0\,8'$: Ω zwischen $8^0\,6'$ ♓ und $5^0\,5'$ ♈; i' zwischen $20^0\,44'$ und $3^0\,36'$; Ω' zwischen $316^0\,12'$ und $35^0\,19'$. Die Bestimmung der geradlinigen wahren Bahn machte ihm wieder besondere Schwierigkeiten, denn es war in der Zeit der Beobachtungen keine in die Bahnebene fallende Visur; das Resultat war:**)

$$\Omega = 24^0\,46'\,♋\,; \quad x = 27^0\,57'\,♐$$

für i jedoch findet sich eine starke Veränderlichkeit: Zwischen 3. und 6. Februar $25^0\,15'$, dann allmälig abnehmend zwischen 10. und 28. März $9^0\,29'$, die Bahn ist daher stark gekrümmt. Hiezu ist jedoch noch zu bemerken, dass auch die Spur selbst stark gekrümmt ist; der obige Wert $x = 27^0\,57'\,♐$ folgt aus den Beobachtungen Februar 3 und März 28. Rechnet man die Bahn aus den Beobachtungen Februar 3, März 2, so erhält man für $S\,p\,\Omega$ (Fig. 27) $36^0\,9'$; aus den Beobachtungen März 2 und März 28 folgt $S\,p\,X = 157^0\,42'$, daher eine Abweichung von der Geraden von nahe 14^0.

Ganz ähnlich werden die Verhältnisse für den Kometen von 1664/5. Die Rechnung für diesen war noch mehr erschwert durch den Umstand, dass die Kometenbahn die Erdbahn nicht schneidet. Unter der Annahme einer geradlinigen Bewegung fällt das Perpendikel von der Sonne auf die Spur in $22^0\,18'\,♋$ und der kürzeste Abstand von der Sonne ist gleich 8814 Erdhalbmessern; die Neigung i variiert zwischen $37^0\,0'$ und $9^0\,39'$. Einige Zeit vor dem Durchgange durch die Sonnennähe ist aber die Geschwindigkeit ein Minimum (statt eines Maximums). December 15 ist sie 340 Erdhalbmesser täglich, December 30 (Durchgang durch die Sonnen-

---

$$g = \sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}.$$

Sei die Erdbahnhalbaxe a, diejenige der Kometenbahn ma, so wird

für die Erde . . . . . $g_1 = \sqrt{\frac{1}{a}}$

für den Kometen in derselben Entfernung . . $g_2 = \sqrt{\frac{1}{a}}\sqrt{2 - \frac{1}{m}}$;

das Verhältnis wird $g_2 : g_1 = 1{\cdot}414 - \varepsilon$, wo ε für den Fall einer parabolischen Bahn verschwindet.

**) Hier, sowie bei den früheren Kometen habe ich eine grössere Anzahl von Elementen, die Hevel nicht unmittelbar gibt, aus den gegebenen Daten der $\triangle$, e, p u. s. w. berechnet.

nähe) 140; Jänner 11 gleich 240, Jänner 29 wieder 473. Hevel nimmt daher eine gekrümmte Spur in der folgenden Weise: Sei $\triangle$ die curtierte Distanz zur geradlinigen Spur, $\triangle'$ bis zur krummlinigen (in derselben, durch die geocentrische Länge bestimmten Richtung), so wird:

	15. December	27. December	11. Jänner	4. Februar
$\triangle =$	4074	777	3657	14168
$\triangle' =$	3300	777	3610	9076

und in der krummlinigen Bahn variiert die Neigung zwischen $30^0 42'$ und $18^0 8'$; infolge der Krümmung der Spur (gegen die Erde zu concav) werden die zwischen den Sehstrahlen gefassten Strecken verkürzt und zwar umso stärker je weiter entfernt vom Perigäum, so dass die starke Veränderlichkeit der täglichen Geschwindigkeiten gehoben erscheint; die tägliche Geschwindigkeit ist dann am 15. December 199, am 27. December 164, am 11. Jänner 146, am 4. Februar 134 Erdhalbmesser.

Für den Kometen von 1665 reicht wieder eine geradlinige Spur aus, hingegen ist die Neigung stark veränderlich.

Im Jahre 1680 erschien jener grosse Komet, der sowol durch sein Aussehen als durch seinen Lauf eine der merkwürdigsten Kometenerscheinungen bildet. Er war der erste, der längere Zeit vor seinem Durchgange durch das Perihel und dann neuerdings nach seinem Wiedererscheinen aus den Sonnenstrahlen beobachtet wurde. Schon damals hielten einige dafür, dass diese zwei Kometenerscheinungen als demselben Kometen angehörig angesehen und demzufolge die Hypothese der geradlinigen Bahn aufgegeben werden müsste. Cassini schloss anders: il n'y a point d'exemple d'aucune autre Comète qui ait fait un changement de direction si grand et si prompt dans le milieu de sa course, ny qui ait en si peu de temps passé deux fois l'Ecliptique, et en deux endroit si proche l'un de l'autre.*) Er erschöpft sich in Beweisen, dass diese zwei Erscheinungen verschiedenen Kometen angehören müssen; dieses hält er für nötig, d'autant qu'il y a encore présentement de grands astronomes qui supposent, que celle du mois de Novembre et la présente est la même**). Er fand unter der Annahme von Kreisbahnen

	für den ersten Kometen von 1680	für den zweiten Kometen
tägliche Bewegung	1′	24′
Verhältnis der grössten zur kleinsten Entfernung von der Erde	1 : 298	1 : $21\frac{1}{2}$
Durchgang durch das Perigäum	29. Nov. 1680	3. Jänner 1681

*) Abrégé des observations et des reflections sur la Comète qui a paru au mois Décembre 1680 et aux mois de Janvier, Fevrier et Mars de cette année 1681, Paris 1681, I. Theil, pag. 7.

**) l. c. I, pag. 9.

Dass diese Beweise hinfällig sind, ist heute allerdings nicht schwer einzusehen; der Komet hat die Periheldistanz 0·006, die beiden Parabeläste fallen daher äusserst nahe, und für eine ruhende Erde würde man den Kometen sich auf zwei sehr nahe beieinander liegenden grössten Kreisen haben bewegen sehen. Die Theorie der geradlinigen Bewegung würde daher hier zwei nahe parallele Kometenbahnen in entgegengesetzter Richtung ergeben haben. Hevel hatte seine Methode auf diese beiden Kometenerscheinungen nicht angewendet, aber von anderer Seite wurde dieser Versuch mit glücklichem Erfolge durchgeführt. G. S. Dörfel*) hatte in seiner Schrift:

Astronomische Betrachtung des Grossen Cometen, welcher im ausgehenden 1680. und angehenden 1681. Jahre höchstverwunderlich und entsetzlich erschienen: Dessen zu Plauen im Voigtlande angestellte tägliche Observationes, nebenst etlichen sonderbahren Fragen und neuen Denckwürdigkeiten, sonderlich von Verbesserung der Hevelischen Theoriae Cometarum, ans Liecht stellet M. G. S. D. Daselbst gedruckt und verlegt durch J. C. Meisen im Jahr 1681.

unter Zugrundelegung der Hevel'schen Anschauungsweise zunächst zwei nahe parallele geradlinige Bahnen abgeleitet, die er um die Sonne herum durch einen stetig gekrümmten Linienzug verband, wodurch er auf die parabolische Bahn mit dem Brennpunkte im Sonnenmittelpunkte geführt wurde. Da seine Abhandlung sehr selten zu sein scheint,**) so führe ich das wesentlichste aus derselben wörtlich an, da hieraus der Gedankengang, sowie die Resultate am besten ersichtlich werden.

Die I. Frage. Ob der Comet, so im Decemb. Abends sich sehen lassen, eben der vorige sey, der im November frühe erschienen, oder, ob man sie vor zweene unterschiedliche Cometen zu halten habe?

Antwort: Die Bejahung des Ersten ist in vorgehender Erzehlung***) bereits vor bekant angenommen. Denn was in meinem ersten am Ende des Novembers ausgefertigten Berichte, erinnert worden, daß der unter die Sonnen-Strahlen gewichene Comet, gar vermuthlich, nach kurtzer Zeit wiederumb dörffte heliace aufgehen, und des Abends nach der Sonnen Untergang, auch wohl in anderer Beschaffenheit sich anderweit praesentiren,

*) Georg Samuel Dörfel, geboren 1643 zu Plauen im Voigtlande, gestorben 1688 als Superintendent zu Weida im Weimarischen.

**) Die Schrift findet sich weder in der k. k. Hofbibliothek, noch in der k. k. Universitätsbibliothek in Wien; ebensowenig in der königl. Bibliothek zu Berlin, in der königl. Bayr. Hof- und Staatsbibliothek und in der Universitätsbibliothek in München; das von mir benutzte Exemplar derselben erhielt ich aus der königl. Universitätsbibliothek in Göttingen.

***) Anführung aller Beobachtungen als demselben Kometen angehörig.

solches ist Welt-bekanter massen im December darauff also erfolget. Und diese Meinung, daß nur ein einiger und nicht zweene Cometen in vorigen zu Endlauffenden Jahre erschienen, hat auch ins gemein den grösten Beyfall und die meisten Stimmen erlanget.

Nichts desto weniger muß ich gestehen, daß Diejenigen, so hieran zweiffeln und lieber zweene Cometen daraus machen wollen, nicht geringe Ursache hierzu finden, daran ich auch anfangs mich gestossen. Denn es will (1.) die Zeit nicht, wie sonst, eintreffen . . . und müste also, wenn es nur ein Comet gewesen, nothwendig in seinem eigenen Lauffe erstlich zu und darauf wieder abgenommen, bald abermahls geschwinder und endlich nochmahls langsam gelauffen haben, welches bey keinem Cometen noch jemals erfahren worden. Hingegen trifft es mit den gewöhnlichen Exempeln der vorigen Cometen überein, wenn man den frühen Cometen, der erstlich des Tages 1½ Grad, und letzlich, da er der Sonnen am nächsten kommen, völlige 5 Gr. fortgerücket, also läst vorbey streichen; Und gleichwie sonst in manchen Jahre mehr als ein Comet erschienen, also habe sich darauf ein neuer herfür gethan, dessen Lauff anfangs zu- und hernach biß zum Ende wieder abgenommen, massen aus obigen Observationen kan berechnet werden, daß dessen täglicher Lauff den 18. Dec. 3 Gr. 43 M. gewesen, hierauff niemahls auf völlige 5 Gr., sondern den 25. Dec. ein weniges über 4½ kommen, und hernach von Tag zu Tage abgenommen.

Gleich wie nun diese Proportion der beiderley Geschwindigkeiten füglicher scheinet, wenn man zweene unterschiedliche Cometen erkennen will; also ereignet sich auch ein grosser Unterscheid und Veränderung (2.) an dem Gange oder Lauff-Circkel . . . . Denn man setze, der Comet sey, nach Coburgischen Bericht, am 5. Nov. frühe, im 1 Gr. 30 M. der Jungfrauen, und seine Nord-Breite 1 Gr. gewesen, (oder, wie anderswo geschrieben worden, daß er seinen Stand am 6. Nov. im 2. Gr. 30 Min. der Jungfr. und 2 Gr. nach der Breite gehabt,) und lasse die oben gemeldte Observation der letzten Erscheinung am 24. Novemb. gelten, so kömt heraus, daß der vom Anfang biß zum Ende gezogene Lauff-Circkel durch die Sonnen-Strasse streiche im 21. Gr. 10 M. der Jungfer, (oder, nach dem anderen Satze, im 3 Gr. 19 Min. der Wage) und mache mit derselben einen scharffen Winckel auf 3 Gr. 8 M. (oder, 3 Gr. 19 Min.). Diesem nach fiele dessen Polus hinauff unter den Drachen-Kopf, in den 21. Gr. 10 Min. des Schützens (oder, 3 Gr. 19 Min. des Steinbocks), in nördlicher Breite von 86 Gr. 52 M. (oder, 86 Gr. 6 M.) und wäre von dem Polo des anderen Lauff-Circkels abgewichen auf 28 Gr. 31 M. (oder 29 Gr. 27 M.). Weil nun eine solche grosse Abweichung an vorigen Cometen ungewöhnlich, so läst sichs ansehen, daß vielmehr dieser Unterscheid ein Kennzeichen zweyer unterschiedlicher Cometen sey. Hierzu kömt, daß (3.) die Gestalt in beyden Erscheinungen

einander sehr ungleich: Jene Erscheinung vor Aufgang der Sonnen zeigte Anfangs den Cometen ohne Schweiff, hernach mit gar dünner zugespitzter Ausstrahlung . . da hingegen in der Erscheinung nach der Sonnen Untergang, der Cometen-Schweiff alsbald sehr helle, lang, und das Ober-Theil am breitesten herfür kommen, und auch im Hornung, da das Haubt fast nicht mehr zuerkennen, annoch sichtbar geblieben. Welches denn die Meinung von zweyen ungleich gearteten Cometen, desto wahrscheinlicher machet.

Alleine wie dem Allen, so ist im Gegentheil zu bedencken, wie doch der vorige Comet in seinem zunehmenden Lauffe und besten Vigor so plötzlich müste vergangen, und dagegen alsbald ein Ander, der doch jenem an der Grösse des Cörpers nicht ungleich, auch nicht etwan in einer andern Himmels-Gegend, an die Stelle kommen sein, also daß er auch nicht eine gantz zwerch- oder gegenlauffende, (wie die Cometen A 1664 und 65 auf diese Weise gewiß zu unterscheiden waren) sondern auf vorige Spur zielende, und doch nicht allzuviel abgelenckte Bewegung gehabt?*) Welches ja noch ungläublicher, als wenn wir dem einigen Cometen, in seinem so ‚langen Lauff-Striche, eine merckliche Beugung und dabey verändertes Ab- und Zunehmen der Geschwindigkeit aus noch ferner zu untersuchenden Ursachen, zugestatten . . . Derowegen wird man am sichersten auf dem so genannten Philosophischen Pferde Occami bey diesem Zweifel-Streit durchkommen: Entia non sunt multiplicanda praeter neccessitatem. Man soll ohne Noth aus einem Dinge nicht mehr machen.

Die II. Frage. Ob und welcher Gestalt dieses Cometen sonderbarer Lauff und Erscheinungs-Arten, durch einen richtigen und Naturmäßigen Lehr-Satz zu salviren und fürzustellen?

Antwort. Die schnur-gerade Trajectoria oder Durchfahrth-Linie Keplerі so auf etliche vorige Cometen ziemlicher massen sich hat appliciren lassen, und hernach zu bessern Gedancken Anlaß gegeben, wird durch diesen Cometen gantz untüchtig gemachet, als welcher sehr weit über die Helffte des Himmels, (dahin jene nicht zulänglich) dazu auch mit merklicher gegen das Mittel gebogener Abweichung, gelauffen. Es sey dann, daß man einen Motum reflexum (wodurch die zweymahl ab- und zunehmende Geschwindigkeit, auch veränderte Latitudo, etlicher massen heraus zubringen wäre) statuiren wolte.

*) Dieses fand statt, weil zur Zeit der Sonnennähe des Kometen die Erde zwischen den beiden Ästen hindurchgegangen war. Da ich das Werk erst sehr spät (nach Fertigstellung der Figurentafeln) erhielt, so war eine Wiedergabe der Dörfel'schen Figur unmöglich. Denkt man sich in Fig. 39, $S c_1 F_1$ als Parabel, so werden die Verhältnisse annähernd wiedergegeben, wenn man die Ellipse $F_3 S F_1$ als Erdbahn ansieht und dabei voraussetzt, dass die Erde den Weg $S F_1$ zurücklegte, während die Projection des Kometen auf die Ekliptik den Weg $F_1 c_1 S$ beschrieb; die wahre Parabel durchschneidet die Ekliptik in zwei zwischen F_1 und c_1 liegenden Punkten, so dass die Breiten vor F_1 und nach c_1 nördlich sind.

Alleine die Natur will nicht beystimmen. An welchem Objecto oder gegenstehenden Cörper könte die Wiederprallung geschehen seyn? Wolte man so einfältig seyn, und daß der Mars, Venus und Jupiter gleichsam ein Balon-Spiel damit gehabt, sich einbilden, so haben es die genau betrachteten Stellen und andere Hindernüsse schon verboten.

In einem neuen Tractätgen wird von Einem gemeldet, der des jetzigen Cometen Lauff durchgehends mit einem Circkel-Bogen, umb ein weitentlegenes Centrum, fürstellig machen wollen.*) Wäre nun der Comet in solchem Kreyse gestanden, so würde zwar die Gegend ratione Longitudinis übereintreffen, aber weder die observirte Latitudo noch proportio motus physici herauskommen.

An meinem wenigen Orte halte ich dafür, daß Herrn Hevelii Hypothesis hierzu am allerbequemsten diene, wie nunmehro soll erwiesen werden. Zwar, was das Principium motus betrifft, woher die Cometen ihren Trieb anfänglich haben, will wohlbesagter Autor den Ursprung von den Atmosphaeris oder Dunst-Kreysen der Sonnen und Planeten, als welche sich alle umb ihr Centrum herumb drehen, herführen, in welchen sie erstlich wie Wolcken gezeuget, und die zum Fortlauffe geschicktesten endlich in den freyen Himmels-Platz hinaus geschleudert würden. Daß aber solches eigentlich und wircklich in der Natur also angehe, hat Er selbst mit keinem einigen Exempel dargethan, hingegen D. Megerlinus angemercket, daß von denen Himmels-Gegenden, wo bißherige Cometen herfürkomen, die Planeten damals weit entsessen gewesen: Dergestalt will sichs auch hier mit dem Mars, bey dem der Comet erstlich am allernächsten erschienen, in Ansehung dessen Loci eccentrici und Intervalli, nicht füglich schicken. Dahero, weil auch der erste Ursprung der Cometen nicht so wohl in der Natur bloßhin zu suchen, sondern vielmehr vor ein ausserordentliches Werck des Allerhöchsten (Denn, wenn GOTT will, brennet ein Comet, saget der H. Lutherus) zu halten, so lassen wir Gottes Allmacht es anheim gestellet, wenn und wie Er Cometen aus seiner uns verborgenen hohen Schatzkammer, und darinnen habenden Vorrathe der hiezu beqvemen sternichten Materie, lasse herfür komen, und gleichwie dem ordentlichen Gestirne im Anfang der Schöpffung eine beständige, also diesen Neben-Sternen zu seiner Zeit eine kurtzwährende Bewegungs-Krafft mittheile; Gnug, daß wir nun ferner diesen einmal angefangenen und auff eine gewisse Gegend gerichteten Cometen-Gang, nach naturmäßigen Gesetzen, auch in gegenwärtigen Exempel, erklären können.

Wir wollen mit H. Hevelio setzen, dieser Comet habe, wie andere, einen nicht Kugel- sondern Scheiben- oder Teller-runden Cörper gehabt, welcher gestalt denn die Sonnen-Strahlen denselben eher durchdringen und den Schweiff verursachen können: Und zwar die eine flache Seite sey im

*) Wahrscheinlich Cassini.

Fortlauffe allezeit gegen die Sonne, als des Planeten-Himmels Centrum, gewendet verblieben, wie unsere auch mehr ausgebreitete als aufgethürmte Wolcken ihre breite Seiten nach dem Mittel-Puncte der Erden kehren, oder wie an den Flecken umb die Sonne dergleichen Wendung zusehen. Hieraus folget der nicht nur gekrümte, sondern auch ungleich-geschwinde Cometen-Gang, in seiner Trajectoria oder Lauff-Linie. Denn nach Art der Schiffe, welche, nachdem sie entweder nach der Länge, Qvere oder schief, im Strohme fortgetrieben werden, ein geraden oder krummen, geschwinden oder langsamen Gang haben, also gehen auch die Cometen dergestalt durch den zwar subtilen, doch einigermassen ihrer sehr schnellen Fortrennung im Wege stehender Aether-Strohm, daß wegen des nach der Sonnen mehr oder weniger inclinirten Disci, die Strasse nicht gleich zugehet, sondern je näher der Sonnen, je mehr von der Linea directionis abweichet und sich gegen jene einbeuget. Aus ebenmässiger Ursache, wird der Lauff immer in etwas geschwinder oder langsamer, am schnellesten aber, da der Comet der Sonnen am nächsten, und daselbst nach dem dünnen Rande ohne inclination fortschiesset. Dabey doch auch die Veränderung der Grösse und des Centri zu consideriren, wenn nehmlich der Comet bald zergehen will, und daher zu exorbitiren pfleget, wie der Autor dergleichen an den Sonnen-Flecken hat observiret.

Solches auf unsern Cometen näher zu appliciren, ist im beygefügten Schemate so das planum der Ecliptic fürbildet, der unterschiedliche Stand der Erd-Kugel gegen die Sonne angedeutet. Aus jedweden Puncte ist nach Ermessung des Elongations-Winckels die Linea visoria, in oder über welcher der Comet desselbigen Tages befindlich, gezogen worden. Hierauf hat man eine durch solche Visorias durchgehende Linie, nehmlich AKZ *) nach H. Hevelii Anleitung gesuchet, welche, wenn der Comet allzeit in der Ecliptic gelauffen wäre, seine Trajectoriam selbst repräsentirte, weil er aber nach unterschiedlicher Latitudine bald drüber oder drunter gegangen, und das Planum Eclipticae an zweyen Orten zwischen C und D (am 13. November) wie auch nahe bei K (hinder der Sonnen) durchlauffen, so ist diese Linie Vestigium Trajectoriae zu nennen. Daß dieselbe bey K so sehr umgebogen und nicht (wie sonst die Hevelischen Schemata ausweisen) fast gerade ausgehet, hat mich zwar Anfangs sehr befrembdet, doch will es die Proportion, da nach vorigen Lehr-Sätzen A B. B C. C D. . . . und J K nach und nach sich vergrössern, hingegen K L, L M. . . . biß Y Z wiederumb verkleinern sollen, nicht anders leiden, es würden auch sonst die observirten Latitudines (wie bald zu vernehmen) eine verwirrte Trajectoriam darstellen. Wem solches noch bedencklich fürkömt, ob es der Hypothesi Hevelii gemäß, der erwege Desselben Worte Qvo propius viae Cometali Sol adstat, cursus ab

*) $F_1\, c_1\, S$ in Fig. 39; F_1 entspricht dem Punkte C, S etwa dem Punkte Q der Dörfel'schen Figur, c_1 ist identisch mit dem Punkte K der letzteren.

initio et fine est rectior; e contrario in medio circa verticem tanto curvior. Je näher die Cometen-Straſſe der Sonnen vorbey gehet (maſſen unſer Comet im November nächſt bei der Ecliptic hin, auf die Sonne, zugegangen) je mehr gehet der Lauff am Anfang und Ende gerade zu und wird dagegen umb das Mittel und Obertheil (da die Sonne am nächſten) deſto mehr gebogen. Welches denn allhier umb ſo viel augenſcheinlicher ſich ausweiſet, je näher der jetzige Comet zu der Sonnen gekommen, und es hierinnen allen vorigen, ſo uns eigentlich bekant ſind, zuvor gethan. Man entwerffe nun dieſes Vestigium Trajectoriae beſonders, und bezeichne daſſelbe mit ſeinen Abtheilungen A B biß Z. Und weil der Comet am 4. Nov. über A ſo hoch geſtanden, daß er von der Erden a angeſehen, 1 Grad gegen den Nord-Pol von der Ecliptic gewichen, ſo nehme man mit dem Circkel ein ſo lang Perpendiculum, das gegen die Grund-Linie a A den Tangenten von 1 Gr. austrage, und ſtelle daſſelbe in der Figur ſenkrecht über A biß zum α. Ebenermaſſen wird mit jedweden Puncte verfahren, biß auff Z, allwo die den 31. Jenner auf 16 Gr. 28 M. observirte nördliche Breite auf der Linie z Z über Z das Perpendiculum Zω erfordert. Wenn nun die mit Griechiſchen Litern bezeichnete Puncte, α β γ ꝛc. und ω ψ χ ꝛc. zuſammen gezogen werden, ſo wird die eigentliche Trajectoria und Lauff-Linie unſeres Cometen von Anfange biß zum Ende, und zwar ziemlich proportionirlich dargeſtellet. Der verſtändige Leſer ſiehet zwar wohl, daß die Linien α ζ und ω ν (denn ſo weit hat man hier von beyden Seiten die observationes) auf dieſem Plano noch nicht gantz genau gegen einander geleget ſind,*) doch weil der Unterſcheid geringe, hat man Weitläufftigkeit zuverhüten, die andern Puncte bey der Sonnen nach Beduncken zuſammen geſchloſſen, und das übrige eines Jeden Nachdencken überlaſſen wollen.

Aus dieſer Theoria ſind die ſonderlichen, zumahl bei der 1. Frage in Bedencken gezogene Apparentien, gar wohl zu erklären.

(1.) Zu förderſt iſt zuſehen, daß dieſes Cometen observirte Longitudines und latitudines, vor und nach der Sonnen durch eine auf beyde Enden faſt gerade, mitten aber nächſt der Sonnen deſto mehr gebogene, und durch das Planum Eclipticae ſich neigende Linie, nach Heveliſchen Principien, gar füglich heraus zu bringen.

(2.) Daß deſſelben ſichtbare Bewegung zweymahl geſchwinder und zweymahl langſamer worden. Nicht zwar physice, dem wahren Lauffe nach, der von A biß K (ſonderlich hier) immer gewachſen und bey L biß Z (fürnemlich dort) wieder abgenommen; Sondern optice, ſichtbarlich, weil von denen Perigaeis bey E und O gegen K die Entfernung des Cometen ſehr mercklich ſich verlängert, und die Trajectoria mehr ſeitwärts angeſehen

*) Dörfel hat durch seine Construction näherungsweise das richtige Verhältnis der zurückgelegten Wege vor und nach dem Periheldurchgange getroffen.

worden. Daher der Comet bey A und Z physice und optice am langsamsten, bey E und O physice mittelmässig, und optice am geschwindesten, dann gegen K physice am geschwindesten, und optice langsamer, seinen eigenen Lauff am Himmel fortgesetzet.

(3.) Daß der erste sichtbare Lauff-Circkel im Nov. von der Nord-Seiten durch die Ecliptic etwas südwerts, der letztere aber im December und folgends, viel weiter Nord-werts eingerichtet, und die Abweichung beyder Circkel ziemlich groß gewesen. Denn zwar von α biß η und wiederumb von ν biß ω die Krümme der Trajectoriae nicht sehr mercklich, und kan alsdenn der sichtbare Lauff beyderseits mit einem grossen Circkel-Bogen am Himmel gar nahe überein kommen. Alleine weil die Inclinatio Disci je mehr und mehr sich ändert, und unter dem Plano Eclipticae gegen die Sonne auf- und seit-werts sich verdrehet, so hat man sich leicht einzubilden, wie geschwinde der Comet hinter der Sonnen bey K seinen Lauff nicht nur herumb, sondern auch desto mehr zur Nord-Seite aufwerts gewendet. Nachdem nun inmittels, da der Comet am krümsten gelauffen, die Erde nicht in dem Plano der gekrümten Trajectoriae, mit Verrückung ihres Situs geblieben, so hat auch das krumme Stück der Trajectoriae einen mercklich abweichenden Bogen am Firmament beschrieben.*)

(5.) Daß der Comet fast keine merckliche Parallax gehabt. Weil er der Erden schwehrlich näher als Mercurius kommen, und die Sonnen-Höhe zu zweyen mahlen, und zwar letzlich sehr hoch überstiegen. Sonst ist bewust, wie schwehrlich der Sonnen Parallax (und daher ihre Höhe) zu finden, und obwohl die Alten dieselbe zum höchsten auf 3 Min. und Keplerus selbst auf 1 M. geschätzet, so wollen doch die neuen Astronomi solche noch kleiner machen, und Hevelius 40 Sec., ja Horroccius nur 15 Sec. verstatten, welches unsern Augen und Instrumenten unbegreiflich scheinet.

(6.) Daß die Geschwindigkeit des Lauffs vor und nach der Sonnen einander etwas ungleich gewesen.

Bey dieser erstatteten Erklärung der fürnehmsten Eigenschafften, so dieser sonderbare Comet sonderlich gehabt, wodurch die in Zweiffel oder Verwunderung gezogene Möglichkeit, nach der Heveliſchen Hypothesi mehr als nöthig erwiesen, könte mans zwar also bewenden lassen; Doch kan ich nicht umhin, dem geneigten Leser meine neulichste (obwohl noch unreiffe) Erfindung, wodurch diese Hypothesis vielleicht zu verbessern und vollkommener zu machen, hierbey zu entdecken, und in Dessen beliebiges Bedencken zustellen, Ob nicht dieses (und der anderen) Cometen Bewegungs-Linie eine solche Parabole sey, dero Focus in das Centrum der Sonnen zu setzen?

*) Punkte 4, 7, 8, 9, 10 beziehen sich auf die Erscheinungen und Veränderungen des Schweifes.

Zu diesen Gedancken hat, nach bereits gefertigter Figur die augenscheinliche Ähnlichkeit und gewisse mit der Inclinatione Disci eintreffende Eigenschafften der Paraboliſchen Brenn-Linie, mich veranleitet. H. Hevelius meldet zwar auch, daß der Cometen Trajectoria eine Parabel, oder doch derselben nicht sehr ungleiche Linie sey, wird aber selbst wiederumb zweiffelhafftig, ob nicht auch nach Gelegenheit die Hyperbole Statt finden könne. Ja ob er gleich vom Vertice und Ober-Puncte disputiret, so hat er doch vom Foco im gantzen Wercke nicht mit einem Worte Meldung gethan, noch wohin solcher füglich zu setzen, nahmhafftig gemachet. Und dieweil Er auch das Vestigium Trajectoriae mit gantz gerader Linie allezeit entworffen,*) so muß nothwendig die Paraboliſche Trajectoria, so darüber schwebet, so offt dergleichen Vestigium nicht durch die Sonne streichet, auf solche Weise auch dero Focum ausserhalb derselben haben. Endlich entschuldiget er sich selbsten: Nolo tam subtiliter hac de re in praesens disputare; cum id perqvam accurate NB. ob defectum observationum discernere haud liceat. Und hiermit ist ruhm-besagter Autor und Jedermann, so auf den Sitz des Foci in der Sonnen bißhero nicht gedacht, billich zu entschuldigen. Denn kein einiger unter den vorigen nach der Kunst observirten Cometen, ist, nach Heveliſchen Abrissen, der Sonnen mit seiner Trajectoria so nahe kommen, als dieser, welcher dahero vor allen den Unterscheid nunmehro zeigen kan.

Sonst ist nichts desto weniger der nachsinnliche Mann nicht nur in der guten Hoffnung, daß die Zeit einsten die eigentliche Art, wie es umb die Incurvation der Trajectoriae Cometicae beschaffen, entdecken werde, sondern auch selbst nächst auf der Spure gewesen: Indem er den Verticem mit der grösten Krümmung dahin setzet, wo das Perpendiculum aus der Sonnen nächst darauf fallen kan. Und giebet die schöne Erinnerung: Occulta qvadam affinitate mutuo Planetas atqve Cometas esse conjunctos, certum est. Solche bißher verborgene Art und Weise bestehet nun, nach allem Ansehen und deutlicher Auslegung unsers Cometens haubtsächlich darinnen, daß beyderseits so wohl die Planeten als Cometen ihren Focum in Centro Solis haben.

Woferne nun jetzteröffneter neuerfundener Zusatz der Hevelianiſchen Hpotheseos, daß nemlich der Paraboliſche Focus des Cometen-Lauffs in der Sonnen Centro zu suchen, die richtige Probe halten solte, wird ohne mein weiter Erinnern, andern in Conicis Wohlgeübten nicht schwehr fallen, gewisse Methodos calculi an die Hand zu geben, wie in der Theoria Cometarum solchergestalt zuverfahren, und das Intervallum Verticis à Foco Solari, und folglich die Proportion des täglichen Lauffs in der Trajectoria, Erhöhung von der Erden, Schweiffs-Bildung, körperliche Ab- und Zunahme, und unter

*) Dies ist nun allerdings nicht richtig.

andern auch auff gewiſſen Falle die verlangte wahre Sonnen-Höhe, kunſtmäßig zu finden? Welches alles aber ich jetzt dahin ſtellen, und Jedweden, daſſelbe nach Befindung anzunehmen oder zuverwerffen oder auch eine beſſere Erklärung auszuſuchen, gerne verſtatten will, als der ich dieſes noch vor keine gantz ausgemachte Sache vorjetzo ausgebe, nachdem ich den Verſuch nur mechanice gethan, und der weitläufftigen Calculi mich entbrechen müſſen, wozu auch mehrere und ſchärffere Observationes nöthig wären. Solte es aber über Vermuthen nicht recht geglücket haben, werde ich doch hierinnen, wo es ſo Vielen gefehlet, Entſchuldigung finden. In magnis et voluisse sat est.

Die III. Frage. Ob dieſer und andere Cometen einen gewiſſen Beweiß geben können, daß die Erde ſich bewege, und die Sonne ſtill ſtehe.

Antwort: Der berühmte Keplerus ſetzet an einem Orte: Qvot sunt Cometae, tot sunt argumenta, Terram moveri motu annuo circa solem. Hingegen bemühet ſich der Jeſuit Ignat. Gaston Pardies aus der Cometen Trajectoria den Stilleſtand der Erden darzuthun. Sie gehen aber beyde zuweit, und iſt aus dem Cometen-Lauffe dißfalls, nichts zu beweiſen. . . . .

Cassini, dessen Schrift über den Kometen allerdings früher erschienen war (Dörfel scheint sich an einer Stelle auf dieselbe zu beziehen), nahm einen anderen Standpunkt ein, den er übrigens auch später, selbst noch nach dem Erscheinen von Newtons Principia, nicht verliess. Er suchte Kometenerscheinungen miteinander zu verbinden, welche nahe dieselben Gegenden des Himmels mit ähnlich auftretenden Geschwindigkeiten durchwandern, wobei er Verschiebungen der Configuration zwischen den Gestirnen als zulässig hielt; d. h. er suchte für die Kometen periodisch sich wiederholende scheinbare geocentrische Bahnen in Gürteln, die nahe in einem grössten Kreise liegen, ähnlich wie die Schleifen in den demselben Planeten angehörigen geocentrischen Bahnen: er wollte der Hipparch der Kometen werden. Eine derartige Identität zweier Erscheinungen findet er zwischen den Kometen von 1577 und 1680 (zweite Erscheinung); die Verschiedenheit der Schleifen (wenn dieser Ausdruck analog wie bei den Planetenbahnen gestattet wäre, thatsächliche Schleifen treten bei beiden Kometen nicht auf) war nicht allzu gross. Une si grande différence de distance au Soleil dans le retour de la même planète à son Perigée aurait fait une différence plus grande de vitesse apparente que celle qui s'est trouvée entre la Comète de cette année depuis le 9 de Janvier et celle de l'année 1577 depuis le 13 de Novembre.*) Cassini führt auch einen Zodiacus für die Kometen ein, welchen er in die folgenden Verse kleidet:

*) l. c. I, pag. 23.

Antinous, Pegasusque, Andromeda, Taurus, Orion
Procyon, atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus

und meint, si le mouvement des autres Comètes, examiné par la même méthode, se trouve aussi égal que celui de la nôtre, nous pouvons dire qu'elles sont une espèce de Planètes, dont le mouvement, qui est si inégale en apparence, est véritablement plus égale que celui des autres.*) Für diesen so constatierten, angeblich periodischen Kometen 1577—1680 findet er die folgenden Elemente:

Umlaufszeit 103 Jahre, 1 Monat, 17 Tage; tägliche Bewegung 24′ 5″ 14‴ directe. Das Perigäum war im Jahre 1577 in 14° ♐, der Knoten in 21° ♑; Neigung 29¼°; mit der Bewegung des Perigäums = 6½″ directe, und der täglichen Bewegung der Knoten 25‴ retrograd. Die Neigung war ziemlich constant (28⅓° im Jahre 1680).

Schon 1665 hatte P. Petit in seiner Dissertation sur la nature des Comètes die Meinung ausgesprochen, dass die Kometen von 1618 und 1664 identisch sein mögen und daher eine Umlaufszeit von 46 Jahren hätten.**) Desgleichen hielt Cassini die Kometenerscheinungen von 1653, 1665 und 1677 für einem Kometen mit 12jähriger Umlaufszeit angehörig.***)

In anderer Weise hatte Jacob Bernoulli die Erscheinung periodischer Kometen erklärt. In seinem 1682 publicierten Conamen novi Systematis Cometarum nimmt er, gestützt auf die philosophischen Ansichten Descartes, die Welt als mit Wirbeln erfüllt an,†) in deren Mittelpunkt je ein Fixstern steht, so dass die Sonne der Fixstern unseres Planetenwirbels ist. Ausserhalb der Saturnbahn bewegt sich um die Sonne ein Punkt *F* (Fig. 37), welcher wahrscheinlich von einem anderen, uns unsichtbaren Hauptplaneten eingenommen wird, um welchen sich die Kometen bewegen.

Ante omnia cum Exc. Cartesio suppono, sapientissimum mundi Opificem materiam totius universi in plurimos divisisse Vortices, inque centro cujusque Vorticis Fixam posuisse, quam circa totus Vortex, non secus ac circa axem rota, ab occasu in ortum gyretur. Fixam Vorticis nostri appellamus Solem; Ipse vero Vortex, quem inde Vorticem primarium vel Solarem nuncupare lubet, in plures orbes ceu totidem concamerationes subdivisus, Planetis in domicilium cessit: . . . extima et suprema Cometis. . . . In hac ultima orbita punctum assumo *F*, super quo plures describo

*) l. c. I, pag. 37.

**) S. Journal des Savants, I. Bd. (1666), pag. 159; die Abhandlung Petits habe ich nicht erhalten können.

***) Ibid. V. Bd. (1677), pag. 268.

†) Diese treten auch in der Darstellung Hevels in den Atmosphären der Himmelskörper nicht undeutlich auf.

peripherias concentricas, et unicuique illarum peculiarem Cometam insero, quapropter totam peripheriarum compagem Cometarum Vorticem nuncupabimus. Unde liquet, duplici Cometas moveri motu, partimque rotari in proprio Vortice circa punctum F, partim una cum F a Vortice solari abripi circa Solem, plane ut Jovis Satellites . . . Itaque Cometae nil aliud sunt, quam Planetae secundarii puncti F quod punctum haud dubie ab alio Planeta primario occupatur, qui vero tum ob corporis exiguitatem, tum ob immensam distantiam conspectum nostrum perpetuo fugit. *)

Die Distanz des Punktes F nimmt Bernoulli 2573 Erdbahnhalbmesser an (die halbe Entfernung der Fixsterne), so dass für den Kometen von 1680, während dessen Sichtbarkeit die Erde einen Weg $a\,S\,b$ (Fig. 37) gleich 50^0 zurückgelegt hatte, die Differenz der Visuren von den beiden Erdorten aus $(a\,F\,b)$ nicht mehr als $1'$ betrug und daher von der Bewegung der Erde überhaupt abgesehen werden konnte. Die Umlaufszeit von F um die Sonne bestimmt Bernoulli so, dass er zwei Kometenerscheinungen sucht, für welche die aus den Beobachtungen erhaltenen Durchgänge durch das Perihel zu denselben Zeiten fielen und weiters so, dass der Zwischenwinkel zwischen dem Periheldurchgange und den Stationen dargestellt wird.

Der Komet von 1664 gieng durch sein Perihel am 20. December in der Richtung $20^0\,\text{II}$; der Komet von 1680 am 20. December in $0^0\,20'\,\approx$. Daraus schliesst Bernoulli (völlig unberechtigt), dass der Punkt F eine ganze Anzahl Umläufe mehr der Differenz der beiden Richtungen, d. i. $220^0\,20'$, zurückgelegt habe. Ist n die Anzahl der Umläufe, so entspricht der Zeit von 50^d die Bewegung

$$m = (n\,.\,360^0 + 220^0\,20')\,.\,\tfrac{50}{365}.$$

Für $n = 2$ würde $m = 8^0\,3'$ sein, da aber der Winkel $b\,F\,K$ zwischen dem Perihel und der Station für den Kometen von 1680 gleich $99^0\,50'$ ist, so muss $n = 3$ genommen werden. Für diesen Wert folgt $m = 11^0\,7'$, die Umlaufszeit von F gleich 4 Jahre 157^d und $b\,F\,K = 1^0\,17'$. Da der Komet diesen Bogen in 50^d zurücklegt, so wird die Umlaufszeit des Kometen gleich 38 Jahre 147^d und daher die Wiederkehr des Kometen für den 27. Mai 1719 in $1^0\,12'\,\simeq$ prognosticiert. Merkwürdig ist, dass auch Bernoulli die geradlinigen Bahnen deswegen für unzulässig ansah, weil die Kometen sonst die Grenzen der Welt überschreiten müssten. Motum porro Cometarum quod spectat, siquidem perpetuus supponitur, rectus esse nequit; quia alias ex uno mundi

*) l. c. pag. 33. Da Bernoulli keine mathematischen Beweise gibt, so ist sein System nicht unähnlich den auf ein heliocentrisches System angewandten geocentrischen Homocentrica Fracastors, die aber mit dem Eudox'schen System nichts gemein haben.

Vortice in alium se subducere, tandemque limites totius mundi superare et in spatia imaginaria expatiari necessum haberent, quod quam a sana ratione absonum sit, quivis judicat.*)

Wie Bernoulli eine so rasche Bewegung des Punktes F um die Sonne mit seiner ganz enormen Entfernung vereinbar findet, ist schwer zu begreifen; doch gibt er dieses System nur als eine Hypothese, als einen Versuch, der erst durch Beobachtungen bestätigt werden müsste. Sufficiat mihi, hoc qualicunque conamine aliis majori instrumentorum apparatu instructis et in hac arena versatioribus ansam dedisse, ut in rem ipsi inquirerent, et systema mancum adhuc et mutilum, si fieri posset, ad perfectionem deducerent.**)

Dieses waren die ersten Elemente von angeblich periodischen Kometen. Sieht man auch von dem mehr philosophischen System Bernoullis ab, welches für den Fortschritt der Kometenastronomie eigentlich völlig belanglos ist, so bleiben noch die aus Beobachtungen geschlossenen drei Kometen von 1618—1664, von 1653—1665—1677 und von 1577—1680, für welch letzteren Cassini bereits ein vollständiges Elementensystem nach Hipparch'schem Muster gegeben hatte. Die Methode hatte sich nicht lange erhalten, denn sechs Jahre später erschienen Newtons Principia und mit ihnen der Nachweis, dass die genannten Kometen nicht identisch wären, hingegen die von Dörfel constatierte so sehr bestrittene Identität der beiden Kometenerscheinungen vom November 1680 und Jänner 1681 auch aus physikalischen Principien festgestellt wurde. Dass Cassini noch lange nachher die Newton'schen Principien nicht anerkennen wollte, hat eine sehr getheilte Auffassung erfahren. Pingré vertheidigt ihn in seiner Cométographie auf das wärmste: La délicatesse de sa réligion, qui le rendait ailleurs extrêmement respectable, l'empêcha de sécouer un préjugé de naissance. ... Cassini était sans doute assez éclairé pour concevoir la prééminance du Système de Copernic sur tous les autres systèmes; mais il se fit un scrupule de l'admettre: il ne voulu pas même y suppleer comme Tycho, en admettant de la part du Soleil sur les Planètes et sur les Comètes une action éficace dont il ne concevait pas le principe.***) Diese Vertheidigung Pingrés ist umso schwächer, je übertriebener das Lob ist, das er Cassini spendet. In Pingrés Lobreden kann man sogar finden, dass Cassini vielleicht das wahre Kometensystem entdeckt haben würde, wenn er nicht an dem geocentrischen Systeme gehängt hätte. †)

*) l. c. pag. 10.
**) l. c. pag. 55.
***) Cométographie, I. Bd., pag. 116.
†) l. c. pag. 172.

C'est là je pense l'unique obstacle qui a empêché le grand homme d'embrasser ou même d'inventer en entier le vrai systèmes des Comètes ... Nous avons vu, quelle était à ce sujet la pensée de Jean Dominique Cassini: il y a persisté jusqu'à sa mort arrivé le 14 Sept. 1712. Maraldi ne crut pas devoir s'écarter du sentiment d'un oncle si respectable (!!); il parait d'ailleurs qu'il participait à son préjugé sur la stabilité de la Terre. Gerade in diesen Worten wird aber die Vertheidigung der schwächsten Sache à tout prix so recht offenbar; die Überzeugung des Einzelnen möge man achten, wenn für dieselbe mit Beweisen eingetreten wird; aber der Autoritätsglaube macht noch nicht den grossen Mann, und Pingré hat gewiss weder Maraldi noch auch seinem „ehrwürdigen Onkel" einen grossen Dienst geleistet, wenn er dem ersteren lediglich die angeführte Begründung seiner Ansicht imputierte. Doch kann man auch Littrow nicht beistimmen, wenn er (Whewell, Geschichte der inductiven Wissenschaften. Noten von J. J. Littrow in der deutschen Übersetzung, II, pag. 279) sich in zu herbem Tadel gegen Cassini auslässt. Dass er sich „aus Anhänglichkeit an Rom" zum Ptolemäischen System bekannte, kann man ihm nicht mehr wie Tycho Brahe, Longomontan, Gassendi, Riccioli, Boscowich und den vielen anderen zum Vorwurfe machen; dass seine Ansichten über den Lauf der Kometen „grundlos" waren, kann man wol auch nicht sagen, er war eben in dieser Richtung der letzte nennenswerte Vertreter der alten Zeit.

Corrigenda.

pag. 48 Zeile 8 von unten lies „Zeichen" statt „Zahlen".
„ 137 die dritte Anmerkung gehört zu Zeile 6 von oben.
„ 155 Zeile 11 von unten lies „ist, so wird" statt „oder".
„ 170 „ 8 „ „ „ „also auch nahe $e_0 = \frac{1}{2}e$" statt „noch immer zu klein".
„ 171 „ 2 „ oben „ „kleiner" statt „zu klein".
„ 200 „ 3 „ unten „ „Lage" statt „Länge".

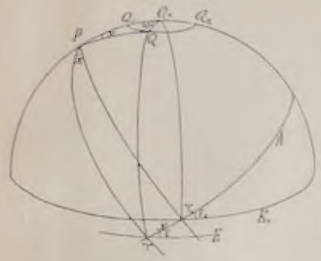

Fig. 1.

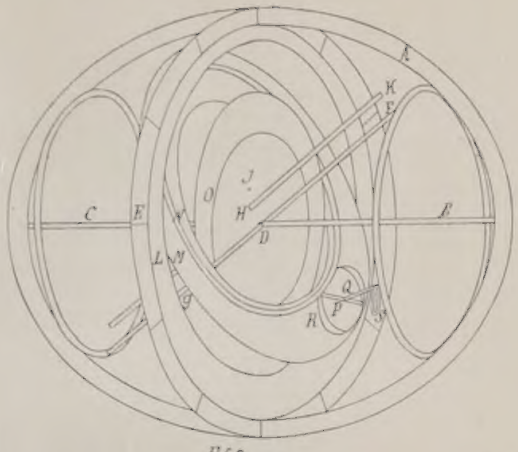

Fig. 2.

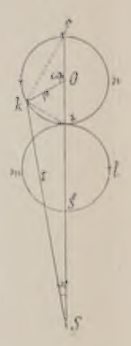

Fig. 4.

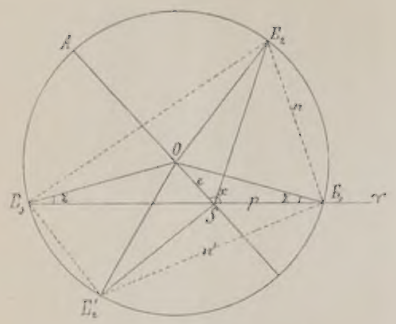

Fig. 5.

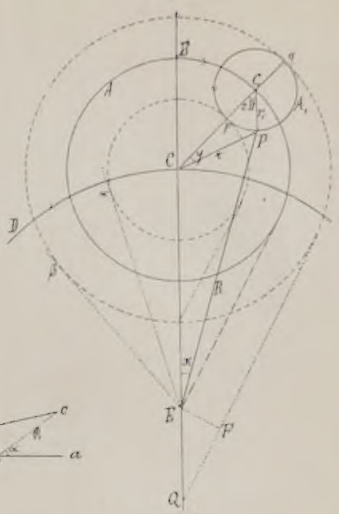

Fig. 6.

Fig. 3.

Fig. 10.

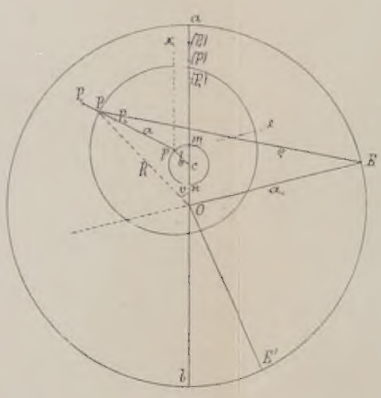

Fig. 9.

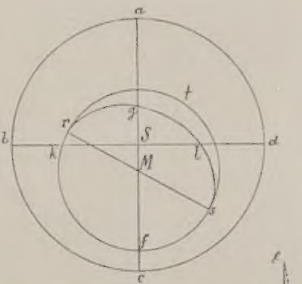

Fig. 11.

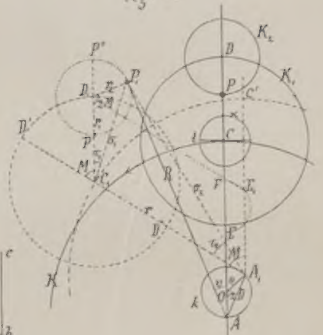

Fig. 13.

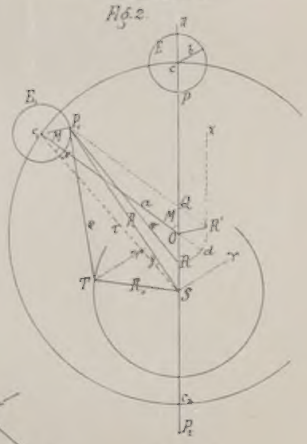

Fig. 8.

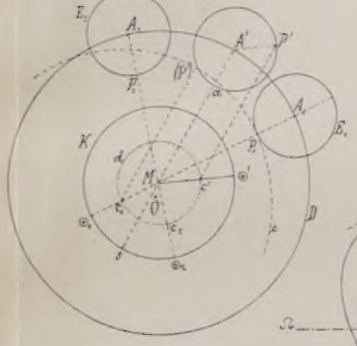

Fig. 7.

Fig. 12.

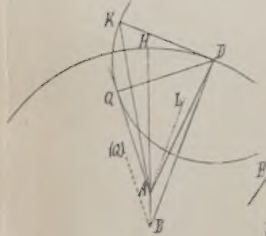

Fig. 14.

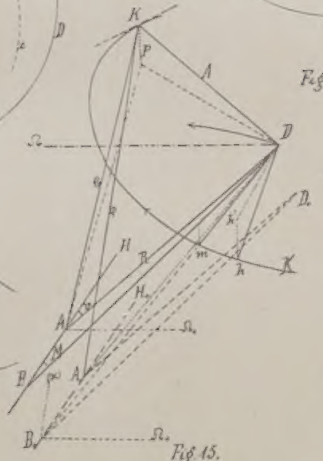

Fig. 15.

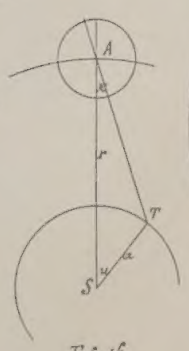

Fig. 16.

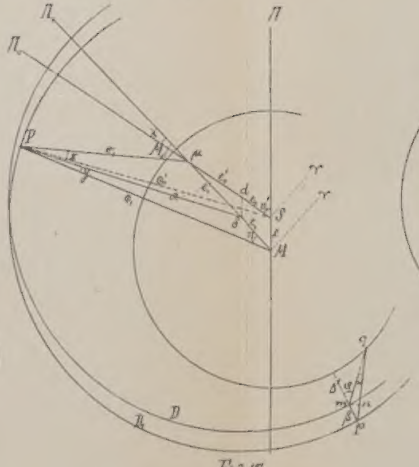

Fig. 17.

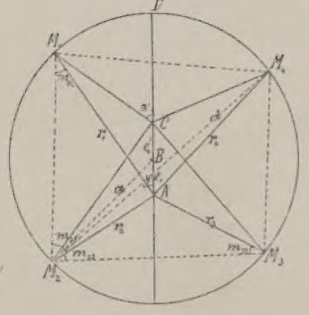

Fig. 18.

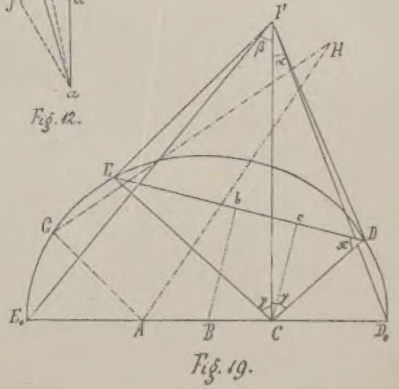

Fig. 19.

Gezeichnet von Dr. N. Herz.

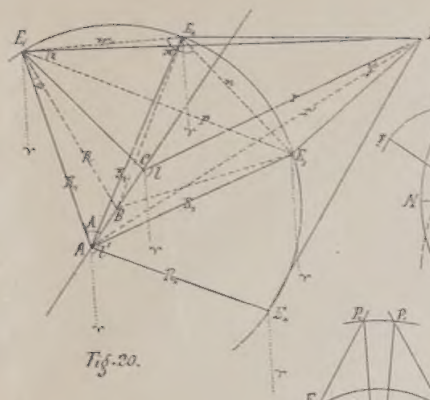

Fig. 20.

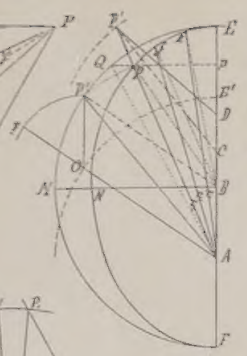

Fig. 22.

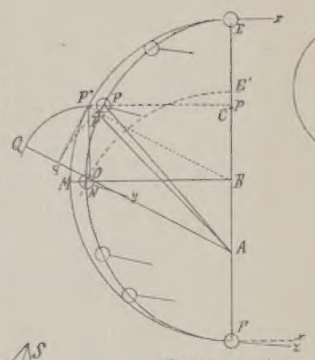

Fig. 23.

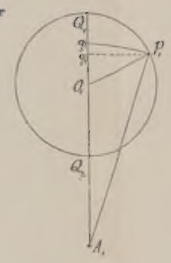

Fig. 24.

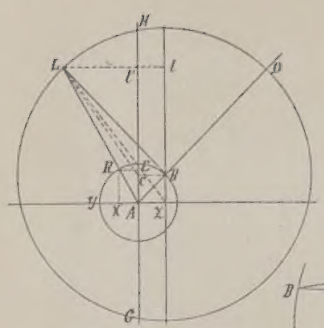

Fig. 25.

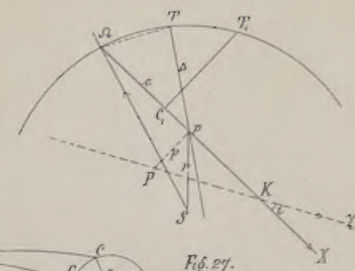

Fig. 27.

Fig. 21.

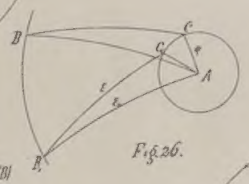

Fig. 26.

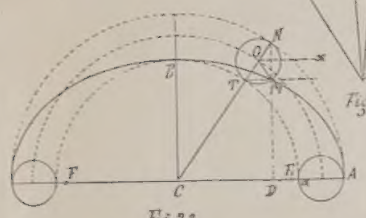

Fig. 28.

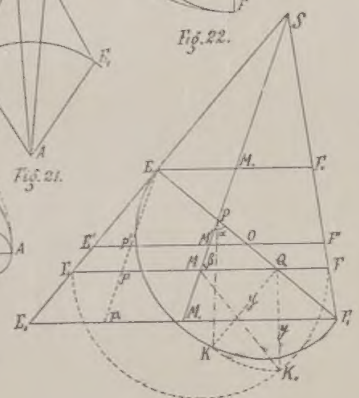

Fig. 29.

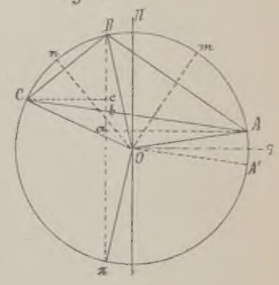

Fig. 30.

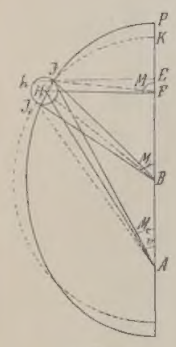

Fig. 31.

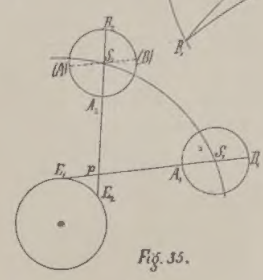

Fig. 35.

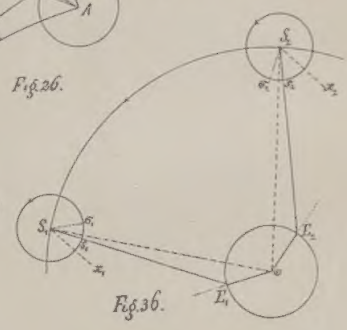

Fig. 36.

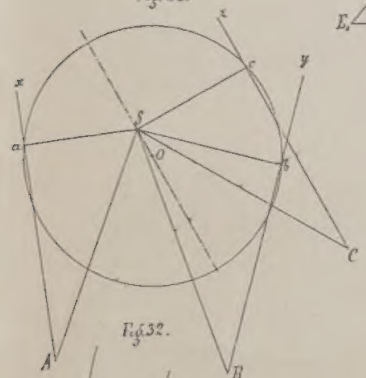

Fig. 32.

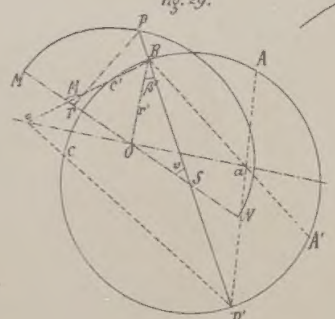

Fig. 33.

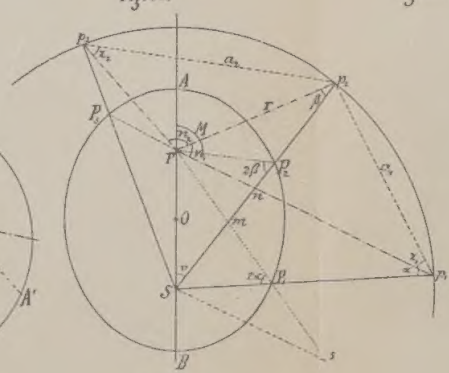

Fig. 34.

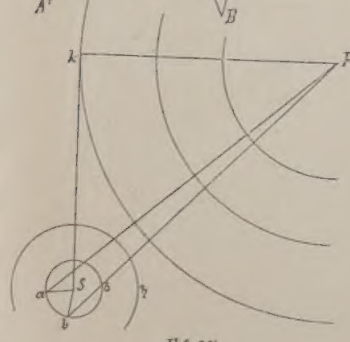

Fig. 37.

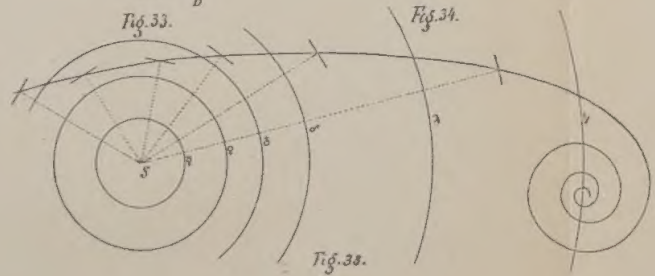

Fig. 38.

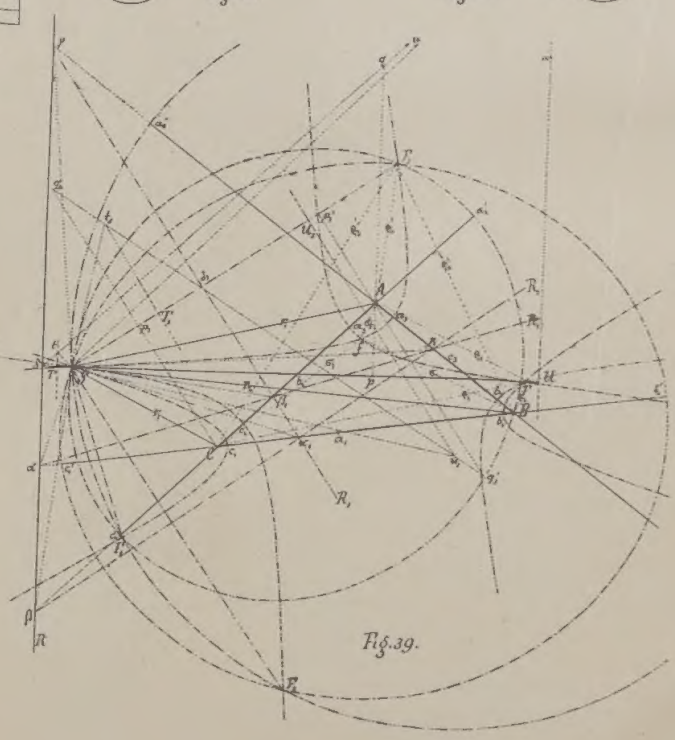

Fig. 39.

Gezeichnet von Dr. N. Herz.